

Exercício 24 seção 6.3 Magalhães e Lima

X - tempo de conexão à internet em minutos

$$f(x) = \frac{1}{4} K e^{-\frac{1}{4} K x}, \quad x > 0$$

$K=1$ pessoa física dist. exp ($\alpha = \frac{1}{4}$)

$K=2$ pessoa jurídica dist. exp ($\alpha = \frac{1}{2}$)

F - pessoa física J - pessoa jurídica

$$P(F) = 20\%$$

c) Probabilidade de um cliente ficar conectado mais que 2 minutos.

$$P(X > 2) = P(X > 2 \cap F) + P(X > 2 \cap J) =$$

$$= P(X > 2 | F) P(F) + P(X > 2 | J) P(J) =$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) P(B)$$

$$= \int_2^{\infty} \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{4} x} dx \cdot 0,2 + \int_2^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2} x} dx \cdot 0,8 =$$

$$= -e^{-\frac{1}{4} x} \Big|_2^{\infty} \cdot 0,2 + \left(-e^{-\frac{1}{2} x} \right) \Big|_2^{\infty} \cdot 0,8 = 0,2 e^{-2/4} + 0,8 e^{-1}$$

$$= 0,121 + 0,294 = 0,415$$

d) Se o cliente fica conectado mais que 5 minutos, qual é a probabilidade de ser pessoa jurídica?

$$P(J|X>5) = \frac{P(X>5, J)}{P(X>5)} = \frac{P(X>5|J) P(J)}{P(X>5)} =$$

$$= \frac{\int_5^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx \cdot 0,8}{P(X>5|F) P(F) + P(X>5|J) P(J)} = \frac{0,08 \cdot 0,80}{0,29 \cdot 0,2 + 0,08 \cdot 0,8}$$

$$= 0,52.$$