SEM 536 - Sistemas de Controle I

Adriano A. G. Siqueira

Aula 5 - Controle de Posição de Motor DC

1) Modelo Dinâmico

A função transferência de posição de um motor de corrente contínua é dada por:

$$G(s) = \frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2) s}.$$

Considerando os valores da tabela abaixo, a função transferência de posição é dada por:

$$G(s) = \frac{60,2}{s^2 + 34,2s}.$$

Símbolo	**Nome**	**Valor**	**Unidades**
K_t	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
K_m	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
R_m	Resistência da Armadura	2.6	Ω
K_g	Redução	70	
B_{eq}	Coeficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
J_{eq}	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
η_m	Eficiência do Motor	0.69	
η_g	Eficiência da Redução	0.9	

2) Controle de Posição - Malha Aberta

a) Especificações de Desempenho:

i) Tempo de Subida: $t_r = 0,36$ s

ii) Sobressinal: $M_p = 10\%$

b) Em termos de parâmetros de sistema de 2ª. ordem:

i) Frequência Natural: $\omega_n = 50$ rad/s

ii) Fator de Amortecimento: $\zeta = 0,6$

c) Função transferência de Malha Fechada desejada:

$$T(s) = \frac{2500}{s^2 + 60s + 2500}.$$

d) Controlador Malha Aberta, $C_{MA}(s)$, tal que:

$$C_{MA}(s)G(s) = T(s) = \frac{2500}{s^2 + 60s + 2500}.$$

$$C_{MA}(s) = \frac{2500}{s^2 + 60s + 2500}\frac{s^2 + 34,2s}{60,2} = \frac{2500s^2 + 85500s}{60,2s^2 + 3612s + 150500}.$$

SIMULINK

3) **Controle de Posição - Malha Fechada - Controle Baseado no Modelo**

a) Controlador Malha Fechada, $C_{MF}(s)$, tal que:

$$\frac{C_{MF}(s)G(s)}{1 + C_{MF}(s)G(s)} = T(s) = \frac{2500}{s^2 + 60s + 2500}.$$

$$C_{MF}(s) = \frac{T(s)}{G(s) - T(s)G(s)} = \frac{2500s^2 + 85500s}{60,2s^2 + 3612s}.$$

SIMULINK

4) **Controle de Posição - Controlador Proporcional**

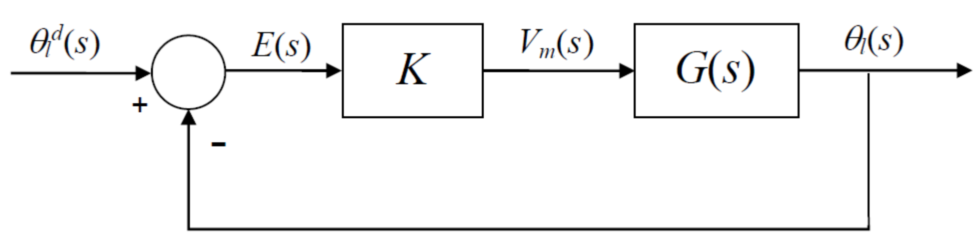

Figura 1. Diagrama de blocos- Malha Fechada.

$$G(s) = \frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{60,2}{s^2 + 34,2s}.$$

$$C_P(s) = \frac{V_m(s)}{E(s)} = K.$$

Função Transferência de Malha Fechada

$$T_P(s) = \frac{\theta_l(s)}{\theta_l^d(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} = \frac{60,2K}{s^2+34,2s+60,2K}.$$

Comparando com a Função Transferência de Malha Fechada desejada:

$$T(s) = \frac{2500}{s^2+60s+2500},$$

não é possível alcançar todas as especificações. Considere $K = \frac{2500}{60,2} = 41,53$.

5) **Controle de Posição - Controlador Proporcional-Derivativo (PD)**

$$G(s) = \frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{60,2}{s^2+34,2s}.$$

$$C_{PD}(s) = K_P + K_D s.$$

Função Transferência de Malha Fechada

$$T_{PD}(s) = \frac{\theta_l(s)}{\theta_l^d(s)} = \frac{(K_P+K_Ds)G(s)}{1+(K_P+K_Ds)G(s)} = \frac{60,2(K_P+K_Ds)}{s^2+(34,2+60,2K_D)s+60,2K_P}.$$

Comparando com a Função Transferência de Malha Fechada desejada:

$$T(s) = \frac{2500}{s^2+60s+2500},$$

é possível alcançar polos que satisfaçam as especificações. Considere:

$$K_P = \frac{2500}{60,2} = 41,53$$
$$K_D = \frac{60-34,2}{60,2} = 0,428$$

Mas a resposta não é perfeita devido à influência do zero da Malha Fechada. Além disso, erro que regime permanente para distúrbio.

6) **Controle de Posição - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)**

$$G(s) = \frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{60,2}{s^2+34,2s}.$$

$$C_{PID}(s) = K_P + K_I\frac{1}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}.$$

Função Transferência de Malha Fechada:

$$T_{PID}(s) = \frac{60,2(K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s^3 + (34,2 + 60,2K_D)s^2 + 60,2K_P s + 60,2K_I}.$$

Sem correspondência com a Malha Fechada desejada. Considere:

$$K_P = 41,53$$
$$K_D = 0,428$$
$$K_I = 100$$