Resolução Lista de Introdução às Matrizes

Exercício 01.

Resolução

a) No primeiro ano,

$$A = \begin{pmatrix} 3000 & 200 & 400 & 600 \\ 700 & 350 & 700 & 100 \\ 1000 & 100 & 500 & 800 \end{pmatrix}_{3\times 4}$$

No segundo ano,

$$B = \begin{pmatrix} 5000 & 50 & 200 & 0 \\ 2000 & 100 & 300 & 300 \\ 2000 & 100 & 600 & 600 \end{pmatrix}_{3\times 4}$$

b) Se quisermos elaborar uma tabela que dê a produção de queijos por região nos dois anos conjuntamente, teremos que somar os elementos correspondentes das duas tabelas acima, isto é, em termos matriciais a produção nos dois anos é dada por $(A+B)$ que forma a matriz C.

$C = A + B$

$$C = \begin{pmatrix} 3000 & 200 & 400 & 600 \\ 700 & 350 & 700 & 100 \\ 1000 & 100 & 500 & 800 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5000 & 50 & 200 & 0 \\ 2000 & 100 & 300 & 300 \\ 2000 & 100 & 600 & 600 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 8000 & 250 & 600 & 600 \\ 2700 & 450 & 1000 & 400 \\ 3000 & 200 & 1100 & 1400 \end{pmatrix}$$

c) A ordem da matriz é 3 x 4 (três linhas e quatro colunas) e

a_{21} corresponde a 2700, o que representa a quantidade total de queijo de vaca produzidos na região 2 em dois anos consecutivos;

a_{13} corresponde a 600, o que representa a quantidade de queijo de cabra produzido na Região 1 em dois anos consecutivos;

a_{34} corresponde a 1400, o que representa a quantidade de queijo de mistura na região 3 em dois anos consecutivos.

d) Fazendo a diferença do que foi produzido de queijo de vaca e queijo de ovelha em dois anos consecutivos.

$$\begin{pmatrix} 2000 & -150 \\ 1300 & -250 \\ 1000 & 0 \end{pmatrix}$$

e)

Registou-se

- um decréscimo do segundo ano em relação ao primeiro no que diz respeito à produção de queijo de ovelha na Região 1 e 2
- a mesma produção de queijo de ovelha na região 3 nos dois anos;
- um aumento na produção no segundo ano em relação ao queijo de vaca nas três Regiões.

Exercício 02.

Resolução

Podemos representar o consumo dos alimentos I e II (nesta ordem) pela matriz "consumo":

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix}$$

A operação que vai nos fornecer a quantidade ingerida de cada vitamina é o "produto":

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\times 4 + 2\times 5 & 5\times 3 + 2\times 0 & 5\times 0 + 2\times 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 30 & 15 & 2 \end{pmatrix}$$

Isto é, serão ingeridas 30 unidades de vitamina A, 15 de B e 2 de C.

Exercício 03.

Resolução

$$\begin{pmatrix} 30 & 15 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1{,}50 \\ 3{,}00 \\ 5{,}00 \end{pmatrix} = \big(30(1{,}5) + 15(3) + 2(5)\big) = 100$$

Ou seja, pagaríamos 100 € u.m.

Exercício 04.

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times 7 + 2\times 2 & 1\times 1 + 2\times 4 \\ 3\times 7 + 4\times 2 & 3\times 1 + 4\times 4 \\ 0\times 7 + 5\times 2 & 0\times 1 + 5\times 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 9 \\ 29 & 19 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$$

Exercício 05.

Resolução

A matriz produto existe se o número de colunas de A é igual o número de linhas de B, o que se verifica, logo

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 1.(2)+2.(-1)+1.(2) & 1.(3)+2(4)+1.(-1) \\ 2.(2)+3.(-1)-2.(2) & 2.(3)+3.(4)-2.(-1) \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -3 & 20 \end{pmatrix}_{2x2}$$

Exercício 06.

Podemos observar que:

$$A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B \times A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) É possível calcular AB e BA pois ambas são matrizes quadradas de mesma ordem;

b) AB e BA são diferentes e isso mostra que a propriedade comutativa não é válida para o produto de matrizes.

Exercício 07.

Como no exercício anterior,

a) É possível calcular AB e BA pois ambas são matrizes quadradas de mesma ordem;

b) AB e BA são diferentes e isso mostra que a propriedade comutativa não é válida para o produto de matrizes;

*c) Embora nem A nem B sejam matrizes nulas, o produto BA é nulo, **isso significa que o produto de matrizes não nulas pode ser nulo.***