SEJA $x(0) = x_0 \implies y(t) = Ce^{At}x_0$

ENTÃO:

$$y(t) = Ce^{At}x_0$$
$$\dot{y}(t) = CAe^{At}x_0$$
$$\ddot{y}(t) = CA^2e^{At}x_0$$
$$\vdots$$
$$\frac{dy^{(n)}}{dt^{(n)}} = CA^{n-1}e^{At}x_0$$
$$\vdots$$

PERGUNTAR DIMENSÕES DA MATRIZ $V_\alpha \in \mathbb{R}^{n\times\alpha}$

$$\implies \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ \frac{d^{(n)}y}{dt^{(n)}} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ce^{At} \\ CAe^{At} \\ \vdots \\ CA^{n-1}e^{At} \\ \vdots \end{bmatrix} x_0$$

$\Downarrow$

SISTEMA $Ax = b$

COMO $x_0 \in \mathbb{R}^n$ (TEM n COMPONENTES A SEREM DETERMINADAS) É NECESSÁRIO QUE EXISTAM n EQUAÇÕES L.I. EM

$$V_\alpha(t) = \begin{bmatrix} Ce^{At} \\ \hline CAe^{At} \\ \hline \vdots \\ \hline CA^n e^{At} \\ \hline \vdots \end{bmatrix} . \quad \text{Em } t=0: \quad V_\alpha(0) = \begin{bmatrix} C \\ \hline CA \\ \hline CA^2 \\ \hline \vdots \\ \hline CA^n \\ \hline \vdots \end{bmatrix}$$

PELO TEOREMA DE CAYLEY-HAMILTON: $\rightarrow$ (TODA MATRIZ É RAIZ DE SEU PRÓPRIO POLINÔMIO CARACTERÍSTICO)

$$A^n = \alpha_0 I + \alpha_1 A + \dots + \alpha_{n-1} A^{n-1}$$

$$\det(sI - A) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s^1 + \alpha_0 s^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det(AI - A) = A^n + \alpha_{n-1}A^{n-1} + \dots + \alpha_1 A + \alpha_0 I = 0$$

PORTANTO, SE: