Sistemas Fluidicos

- ***Hidráulicos***

  ** Tanque com válvula de saída não linear*

  ** Linearização*

  ** Servo motor hidráulico*

- ***Pneumáticos***

Sistemas Fluidicos

Fluidos

Líquidos: (incompressíveis)

SISTEMAS HIDRÁULICOS

Gases: (compressíveis)

SISTEMAS PNEUMÁTICOS

Sistemas Hidráulicos

- Grande aplicação industrial: máquinas ferramentas, veículos, movimentação de carga...
- Vantagens: versatilidade, precisão, flexibilidade, robustez, simplicidade, silêncio, alta razão potência/peso, alta velocidade de operação, reversibilidade de marcha, suavidade de operação....

  Ex.: torno mecânico com duas bombas, boby-cat

Variáveis básicas

- Q → variável através (vazão volumétrica)

$$[Q] = \frac{m^3}{s}$$

- p → variável entre (pressão)

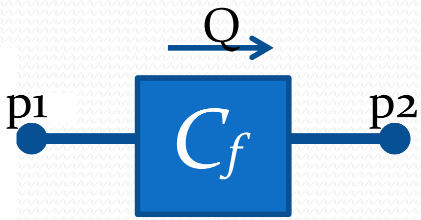
$$[p] = \frac{N}{m^2}$$

Elementos puros

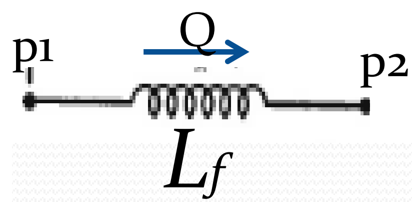
Elementos puros:

a) armazenadores de energia (E)

- Capacitância fluidica

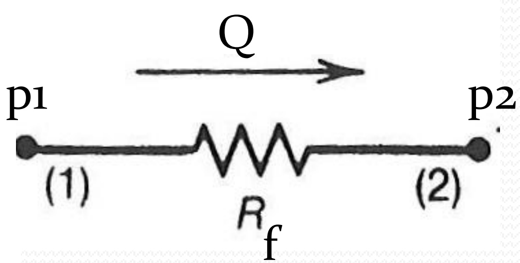


- Indutância fluidica

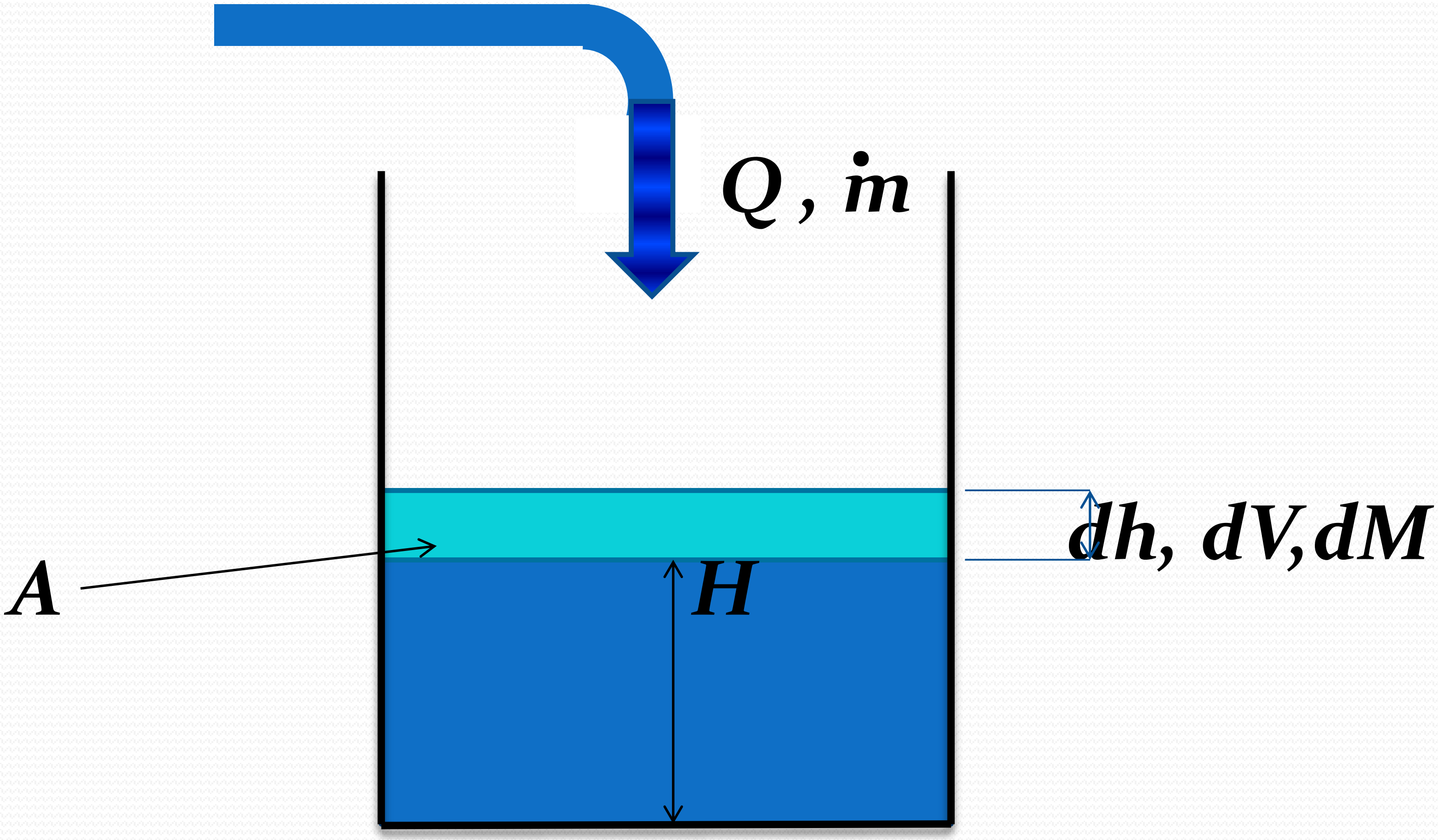


b) dissipadores de Energia:

-Resistência fluidica



Capacitância fluidica



$A \rightarrow$ *área transversal do tanque cilíndrico*

$H \rightarrow$ *altura*

$V \rightarrow$ *volume*

$M \rightarrow$ *massa*

$Q \rightarrow$ *vazão volumétrica*

$\dot{m} \rightarrow$ *vazão mássica* $\rightarrow [\dot{m}]$ = kg/s

ρ (densidade) $\rightarrow$ cte.

Capacitância fluidica

- Lei da conservação da massa → massa que entra = Δ de massa no reservatório

$$\dot{m}dt = dM = d\rho V$$

fluido incompressível :

$$\rho \mathrm{Q}\mathrm{dt} = \rho \mathrm{dV} \Rightarrow \mathrm{Q} = \frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} = \frac{dAH}{dt}$$

$$\therefore Q = \frac{AdH}{dt}$$

$$\text{como}: \; p = \rho g H \Rightarrow H = \frac{p}{\rho g} \therefore Q = \frac{A}{\rho g}\frac{dp}{dt}$$

$$\Rightarrow Q = C_f \frac{dp}{dt} \quad \text{onde} \quad C_f = \frac{A}{\rho g}$$

Quanto maior o tanque (maior área A) → maior capacidade de armazenar fluido.

através

entre

Analogias :

$$i = C\frac{dV_c}{dt}$$

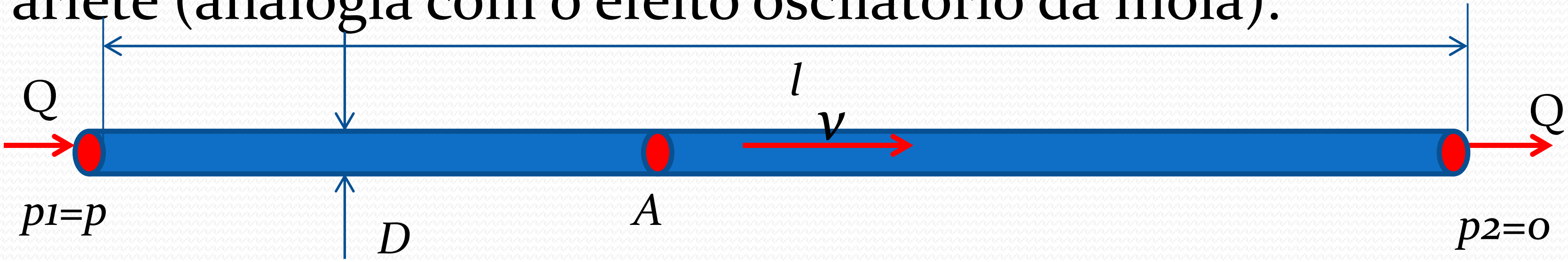
$$\vec{f} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Analogias

mec. trans : m	v	$f(t)$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
mec. rotac. : J_o	w	$\vec{M}_e(t)$
elétrica : C	V	i(t)
fluidos : C_f	p	Q(t)
	entre	através

Indutância fluidica

- Fenômeno que ocorre em tubos longos ($l >> D$)→golpe de aríete (analogia com o efeito oscilatório da mola).



- Hipóteses:
  - Fluido incompressível;
  - Escoamento uniforme (todas as partículas tem velocidade v);
- 2ª Lei na massa no interior do tubo:

$$F = m\frac{dv}{dt} \quad \text{com} \;\; v = \frac{Q}{A}; m = \rho A l; F = (p_1 - p_2)A = pA$$

$$pA = \rho A l \frac{d\, Q/A}{dt} \Rightarrow p = \frac{\rho l}{A}\frac{dQ}{dt} = L_f \frac{dQ}{dt}$$

Analogia :

eletricidade : $V_L = L\dfrac{di}{dt}$

mecânica :

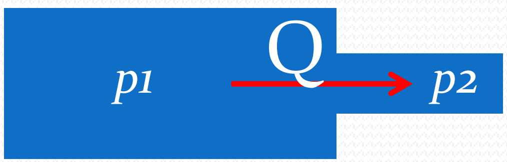
$F_m = kx \Rightarrow \dfrac{dF_m}{dt} = kv$

$$v = \frac{1}{k}\frac{dF_m}{dt}$$

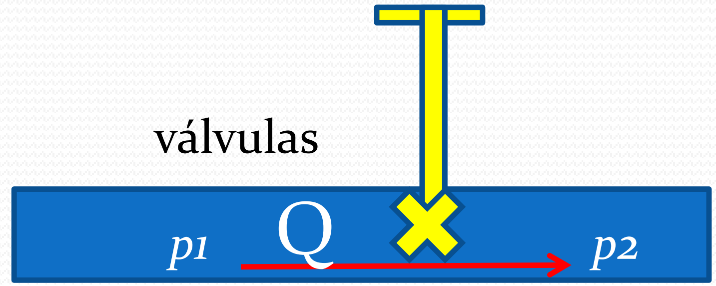
Resistência fluidica:

- Há vários tipos de resistência fluidica. Vamos nos ater à resistência na passagem por orifícios:

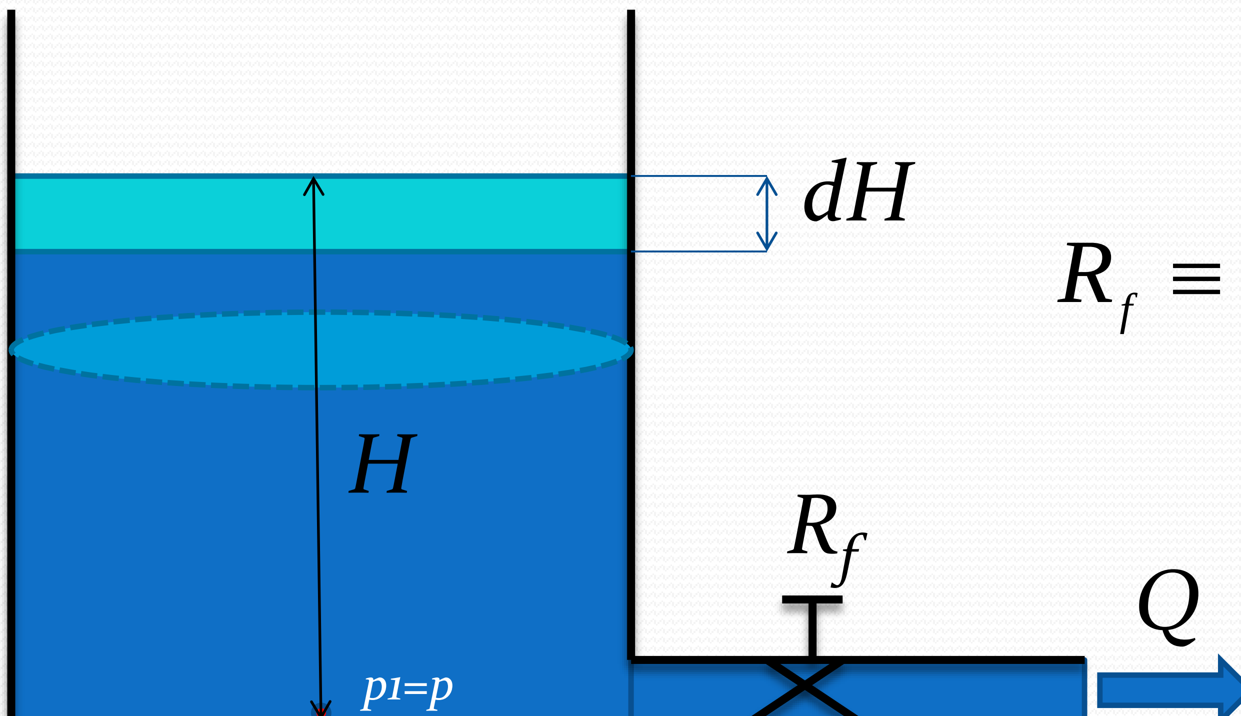
restrições



válvulas



- *R_f : variação de altura necessária para causar uma alteração unitária de vazão.*



$$R_f \equiv \frac{dH}{dQ}$$

Resistência fluidica:

- Regime laminar: Δ vazão ≈ Δ altura ➔ *Q*= *KH*

$$\frac{dQ}{dH} = K = \frac{1}{R_f} \Rightarrow R_f = \frac{H}{Q}$$

$$como \quad H = \frac{p}{\rho g}$$

$$Q = \frac{1}{R_f}\frac{p}{\rho g} = \frac{p}{\rho g R_f}$$

$$obs: \text{quando } \mathrm{p}_2 \neq 0 \Rightarrow Q = \frac{p_1 - p_2}{\rho g R_f}$$

$$\because p_1 - p_2 = \rho g R_f Q = \overline{R}_f Q$$

$$\text{Analogia com a eletricidade}:$$

$$V_R = V_1 - V_2 = Ri$$

$$p_1 - p_2 = \overline{R}_f Q$$

Resistência fluidica:

- Regime turbulento:

$$Q = K\sqrt{H} \qquad \text{e por definição } R_f \equiv \frac{dH}{dQ}$$

$$\therefore \frac{dQ}{dH} = \frac{K}{2\sqrt{H}} = \frac{1}{R_f} = \frac{K\sqrt{H}}{2H} = \frac{Q}{2H}$$

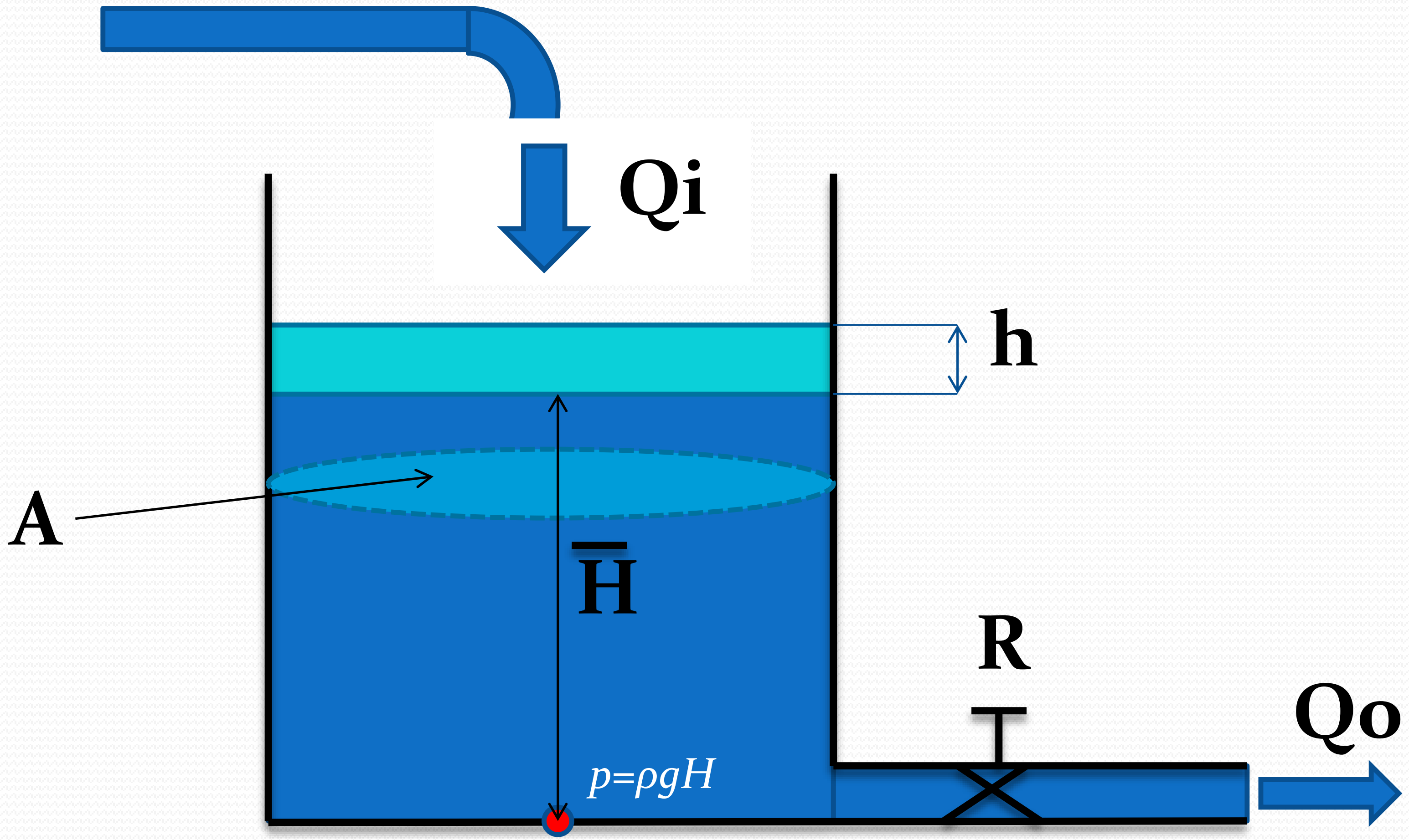
$$\Rightarrow R_f = \frac{2H}{Q}$$

- Outras analogias:
  - Trabalho
  - Potência: $P_m = F.v$ -> $P_e = i.V$ -> $P_f = Q.p$
  - Energia cinética: $E_m = (1/2)mv^2$ -> $E_e = (1/2)CV^2$ -> $E_f = (1/2)\ C_f p^2$
  - Energia potencial: $E_m = 1/2.kx^2$ -> $E_e = 1/2.Li^2$ -> $E_f = 1/2.L_f Q^2$
  - Energia Dissipada: $E_R = Ri^2$ -> $E_f = R_f Q^2$

Analogias

mec. trans : m	v	$f(t)$	k	b
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
mec. rotac. : J_o	w	$\vec{M}_e(t)$	K	B
elétrica : C	V	i(t)	$\frac{1}{\mathrm{L}}$	$\frac{1}{R}$
fluidos : C_f	p	$Q(t)$	$\frac{1}{L_f}$	$\frac{1}{R_f}$
	entre	através		

Tanque com fluido incompressível



Escoamento turbulento na válvula

$$Qi = \overline{Q} + q(t)$$

$$H = \overline{H} + h(t)$$

$$Qo = K\sqrt{H}$$

Lei da conservação da massa, fluído incompressível.

$$Qi - Qo = A\frac{dH}{dt} \Rightarrow A\frac{dh}{dt} = Qi - K\sqrt{H}$$

$$\therefore \dot{h} = \frac{1}{A}\left(Qi - K\sqrt{H}\right)$$

$$\dot{h} = \frac{1}{A}\left(Qi - K\sqrt{H}\right)$$

Falar sobre linearização aqui.

$$\therefore \dot{h} = f(Qi, H)$$

$$\dot{h} \cong f(\overline{Q}, \overline{H}) + \left.\frac{\partial f}{\partial Qi}\right|_{\frac{\overline{Q}}{\overline{H}}} \left(Qi - \overline{Q}\right) + \left.\frac{\partial f}{\partial H}\right|_{\frac{\overline{Q}}{\overline{H}}} \left(H - \overline{H}\right)$$

$$\text{Obs.: } f(\overline{Q}, \overline{H}) \rightarrow R.P. \rightarrow \dot{h} = 0 \Rightarrow \overline{Q} = K\sqrt{\overline{H}}$$

$$\therefore f(\overline{Q}, \overline{H}) = \frac{1}{A}\left(\overline{Q} - K\sqrt{\overline{H}}\right) = 0$$

$$\therefore \dot{h} \cong \frac{1}{A}\left(q(t) - \left.\frac{K}{2\sqrt{H}}\right|_{\frac{\overline{Q}}{\overline{H}}} h(t) \right) = \frac{1}{A}\left(q(t) - \frac{K}{2\sqrt{\overline{H}}} h(t) \right)$$

$$K = ?$$

$$R \triangleq \frac{dH}{dQ}$$

$$Qo = K\sqrt{H} \Rightarrow \frac{dQo}{dH} = \frac{K}{2\sqrt{H}} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{H}}{K}$$

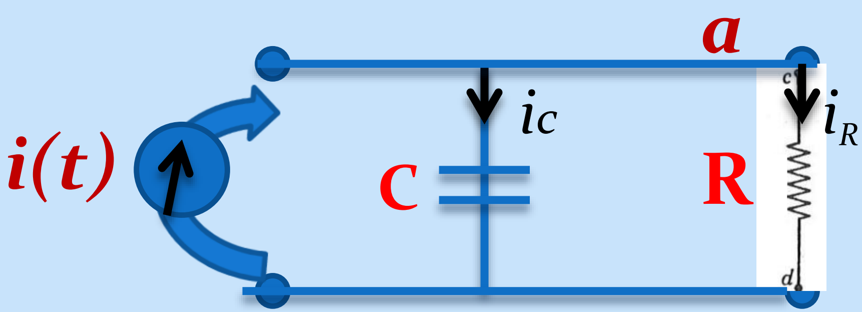
$$\therefore K = \frac{2\sqrt{H}}{R} \text{ em R.P.} \Rightarrow K = \frac{2\sqrt{\overline{\overline{H}}}}{R}$$

$$\dot{h} = \frac{1}{A}\left(q(t) - \frac{K}{2\sqrt{\overline{\overline{H}}}}h(t)\right) = \frac{1}{A}\left(q(t) - \frac{2\sqrt{\overline{\overline{H}}}}{R \cdot 2\sqrt{\overline{\overline{H}}}}h(t)\right)$$

$$\dot{h} + \frac{h}{RA} = \frac{q}{A} \Rightarrow \text{EDO Linear!}$$

$$\dot{h} = \frac{1}{A}\left(Qi - K\sqrt{H}\right) \Rightarrow \text{EDO Não-linear!}$$

Circuitos análogos



$$p\left(\frac{1}{\bar{R}_f} + DC_f\right) = q_i$$

Resolvemos o circuito elétrico, obtendo as equações elétricas equivalentes:

$$\bar{R}_f = \rho g R_f \qquad C_f = \frac{A}{\rho g}$$

$$Va\left(\frac{1}{R} + CD\right) = i(t)$$

$$p = \rho g h$$

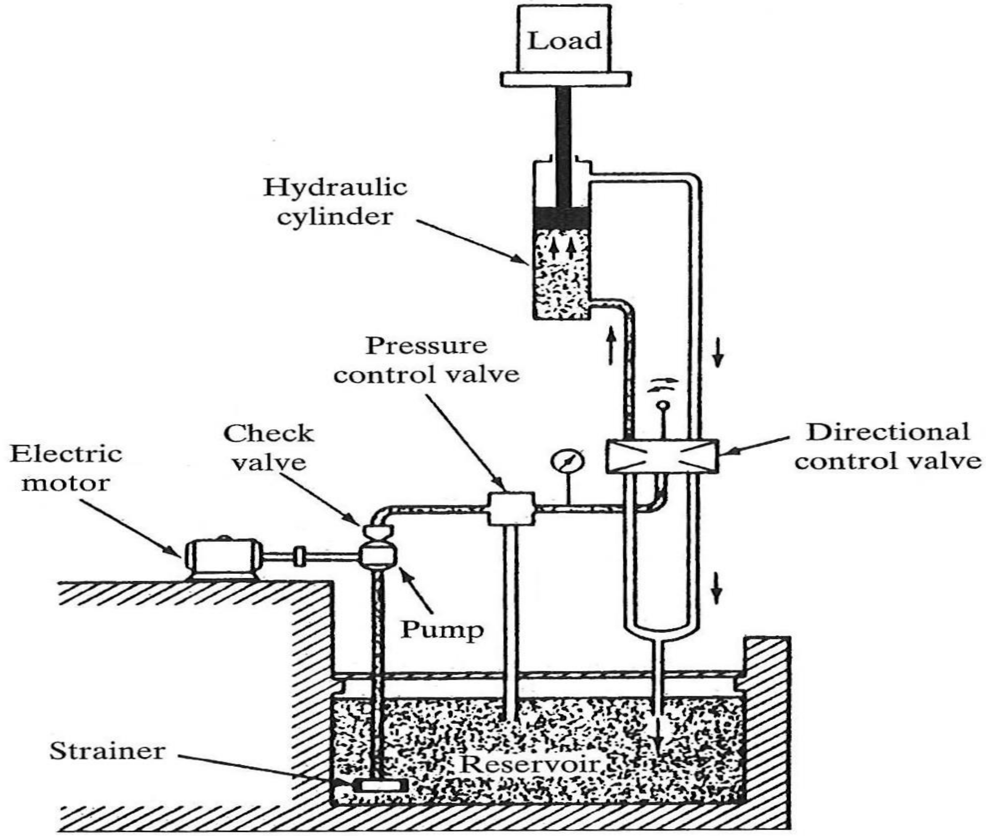
$$h\left(\frac{1}{R_f} + DA\right) = q_i$$

usando a notação usual :

$$C\dot{V}a + \frac{1}{R}Va = i(t)$$

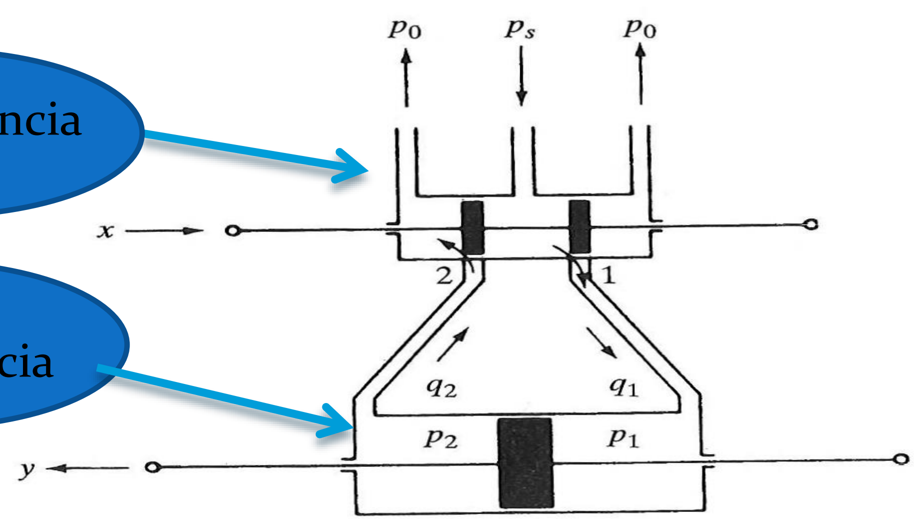
$$\because A\dot{h} + \frac{h}{R_f} = q_i$$

Servo motor hidráulico

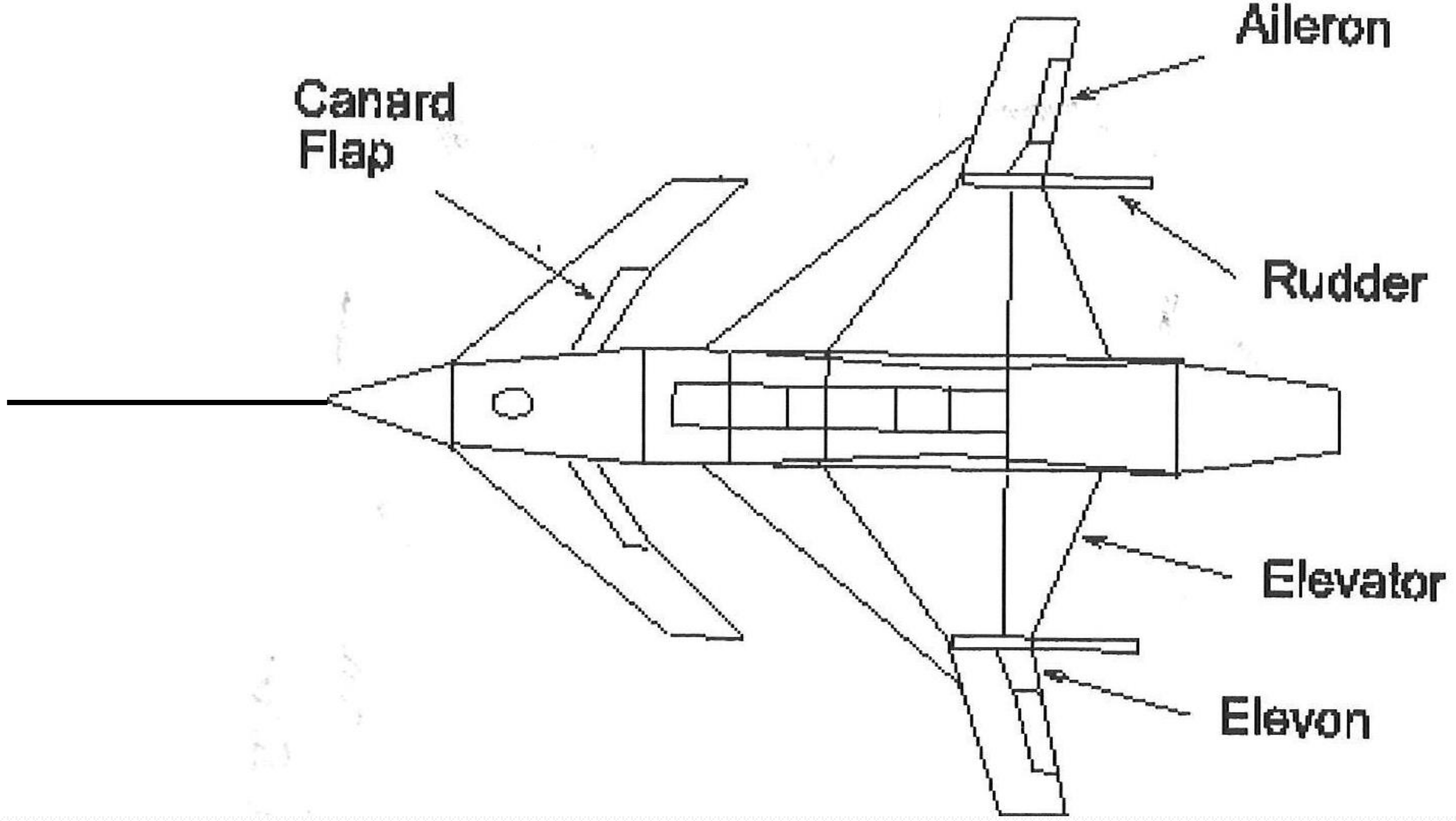


Baixa potência

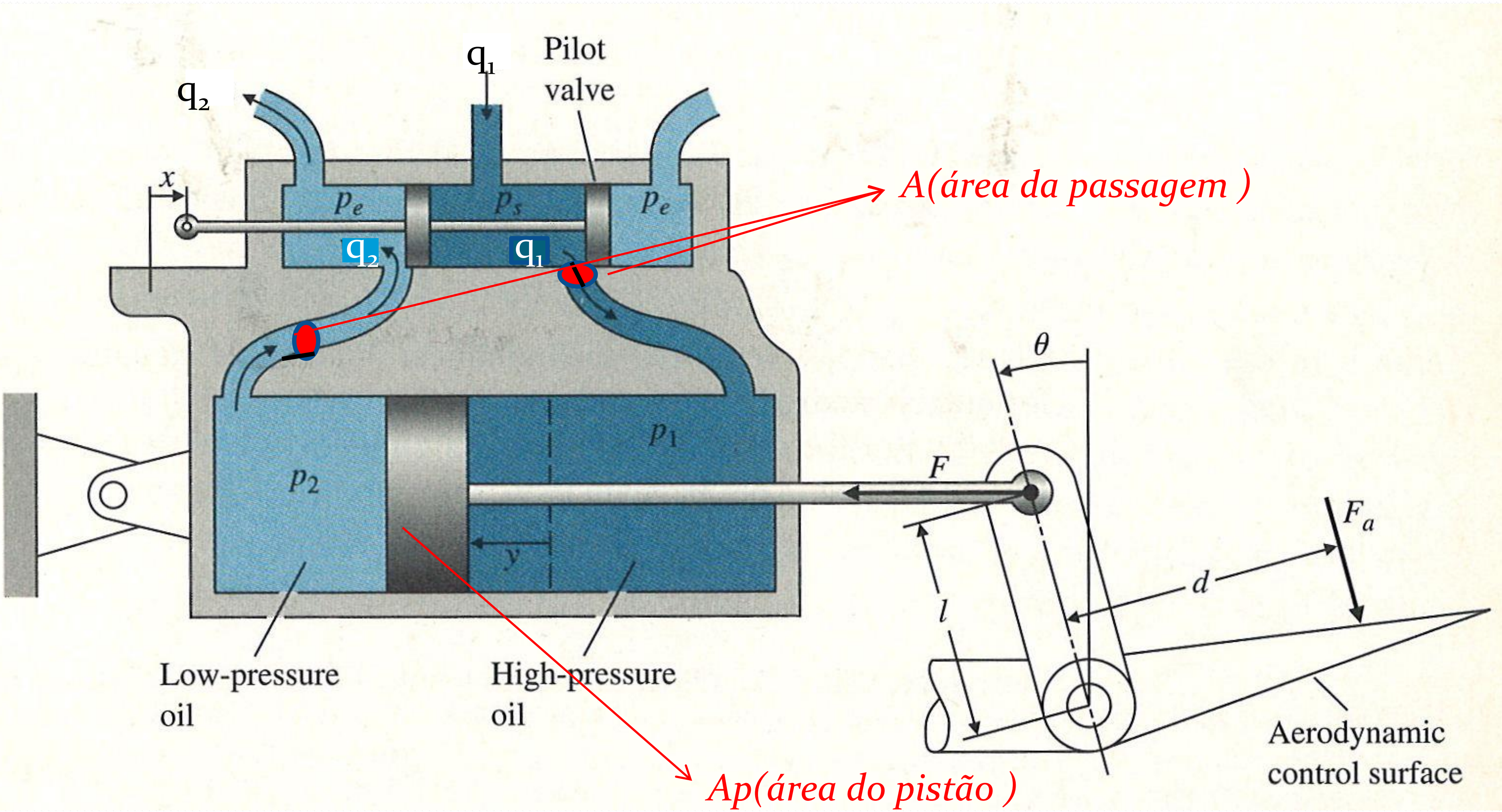
Alta potência



Aplicação de servo-motor hidráulico

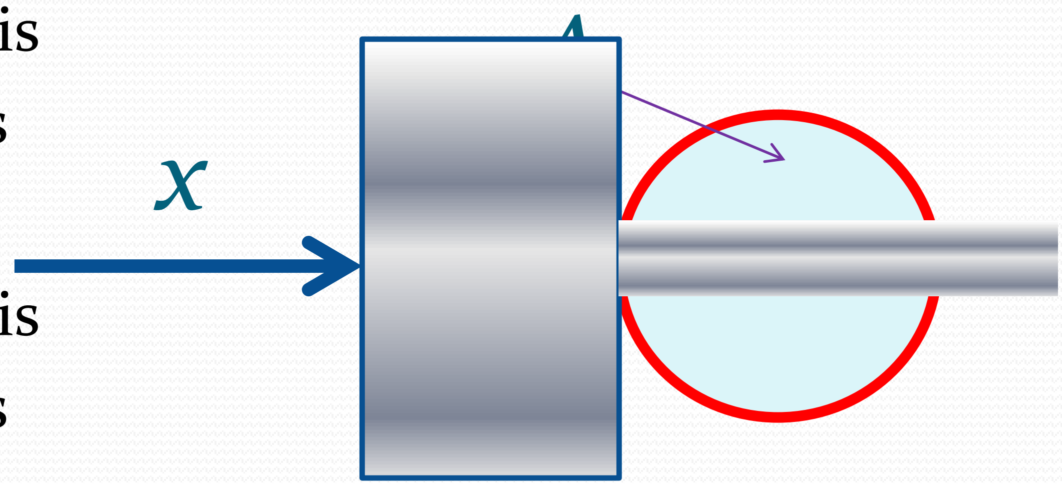


Servo-motor hidráulico
Válvula de três vias



Servo motor hidráulico: hipóteses simplificadoras

- Válvula direcional:
  - Simétrica
  - Intersecção zero (‘overlap nulo’)
  - Área do orifício proporcional ao deslocamento de acionamento (x) ➔ $A = f(x)$
  - O coeficiente de arrasto (cd) e a queda de pressão no orifício são constantes e independem da posição da válvula
  - Fluido incompressível
  - Inércias desprezíveis
  - Não há vazamentos
- Cilindro de potência
  - Inércias desprezíveis
  - Não há vazamentos



Modelo para o Servo-motor hidráulico

$$q = c_d A \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

Modelo empírico para vazão no orifício

$$obs: A = f(x) = k_1 x$$

Agrupando as ctes em k:

$$q = k\sqrt{(p_1 - p_2)}x$$

$$\Rightarrow q_1 = kx\sqrt{p_s - p_1}$$

$$q_2 = kx\sqrt{p_2 - p_e} = kx\sqrt{p_2 - 0}$$

Por simetria e pela conservação da massa:

$$q_1 = q_2 \Rightarrow p_s - p_1 = p_2 \qquad (a)$$

seja $\quad p_1 - p_2 = \Delta p \qquad (b)$

Modelo para o Servo-motor hidráulico

$$(a)+(b) \Rightarrow p_2 = \frac{p_s - \Delta p}{2}$$

$$(a)-(b) \Rightarrow p_1 = \frac{p_s + \Delta p}{2}$$

$$\Rightarrow q_1 = kx\sqrt{\frac{p_s - \Delta p}{2}} = f(x, \Delta p) \rightarrow \textit{não linear}!$$

Linearizando ao redor do ponto de equilíbrio:

$$\bar{x} = 0 \qquad \overline{\Delta p} = 0 \qquad \overline{q_1} = \overline{q_2} = 0$$

$$q_1 \cong \overline{q_1} + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{\bar{x} \\ \Delta\bar{p}}} (x - \bar{x}) + \left.\frac{\partial f}{\partial \Delta p}\right|_{\substack{\bar{x} \\ \Delta\bar{p}}} (\Delta p - \overline{\Delta p})$$

$$q_1 = \frac{k\sqrt{2}}{2}\sqrt{p_s}\,x + \cancelto{0}{\frac{k\sqrt{2}}{2}\bar{x}\frac{1}{2\sqrt{p_s - \Delta p}}\Delta p}$$

$$q_1 = \frac{k\sqrt{2}}{2}\sqrt{p_s}\,x = Kx \rightarrow a \text{ vazão pelo orifício é proporcional à abertura } x!$$

Modelo para o Servo-motor hidráulico

- Análise simplificada: - sem vazamentos

  \- fluido incompressível

Conservação da massa: Seja $dV = \Delta$ de volume no cilindro de potência

$$q_1 dt = dV = d\left(A_p y\right)$$

$$\therefore \frac{dy}{dt} = \frac{q_1}{A_p} = \frac{Kx}{A_p} = \overline{K}x$$

$$\Rightarrow y = \overline{K}\int x dt \rightarrow \text{funciona como um integrador!}$$

Modelo para o Servo-motor hidráulico

$$q_1 = q_o + q_l + q_c$$

- Análise mais precisa: - vazamentos

  - fluido compressível

- q_o → componente incompressível que produz o movimento do êmbolo
- q_l → vazamentos $q_l = k_f \Delta p$ *onde* k_f é o coeficiente de fuga
- q_c → componente compressível:

$$q_c = \frac{V}{k_B}\frac{d(\Delta p)}{dt}$$

$$k_B = \frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta V / V} \rightarrow \text{módulo de elasticidade volumétrica}$$

Em geral, obtém-se um sistema de terceira ordem.

Sistemas Pneumáticos

- Mesmas características dos sistemas hidráulicos
  - vantagem: mais limpos
  - desvantagens: mais barulhentos
  - Problema de modelagem: compressibilidade do fluido

  ➔ densidade variável do fluido (gás).