Prova 3- Física 1 para o Instituto Oceanográfico (4300111)

Prof. José Roberto B. Oliveira - IFUSP - 04/12/2012

Observação - substitua os valores numéricos após todas as manipulações algébricas de cada item.

1. A figura abaixo ilustra uma polia cilíndrica homogênea de raio R ligada simetricamente por um fio fino flexível e inextensível a duas molas iguais de constante elástica k. O eixo da polia pode girar livremente (sem atrito) em um mancal fixo ao teto por meio de um suporte. As molas estão fixas ao chão, em suas extremidades inferiores. Uma seta desenhada na polia permite visualizar o ângulo de rotação da polia $\varphi(t)$ com relação à direção vertical (A). O sistema, uma vez perturbado, realiza um movimento oscilatório em torno da posição de equilíbrio $\varphi = 0$, ilustrada em (B), de acordo com a equação $\varphi(t) = A\cos(\omega_0 t + \delta)$ (onde $A > 0$, e δ são constantes).

(a) [1,0] Considerando que não há escorregamento do fio na superfície da polia, determine a relação entre a coordenada x, da extremidade da mola da esquerda (vide a posição A), e o ângulo φ, adotando, como origem do eixo x, a posição de equilíbrio ilustrada em (B).

(b) [1,0] Mostre que o torque resultante sobre a polia, com relação ao seu eixo, é dado por: $\tau_R = -2kR^2\varphi$. Obs.: Mesmo na posição de equilíbrio (A) (onde $\tau_R = 0$) as molas já estão bem esticadas (seu comprimento natural corresponde ao da mola apresentada no centro da figura, com extremidade superior em $x = -a$) para evitar afrouxamento do fio durante a oscilação.

(c) [1,0] Sendo I o momento de inércia da polia (e supondo desprezíveis as massas das molas e do fio), obtenha a equação diferencial para $\varphi(t)$, e determine a massa M da polia sabendo que o período da oscilação é $T = 3,14$s, dado $k = 10$ N/m. Obs.: Para um cilindro homogêneo, o momento de inércia em torno do eixo de simetria é dado por $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

(d) [1,0] Dado que, no instante $t = 0$, o sistema se encontra na posição de equilíbrio $\varphi(0) = 0$ com velocidade angular $\frac{d\varphi}{dt} < 0$, encontre o valor da fase inicial δ (assumindo que a fase esteja definida no intervalo $-\pi < \delta \leq \pi$).

(e) [1,0] Encontre a amplitude A do movimento, sabendo que a energia cinética no instante representado em (B) vale $E_c[B] = \frac{5}{8}$ J, dado que $R = \frac{1}{\pi}$ m. Obs.: lembre-se de que para o movimento de rotação, $E_c = \frac{1}{2}I\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$.

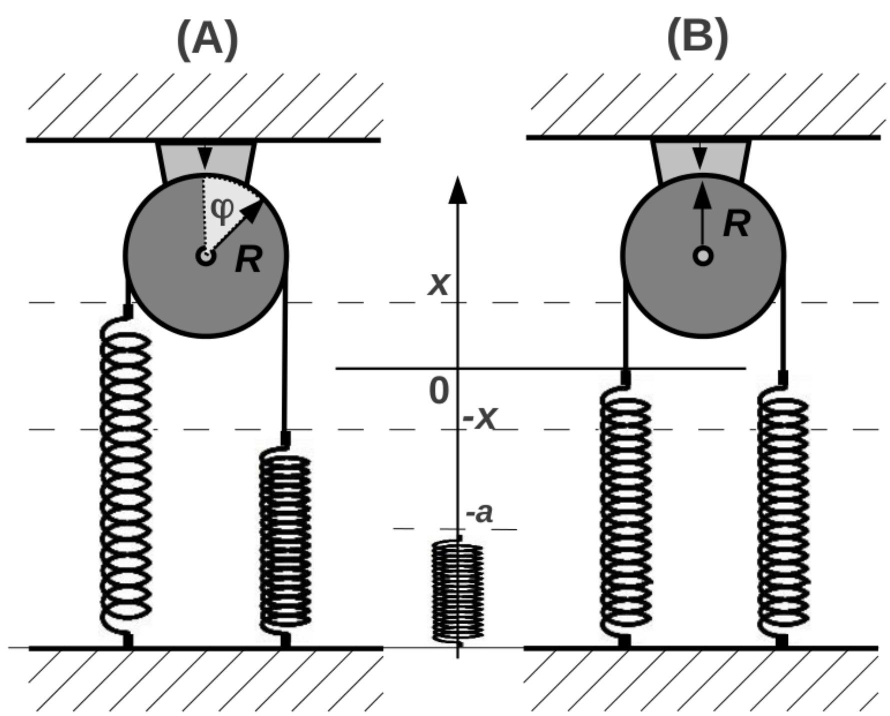

Figura 1. Oscilador de *Polia-com-molas*. (A) posição genérica. (B) posição de equilíbrio.

2. Uma porta está dotada de um sistema de mola e amortecedor projetado para operar em regime de amortecimento crítico ($\omega_0 = \frac{\gamma}{2}$). A solução da equação diferencial para o ângulo φ de abertura da porta em função do tempo é, portanto: $\varphi(t) = (A + Bt)e^{-\frac{\gamma}{2}t}$, onde A e B são constantes. Dado: $\gamma = \frac{3}{e}$ Hz (isto é, $\gamma \approx 1,10$/s pois o número de Euler é $e \approx 2.72$):

(a) [1,0] Determine a constante A, se, em $t = 0$, a porta está fechada ($\varphi(0) = 0$).

(b) [1,0] A porta recebe em $t = 0$ um chute forte que transmite de forma praticamente instantânea a ela certa velocidade angular inicial. Determine o instante t_1 em que ocorre a abertura máxima da porta.

(c) [1,0] Sendo o ângulo de abertura máxima $\varphi_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad, determine a constante B.

(d) [0,5] Estime o ângulo de deflexão da porta no instante $t_2 = 4e$ s (obs.: $e^{-5} \approx 0,007$).

(e) [0,5] Determine a velocidade angular inicial da porta logo após o chute ($t = 0$).

(f) [1,0] Qual seria a frequência de oscilação livre (sem amortecimento) deste sistema "*porta+mola*" ?