

**MAP 2320 – MÉTODOS NUMÉRICOS EM EQUAÇÕES
DIFERENCIAIS II**

2º Semestre - 2020

Prof. Dr. Luis Carlos de Castro Santos

lsantos@ime.usp.br

Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução (Versão Preliminar)

Reginaldo J. Santos
Departamento de Matemática-ICEx
Universidade Federal de Minas Gerais
<http://www.mat.ufmg.br/~regi>

Julho 2011

2	Séries de Fourier	162
2.1	Teorema de Fourier	163
2.1.1	Séries de Fourier de Funções Pares e Ímpares	178
2.1.2	Demonstração do Teorema sobre a Convergência da Série de Fourier	194
2.1.3	Limites e Derivação de Séries de Funções	197
2.1.4	Tabela de Coeficientes de Séries de Fourier	202
	Exercícios	203
2.2	Séries de Fourier de Senos e de Cossenos de Índices Ímpares	215
	Exercícios	229
2.3	Oscilações Forçadas com Força Externa Periódica	234
2.3.1	Oscilações Forçadas sem Amortecimento	234
2.3.2	Oscilações Forçadas com Amortecimento	241
	Exercícios	248
2.4	Respostas dos Exercícios	251

2.1 Teorema de Fourier

Teorema 2.1 (Fourier). *Seja L um número real maior que zero. Para toda função $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua por partes tal que a sua derivada f' também seja contínua por partes, a série de Fourier de f*

$$S_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi t}{L},$$

em que

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

converge para f nos pontos de $(-L, L)$ em que f é contínua. Ou seja, podemos representar f por sua série de Fourier:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi t}{L}, \quad \text{para } t \in (-L, L) \text{ em que } f \text{ é contínua.}$$

Pela definição formal o processo consiste na integração dos produtos da função por seno e cosseno diretamente.

2.1.4 Tabela de Coeficientes de Séries de Fourier

Coeficientes das Séries de Fourier de Funções Elementares		
$f: [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}, -1 \leq c < d \leq 1$	$a_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt$	$b_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt$
$f_{c,d}^{(0)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(0)}, L) &= d - c \\ a_n(f_{c,d}^{(0)}, L) &= \frac{1}{n\pi} \sin s \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$b_n(f_{c,d}^{(0)}, L) = -\frac{1}{n\pi} \cos s \Big _{n\pi c}^{n\pi d}$
$f_{c,d}^{(1)}(t) = \begin{cases} t, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \frac{L}{2}(d^2 - c^2) \\ a_n(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \frac{L}{n^2\pi^2} (s \sin s + \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$\begin{aligned} b_n(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \\ \frac{L}{n^2\pi^2} (-s \cos s + \sin s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$
$f_{c,d}^{(2)}(t) = \begin{cases} t^2, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \frac{L^2}{3}(d^3 - c^3) \\ a_n(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \frac{L^2}{n^3\pi^3} ((s^2 - 2) \sin s + 2s \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$\begin{aligned} b_n(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \\ \frac{L^2}{n^3\pi^3} (2s \sin s + (2 - s^2) \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$

Os resultados para as funções polinomiais até ordem 2 já estão disponíveis na tabela. Basta apenas identificar os valores dos parâmetros c e d .

Proposição 2.3. *Sejam $f, g : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$. Se*

$$a_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt, \quad b_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt,$$

$$a_n(g, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L g(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt, \quad b_n(g, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L g(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt,$$

então para quaisquer números α e β ,

$$a_n(\alpha f + \beta g, L) = \alpha a_n(f, L) + \beta a_n(g, L) \quad e \quad b_n(\alpha f + \beta g, L) = \alpha b_n(f, L) + \beta b_n(g, L).$$

Os coeficientes da combinação linear de funções são calculados pela combinação linear dos coeficientes de cada função.

2.1.1 Séries de Fourier de Funções Pares e Ímpares

Lembramos que uma função $h : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é **par**, se

$$h(-t) = h(t), \quad \text{para todo } t \in [-L, L]$$

e é **ímpar**, se

$$h(-t) = -h(t), \quad \text{para todo } t \in [-L, L].$$

Lembramos também que se $h : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função ímpar, então

$$\int_{-L}^L h(t) dt = 0,$$

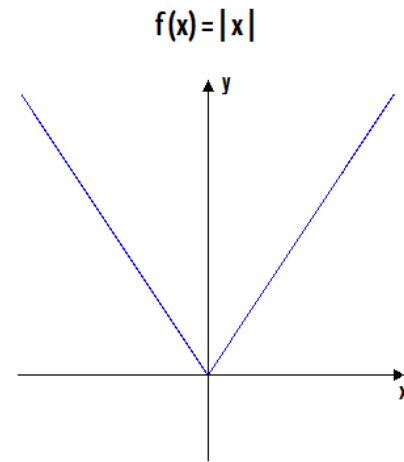
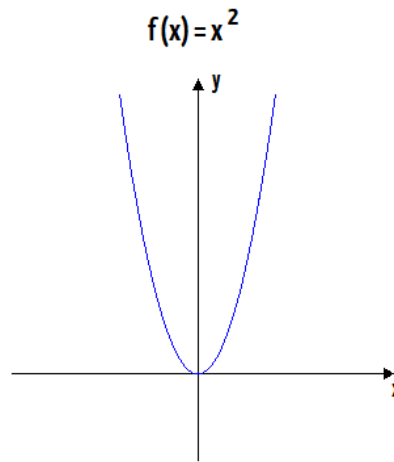
e que se $h : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função par, então

$$\int_{-L}^L h(t) dt = 2 \int_0^L h(t) dt.$$

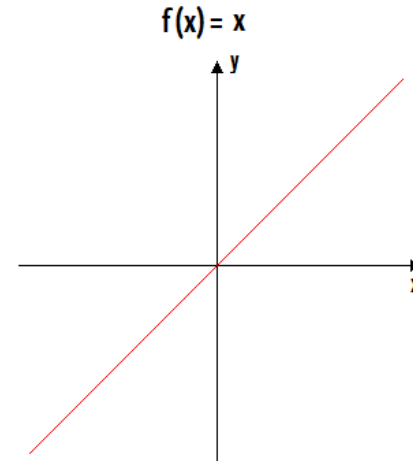
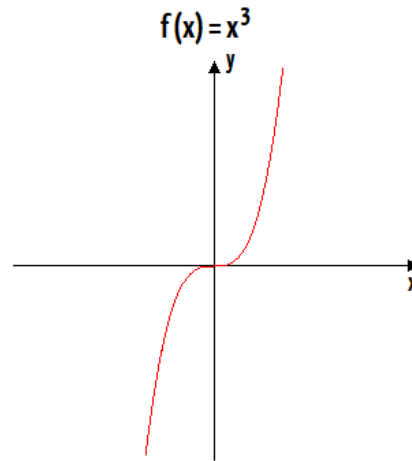
EXEMPLOS:

MAP2320

Funções Pares

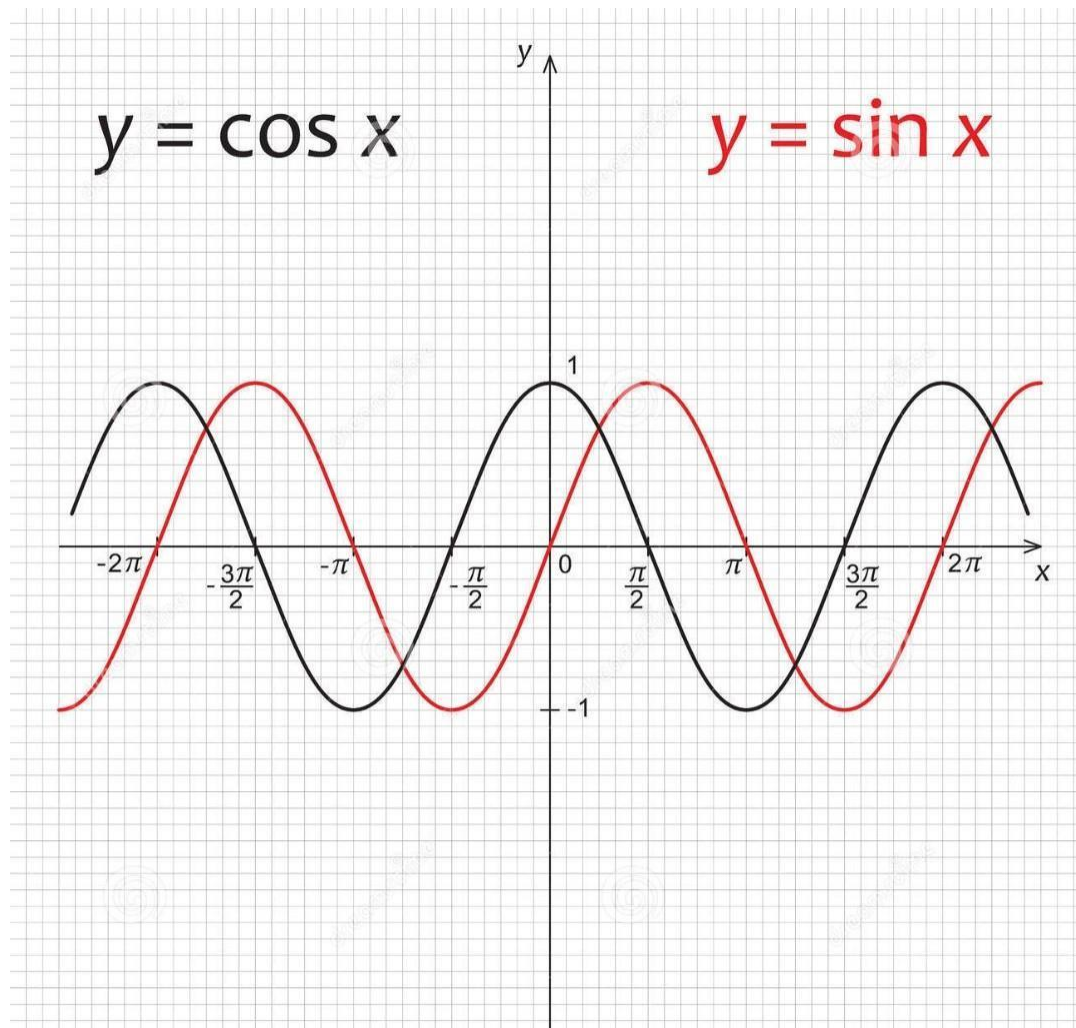


Funções Ímpares



A integração de funções pares em intervalos simétricos $[-L, L]$ resulta no dobro do valor da integração no intervalo $[0, L]$.

A integração de funções ímpares em intervalos simétricos $[-L, L]$ é nulo.



$$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$$

Ou seja, se uma função $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é par a sua série de Fourier tem somente os termos em cossenos,

$$S_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L}.$$

Para as funções f que são definidas apenas em $[0, L]$ podemos prolongá-las de forma que elas se tornem par no intervalo $[-L, L]$:

$$\tilde{f}(t) = \begin{cases} f(-t), & \text{se } -L \leq t < 0 \\ f(t), & \text{se } 0 \leq t < L \end{cases}$$

é a extensão par de f . E assim temos o seguinte resultado.

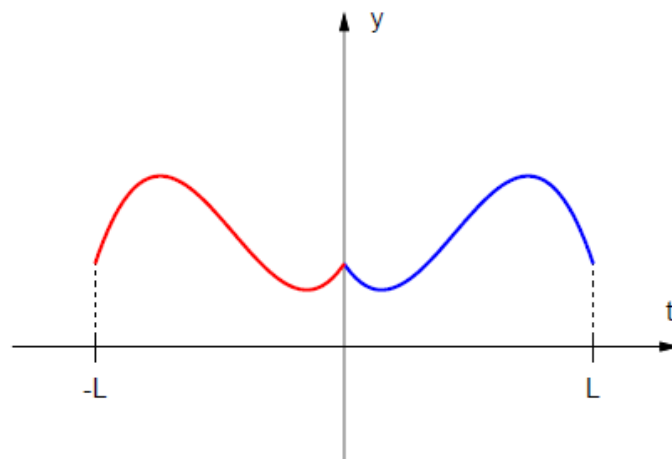


Figura 2.3 – Prolongamento par de uma função definida inicialmente somente no intervalo $[0, L]$

Já vimos que se uma função $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua por partes com derivada f' também contínua por partes, então pelo Teorema 2.1 ela pode ser representada por sua série de Fourier

$$S_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi t}{L}.$$

Se a função f é **par**, então $f(t) \sin \frac{n\pi t}{L}$ é ímpar e $f(t) \cos \frac{n\pi t}{L}$ é par (verifique!). Logo os coeficientes da série de Fourier de f são dados por:

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt, \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt = 0, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots$$

Considere a função no intervalo $[0,L]$

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, aL], 0 < a < 1 \\ 0, & \text{todo resto} \end{cases}$$

Se usarmos a tabela considerando que a função está definida no intervalo de $[-L,L]$
Teríamos:

Usando a tabela: $c = 0, d = a$

$$a_0(f, L) = d - c = a - 0 = a$$

$$a_n(f, L) = \frac{1}{n\pi} \text{sen}(s) \Big|_0^{n\pi a} = \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi a)$$

Obtém-se os coeficientes do termo em cosseno da Série de Fourier no intervalo $[-L,L]$.

Considere agora a função no intervalo $[-L, L]$ sendo a extensão par da função anterior

$$\tilde{f}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [-aL, aL] \\ 0, & \text{no resto} \end{cases}$$

Usando a tabela: $c = -a, d = a$

$$\tilde{a}_0(f, L) = d - c = a - (-a) = 2a$$

$$\tilde{a}_n(f, L) = \frac{1}{n\pi} \text{sen}(s) \Big|_{-n\pi a}^{n\pi a} = \frac{1}{n\pi} [\sin(n\pi a) - \sin(-n\pi a)] = \frac{2}{n\pi} \sin(n\pi a)$$

$$\tilde{b}_n(f, L) = -\frac{1}{n\pi} \cos(s) \Big|_{-n\pi a}^{n\pi a} = \frac{1}{n\pi} [\cos(n\pi a) - \cos(-n\pi a)] = 0$$

Apenas coeficientes relativos aos cossenos restam na Série de Fourier no intervalo $[-L, L]$

Esses coeficientes tem o dobro do valor dos coeficientes da função anterior

Corolário 2.4. *Seja L um número real maior que zero. Para toda função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua por partes tal que a sua derivada f' também seja contínua por partes. A série de Fourier de cossenos de f*

$$Sc_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L},$$

em que

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt, \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots$$

converge para f nos pontos do intervalo $(0, L)$ em que f é contínua. Ou seja, podemos representar f por sua série de cossenos de Fourier:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L}, \quad \text{para } t \in (0, L) \text{ em que } f \text{ é contínua.}$$

Dada uma função no intervalo $[0, L]$ é possível construir uma série de cossenos dessa função considerando sua extensão par e calculando os coeficientes de forma adequada (c e d referentes ao intervalo $[-L, L]$), depois multiplicando-os por 2.

Analogamente, se a função $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é **ímpar**, então $f(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}$ é par e $f(t) \cos \frac{n\pi t}{L}$ é ímpar (verifique!) e assim os coeficientes da série de Fourier de f são dados por:

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt = 0, \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L} dt = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L} dt, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots$$

Ou seja, se uma função $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é ímpar a sua série de Fourier tem somente os termos em senos,

$$S_f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}.$$

Para as funções f que são definidas apenas em $[0, L]$ podemos prolongá-las de forma que elas se tornem ímpar no intervalo $[-L, L]$:

$$\tilde{f}(t) = \begin{cases} -f(-t), & \text{se } -L \leq t < 0 \\ f(t), & \text{se } 0 \leq t < L \end{cases}$$

é a extensão ímpar de f . E assim temos o seguinte resultado.

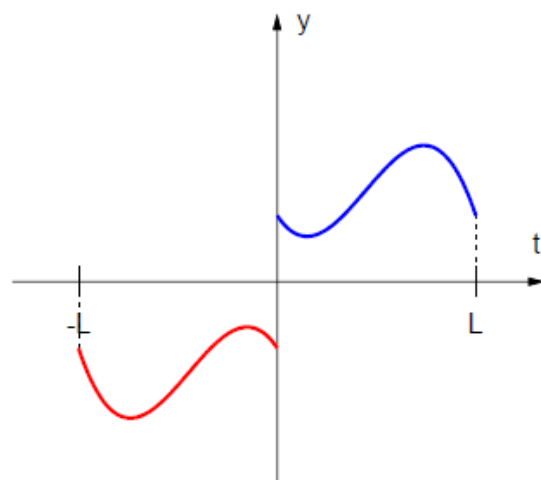


Figura 2.4 – Prolongamento ímpar de uma função definida inicialmente somente no intervalo $[0, L]$

Corolário 2.5. *Seja L um número real maior que zero. Para toda função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua por partes tal que a sua derivada f' também seja contínua por partes. A série de Fourier de senos de f*

$$Ss_f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L},$$

em que

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L} dt, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots$$

converge para f nos pontos do intervalo $(0, L)$ em que f é contínua. Ou seja, podemos representar f por sua série de senos de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}, \quad \text{para } t \in (0, L) \text{ em que } f \text{ é contínua.}$$

Dada uma função no intervalo $[0, L]$ é possível construir uma série de senos dessa função considerando sua extensão ímpar e calculando os coeficientes de forma adequada (c e d referentes ao intervalo $[-L, L]$), depois multiplicando-os por 2.

A série de Fourier de cossenos de f

$$Sc_f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{L},$$

A série de Fourier de senos de f

$$Ss_f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sen \frac{n\pi t}{L},$$

A mesma função definida no intervalo $[0,L]$ pode ser aproximada tanto por uma série de senos quanto por uma série de cossenos (veremos exemplos em seguida).

O cálculo dos respectivos coeficientes são obtidos usando o recurso da tabela, com c e d definidos em relação ao intervalo $[-L,L]$.

Exemplo 2.9. Considere a função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(t) = 1$, para $0 \leq t \leq 1$. A série de cossenos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja par e a série de senos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja ímpar. Os coeficientes podem ser obtidos da tabela na página 202.

$$a_0 = 2a_0(f_{0,1}^{(0)}, L) = 2, \quad a_n = 2a_n(f_{0,1}^{(0)}, L) = 0,$$

$$b_n = 2b_n(f_{0,1}^{(0)}, L) = -\frac{2(\cos n\pi - 1)}{n\pi} = \frac{2(1 - (-1)^n)}{n\pi}.$$



$$Sc_f(t) = 1,$$

$$Ss_f(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi t}{L}.$$

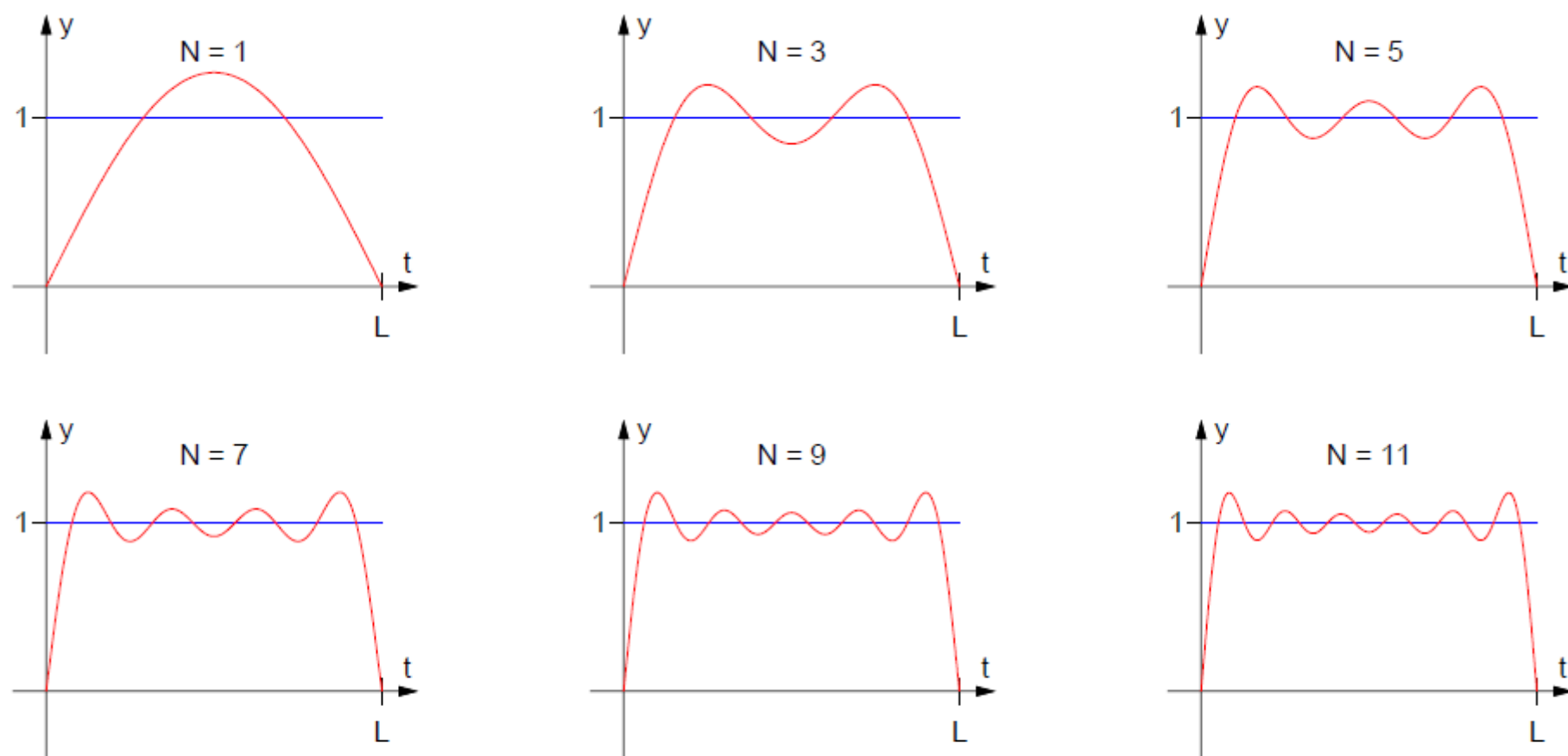


Figura 2.5 – A função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(t) = 1$ para $t \in [0, L]$ e as somas parciais da série de Fourier de senos de f , para $N = 1, 3, 5, 7, 9, 11$

$$Sc_f(t) = 1, \quad Ss_f(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}$$

Exemplo 2.10. Considere a função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(t) = t$, para $0 \leq t \leq L$. A série de cossenos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja par e a série de senos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja ímpar. Os coeficientes podem ser obtidos da tabela na página 202.

$$a_0 = 2a_0(f_{0,1}^{(1)}, L) = L,$$

$$a_n = 2a_n(f_{0,1}^{(1)}, L) = \frac{2L}{n^2\pi^2}(\cos n\pi - 1) = \frac{2L}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1),$$

$$b_n = 2b_n(f_{0,1}^{(1)}, L) = \frac{2L}{n\pi}(-\cos n\pi) = \frac{(-1)^{n+1}2L}{n\pi}.$$

$$Sc_f(t) = \frac{L}{2} + \frac{2L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n^2} \cos \frac{n\pi t}{L} = \frac{L}{2} - \frac{4L}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos \frac{(2n+1)\pi t}{L},$$

$$Ss_f(t) = \frac{2L}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}.$$

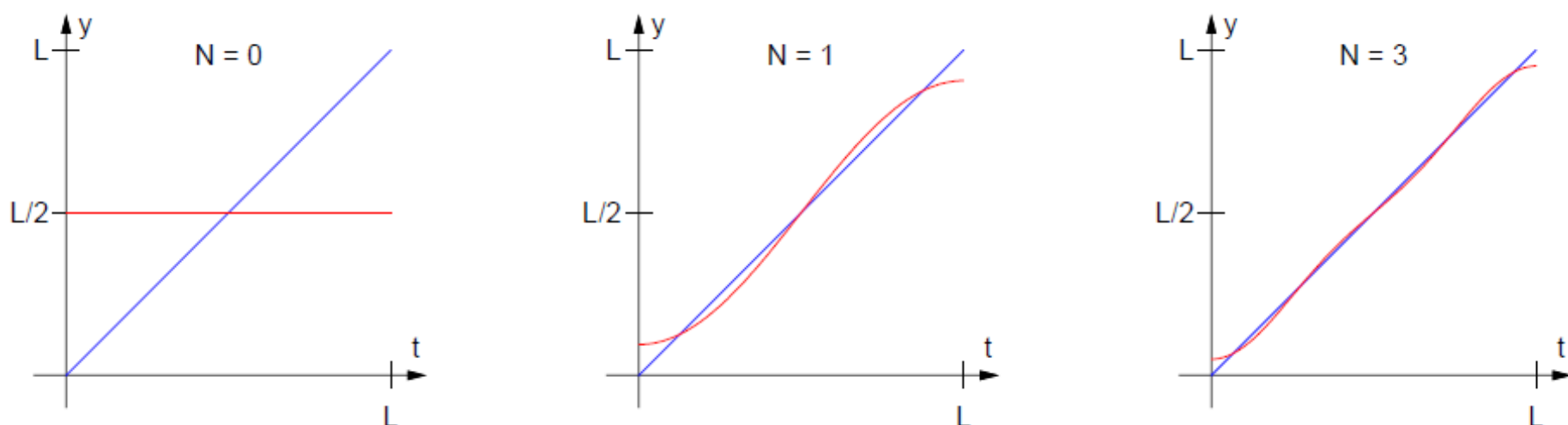


Figura 2.6 – A função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(t) = t$ para $t \in [0, L]$ e somas parciais da sua série de Fourier de cossenos para $N = 0, 1, 3$

$$Sc_f(t) = \frac{L}{2} + \frac{2L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n^2} \cos \frac{n\pi t}{L}.$$

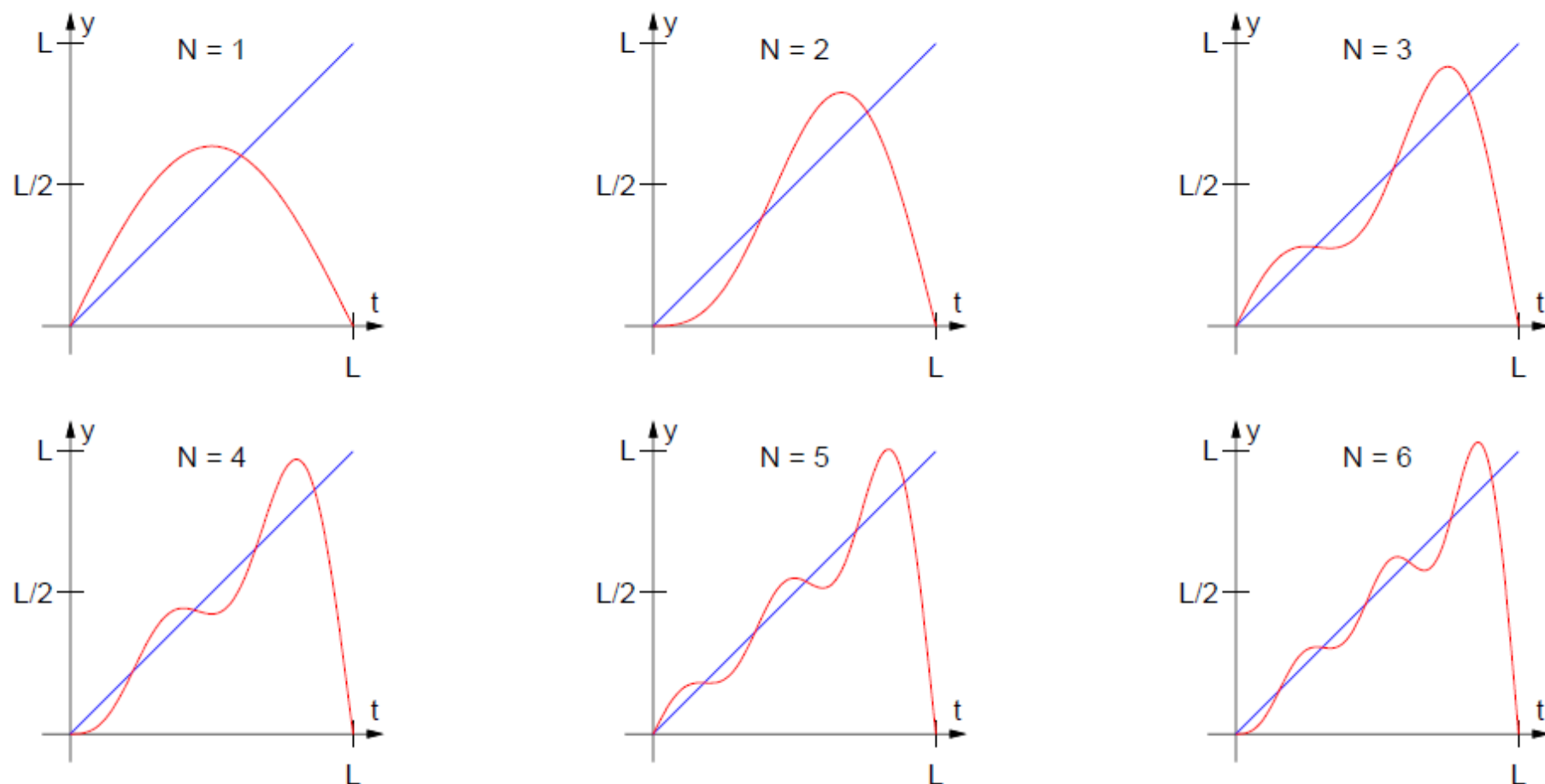


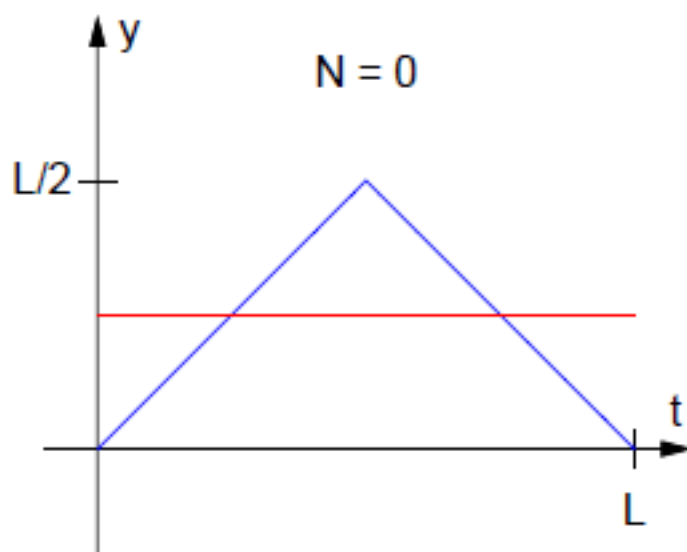
Figura 2.7 – A função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(t) = t$ para $t \in [0, L]$ e as somas parciais da sua série de Fourier de senos de f , para $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$Ss_f(t) = \frac{2L}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{L}.$$

Exemplo 2.11. Considere a função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(t) = \begin{cases} t, & \text{se } 0 \leq t \leq L/2 \\ L - t, & \text{se } L/2 < t \leq L \end{cases}$$

A série de cossenos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja par e a série de senos é obtida estendendo-se f ao intervalo $[-L, L]$ de forma que ela seja ímpar.



$$c=0, d=1/2$$

$$f_{c,d}^{(1)}(t) = \begin{cases} t, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

+

L

*

$$c=1/2, d=1$$

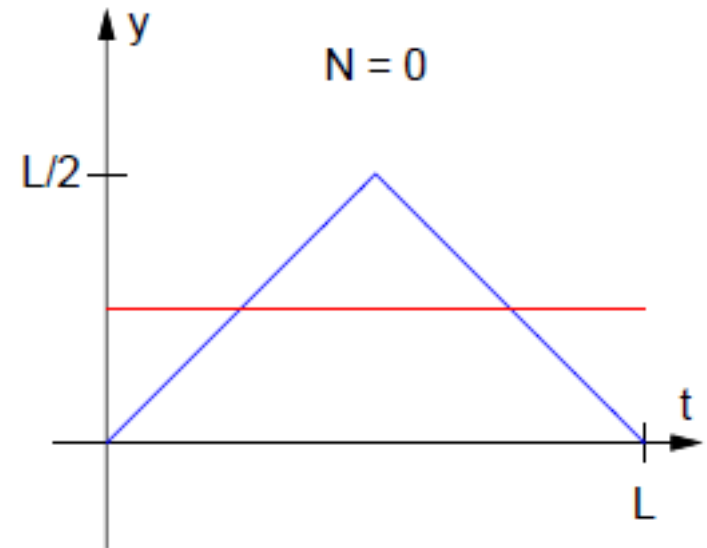
$$f_{c,d}^{(0)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

-

$$c=1/2, d=1$$

$$f_{c,d}^{(1)}(t) = \begin{cases} t, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f(t) = \begin{cases} t, & \text{se } 0 \leq t \leq L/2 \\ L-t, & \text{se } L/2 < t \leq L \end{cases}$$



=

Realizando a mesma combinação linear sobre os coeficientes obtemos a série correspondente

Usando a tabela na página 202 os coeficientes a_n e b_n podem ser calculados como

$$a_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx = 2 \left(a_0(f_{0,1/2}^{(1)}, L) + La_0(f_{1/2,1}^{(0)}, L) - a_0(f_{1/2,1}^{(1)}, L) \right) = \frac{L}{2}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \\ &= 2 \left(a_n(f_{0,1/2}^{(1)}, L) + La_n(f_{1/2,1}^{(0)}, L) - a_n(f_{1/2,1}^{(1)}, L) \right) \\ &= \frac{2L}{n^2\pi^2} (s \operatorname{sen} s + \cos s) \Big|_0^{n\pi/2} + \frac{2L}{n\pi} \operatorname{sen} s \Big|_{n\pi/2}^{n\pi} - \frac{2L}{n^2\pi^2} (s \operatorname{sen} s + \cos s) \Big|_{n\pi/2}^{n\pi} \\ &= \frac{4L}{n^2\pi^2} \cos \frac{n\pi}{2} - \frac{2L}{n^2\pi^2} - \frac{2L}{n^2\pi^2} \cos n\pi \\ &= 2L \frac{2 \cos \frac{n\pi}{2} - 1 - (-1)^n}{n^2\pi^2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \end{aligned}$$

Entretanto alguns termos são nulos. Podemos separar os termos em de índice par e de índice ímpar

$$a_{2k+1} = 0$$

$$a_{2k} = 2L \frac{2 \cos k\pi - 2}{(2k)^2 \pi^2} = L \frac{(-1)^k - 1}{k^2 \pi^2}.$$

os termos de índice par podem ainda ser separados:

$$a_{2 \cdot 2l} = 0$$

$$a_{2(2l+1)} = L \frac{-2}{(2l+1)^2 \pi^2} = -\frac{2L}{(2l+1)^2 \pi^2}.$$

Como a função f é contínua com sua derivada f' também contínua, pelo Corolário 2.4, ela pode ser representada por sua série de Fourier de cossenos e pelo Corolário 2.5 por sua série de Fourier de senos :

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{L}{4} + \frac{2L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos \frac{n\pi}{2} - 1 - (-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi t}{L} \\
 &= \frac{L}{4} + \frac{L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n^2} \cos \frac{2n\pi t}{L} \\
 &= \frac{L}{4} - \frac{2L}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos \frac{2(2n+1)\pi t}{L} \\
 f(t) &= \frac{4L}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n^2} \sin \frac{n\pi t}{L} \\
 &= \frac{4L}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin \frac{(2n+1)\pi t}{L}
 \end{aligned}$$

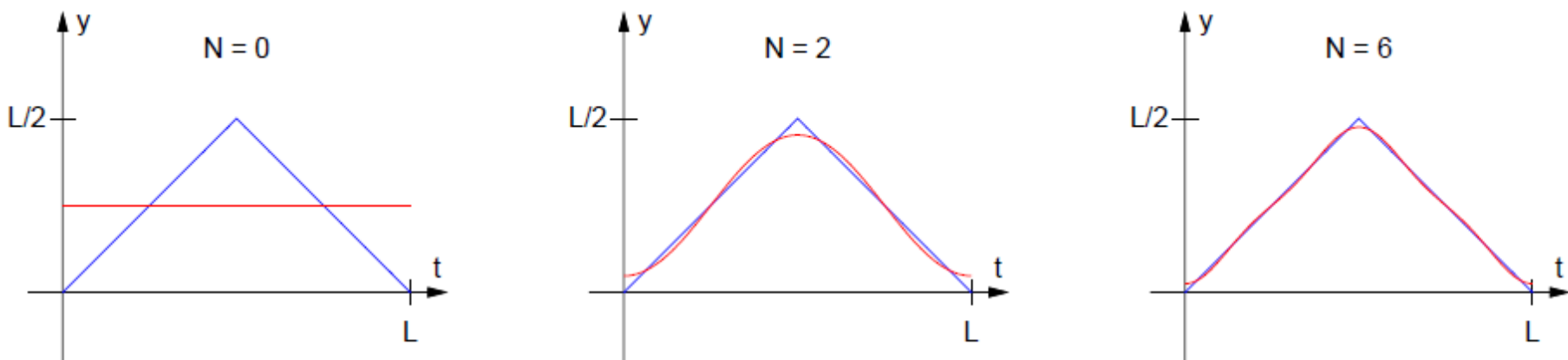


Figura 2.8 – A função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(t) = t$ se $t \in [0, L/2]$ e $f(t) = L - t$ se $t \in [L/2, L]$ e somas parciais da série de Fourier de cossenos para $N = 0, 2, 6$

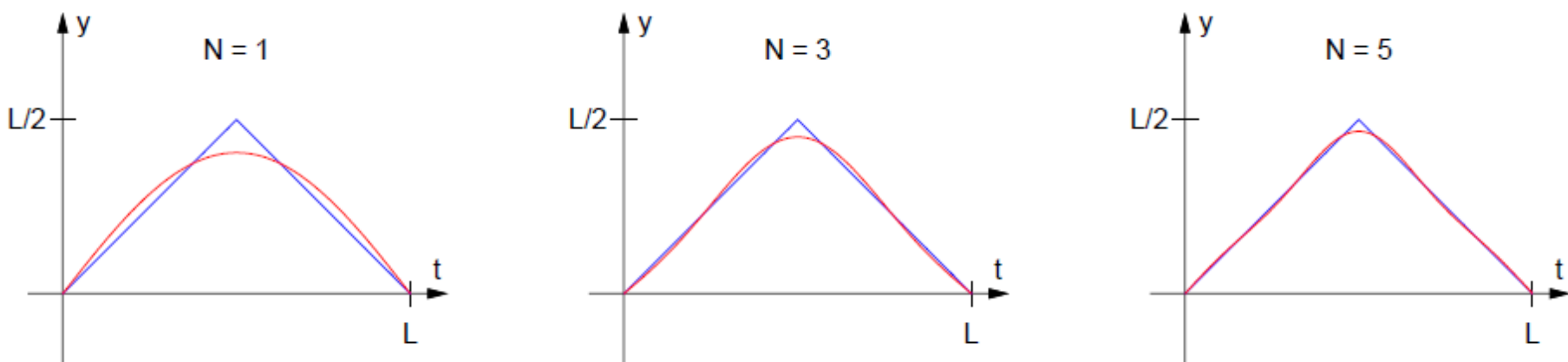
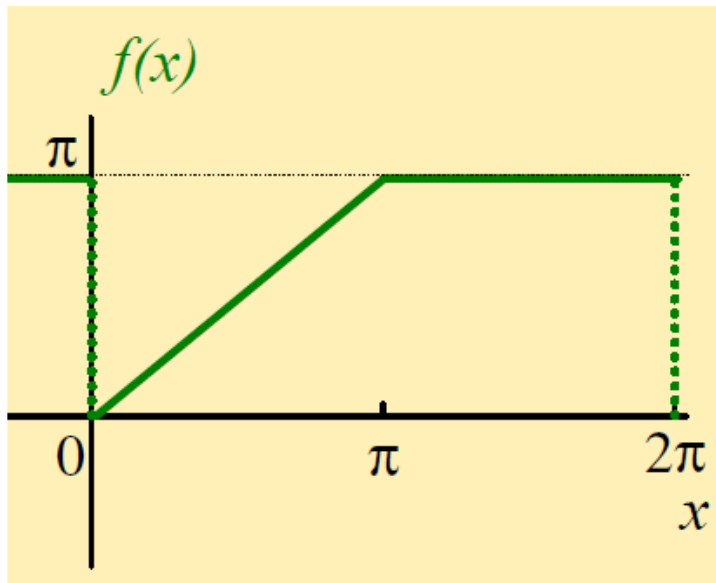


Figura 2.9 – A função $f : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(t) = t$ se $t \in [0, L/2]$ e $f(t) = L - t$ se $t \in [L/2, L]$ e somas parciais da série de Fourier de senos para $N = 1, 3, 5$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ \pi, & \pi < x < 2\pi, \end{cases}$$



Encontre as séries de seno e cosseno e compare graficamente com a função

MAP 2320 – MÉTODOS NUMÉRICOS EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS II

2º Semestre - 2020

Roteiro do curso

- Introdução
- Séries de Fourier
- Método de Diferenças Finitas
- **Equação do calor transiente (parabólica)**
- Equação de Poisson (elíptica)
- Equação da onda (hiperbólica)