

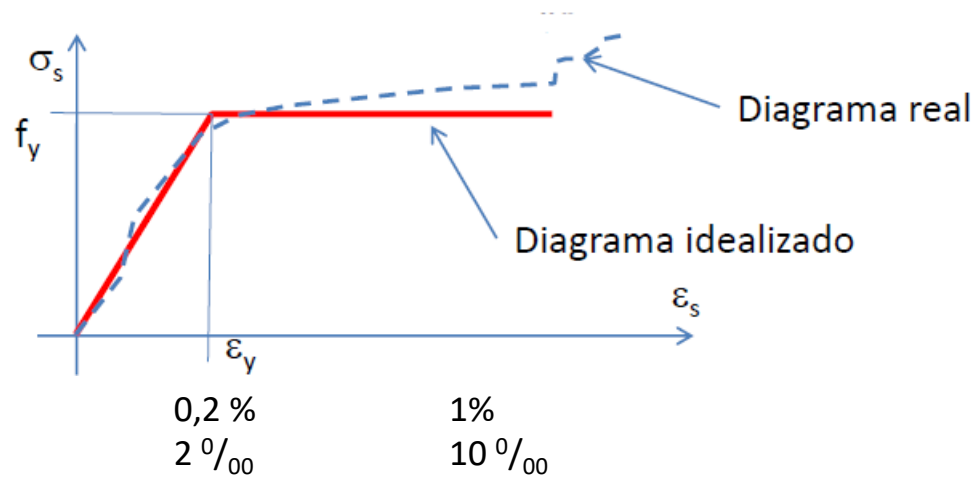
Solicitações normais na flexão simples: vigas de concreto armado

Simplificação segundo ABNT NBR 6118



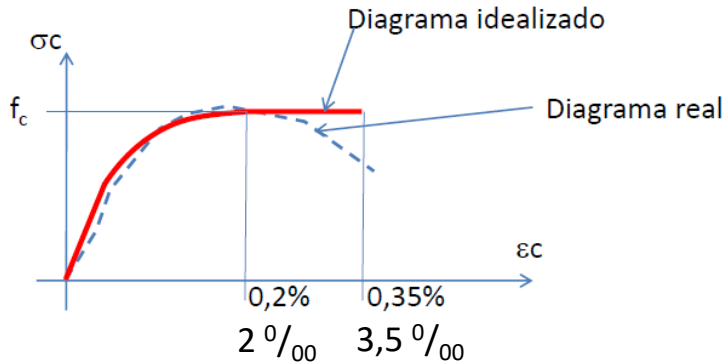
Aço

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996														
BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00



- **CA25** $f_{yk} = 250 \text{ MPa}$ $f_{yd} = 217,4 \text{ MPa}$
- **CA50** $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ $f_{yd} = 434,8 \text{ MPa}$
- **CA60** $f_{yk} = 600 \text{ MPa}$ $f_{yd} = 521,7 \text{ MPa}$
- $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$
- $\gamma_s = 1,15$ Coeficiente de minoração do aço;
- $E_s = 210 \text{ GPa}$

Concreto



Estádio I – sem fissuração, elástico

Estádio II – fissurado, elástico

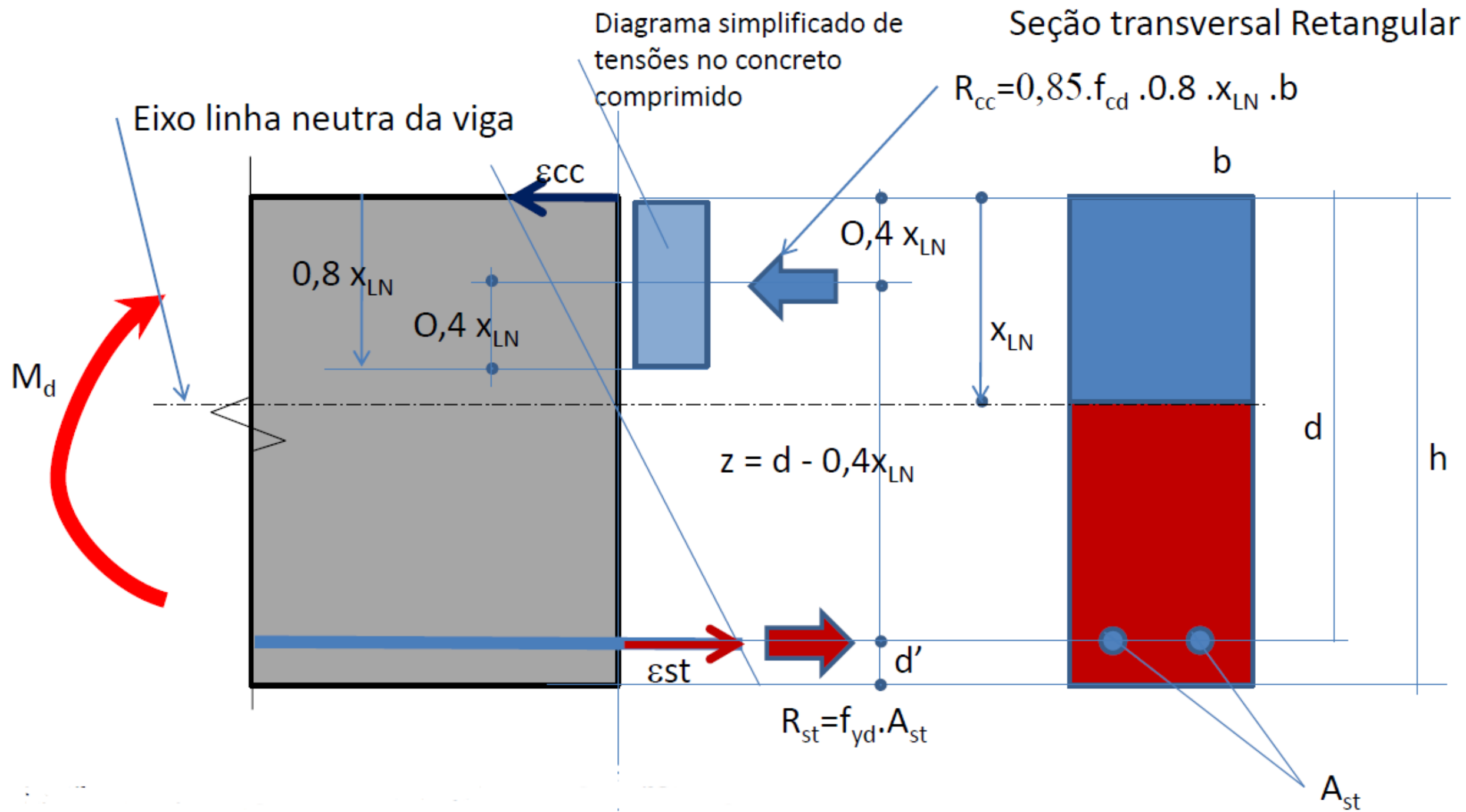
Estádio III – fissurado, plástico

- **C20** $f_{ck} = 20\text{MPa}$ sem agressividade ambiental; $f_{cd} = 14,28\text{ MPa}$
- **C25** $f_{ck} = 25\text{MPa}$ baixa agressividade ambiental; $f_{cd} = 17,86\text{ MPa}$
- **C30** $f_{ck} = 30\text{MPa}$ média agressividade ambiental; $f_{cd} = 21,43\text{ MPa}$
- **C35** $f_{ck} = 35\text{MPa}$ alta agressividade ambiental; $f_{cd} = 25,00\text{ MPa}$
- **C40** $f_{ck} = 40\text{MPa}$ regiões especiais de agressividade; $f_{cd} = 28,57\text{ MPa}$
- **C45** $f_{ck} = 45\text{MPa}$ regiões especiais de agressividade; $f_{cd} = 32,14\text{ MPa}$
- **C50** $f_{ck} = 50\text{MPa}$ regiões especiais de agressividade; $f_{cd} = 35,71\text{ MPa}$

- $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$

- $\gamma_c = 1,4$ Coeficiente de minoração do concreto;

- $E_c =$ usualmente entre 20 e 30 GPa



Profundidade da linha neutra

$$x_{LN} = 1,25 * d * \left[1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 * b_w * d^2 * f_{cd}}} \right]$$

Ductilidade da ruptura

Profundidade máxima da linha neutra:

- $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$: $X_{LN,max} = 0,45 * d$
- $35\text{ MPa} < f_{ck} < 50\text{MPa}$: $X_{LN,max} = 0,40 * d$

Em decorrência, armadura máxima:

- $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$: $A_{st,lim} = 0,306 * b * d * f_{cd}/f_{yd}$
- $35\text{ MPa} < f_{ck} < 50\text{MPa}$: $A_{st,lim} = 0,272 * b * d * f_{cd}/f_{yd}$

Armadura dupla

- O máximo momento fletor para armadura simples é o momento correspondente à armadura máxima:

- $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$:

$$R_{st, \text{lim}} = 0,306 * b * d * f_{cd}$$

$$Z_{\text{lim}} = d - 0,4 * 0,45 d = 0,82 * d$$

$$M_{d, \text{lim}} = R_{st, \text{lim}} * Z_{\text{lim}} = 0,25 * b * d^2 * f_{cd}$$

- $35 \text{ MPa} < f_{ck} < 50\text{MPa}$: $A_{st, \text{lim}} = 0,272 * b * d * f_{cd}/f_{yd}$

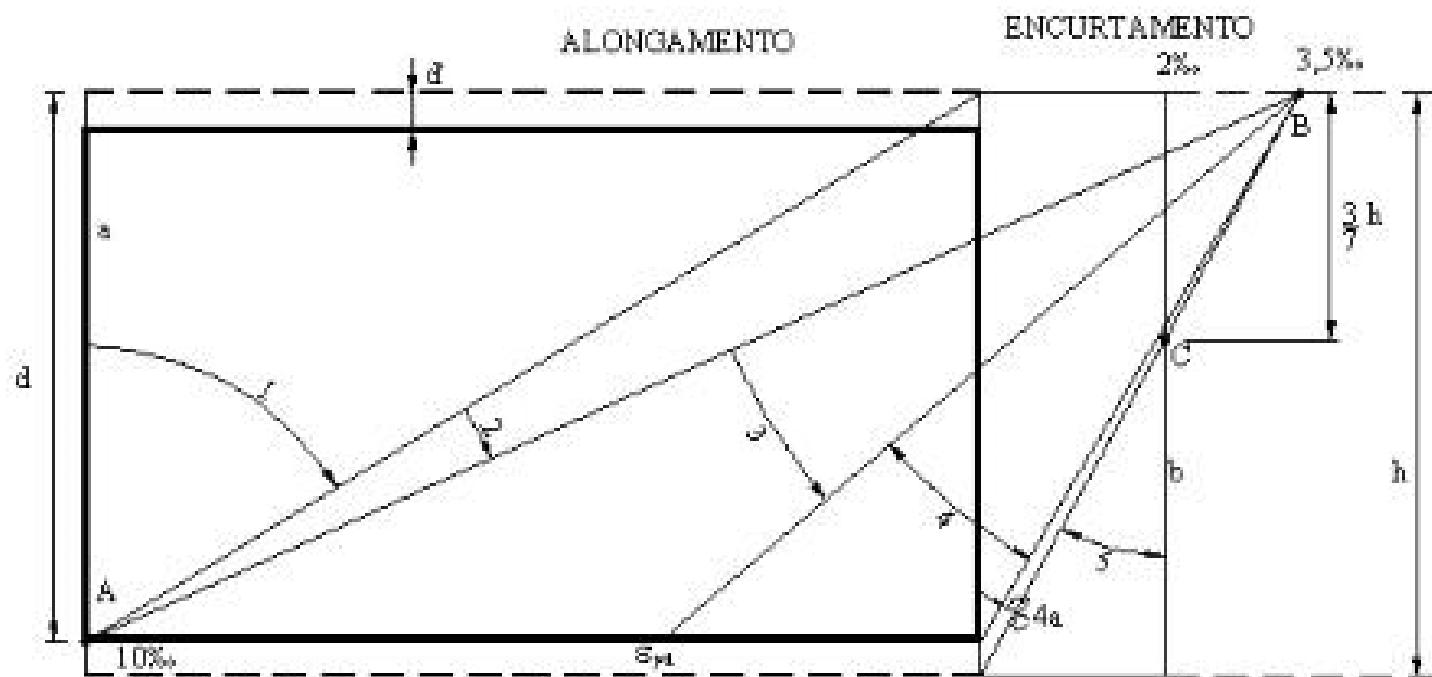
$$Z_{\text{lim}} = d - 0,4 * 0,4 d = 0,84 * d$$

$$M_{d, \text{lim}} = R_{st, \text{lim}} * Z_{\text{lim}} = 0,228 * b * d^2 * f_{cd}$$

- O saldo de momento $\Delta M = (M_d - M_{d, \text{lim}})$ terá que ser absorvido por armadura dupla, com braço $(d - d')$:

$$A_{sc} = (M_d - M_{d, \text{lim}}) / (d - d') / f_{yd}$$

Domínios de deformação



Exemplo 1: dimensionamento

Viga 20 x 60 cm, concreto C25, aço CA-50, $M_k = 100$ kNm. $A_s = ?$

Resolução

$$M_d = 140 \text{ kNm}; f_{cd} = 17,86 \text{ MPa}; f_{yd} = 435 \text{ Mpa}$$

$$h = 0,60 \text{ m}; d' = 0,06 \text{ m (adotado)}; d = 0,54 \text{ m}; b_w = 0,20 \text{ m}$$

$$x_{LN} = 1,25 * 0,54 * (1 - (1 - 140 / (0,425 * 0,20 * 0,54^2 * 17.860))^{(1/2)})$$

$$x_{LN} = 0,1168 \text{ m} < 0,45 * 0,54 = 0,243 \text{ m ok}$$

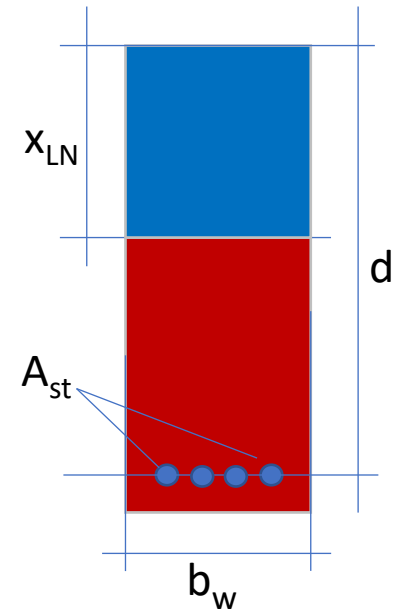
$$R_{cc} = 0,8 * 0,1168 * 0,20 * 0,85 * 17.860 = 283,7 \text{ kN} = R_{st}$$

$$A_{st} = 283,7 / 435.000 = 0,000652 \text{ m}^2 = 6,52 \text{ cm}^2$$

Escolha das barras

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996

BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FIOS	BARRAS													
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00



Exemplo 2: dimensionamento

Viga 20 x 60 cm, concreto C25, aço CA-50, $M_k = 250$ kNm. $A_s = ?$

Resolução

$$M_d = 350 \text{ kNm}; f_{cd} = 17,86 \text{ MPa}; f_{yd} = 435 \text{ Mpa}$$

$$h = 0,60 \text{ m}; d' = 0,06 \text{ m (adotado)}; d = 0,54 \text{ m}; b_w = 0,20 \text{ m}$$

$$x_{LN} = 1,25 * 0,54 * (1 - (1 - 350/(0,425*0,20*0,54^2*17.860))^{(1/2)})$$

$$x_{LN} = 0,366 \text{ m} > 0,45 * 0,54 = 0,243 \text{ m} \text{ não ok}$$

$$R_{cc, \max} = 0,8 * 0,243 * 0,20 * 0,85 * 17.860 = 590,2 \text{ kN} = R_{st}$$

$$A_{st, 1} = 590,2 / 435.000 = 0,001357 \text{ m}^2 = 13,57 \text{ cm}^2$$

Resolução (continuação)

$$M_{d, \text{lim}} = R_{cc, \text{max}} * (0,54 - 0,4 * 0,243) = 261,3 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = 350 - 261,3 = 88,66 \text{ kNm}; R_{sc} = 88,66 / (0,54 - 0,06) = 184,7 \text{ kN}$$

$$A_{sc} = 184,7 / 435.000 = 0,000425 \text{ m}^2 = 4,25 \text{ cm}^2$$

$$A_{st, \text{total}} = 13,57 + 4,25 = 17,82 \text{ cm}^2$$

$$A_{sc} = 4,25 \text{ cm}^2$$

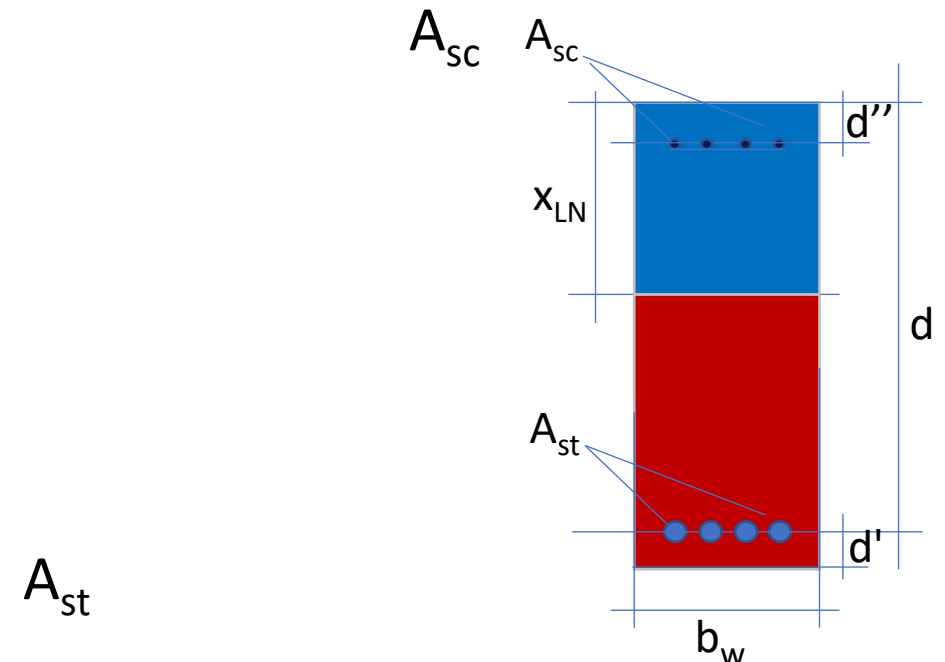
Escolha das barras

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996

BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
FIOS	BARRAS	ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996

BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
FIOS	BARRAS	ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00



Exemplo 3: verificação

Viga 25 x 75 cm, concreto C40, aço CA-50, $A_{st} = 6 \phi 25 \text{ mm} + 2 \phi 16 \text{ mm}$, $A_{sc} = 2 \phi 16 \text{ mm}$, $d' = 0,075 \text{ m}$, $d'' = 0,05 \text{ m}$. $M_{k, \max} = ?$

Resolução

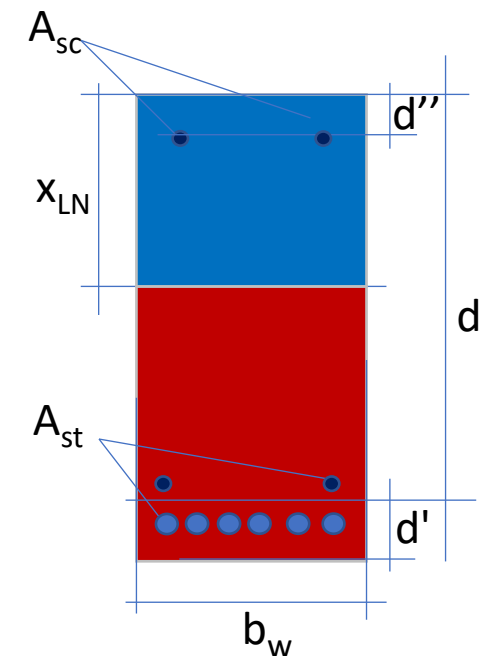
$$A_{st} = 34 \text{ cm}^2; A_{sc} = 4 \text{ cm}^2$$

$$f_{cd} = 28,57 \text{ MPa}; f_{yd} = 435 \text{ MPa}; h = 0,75 \text{ m}; b_w = 0,25 \text{ m}$$

$$R_{sc} = 4 / 10.000 * 435.000 = 174 \text{ kN}$$

$$R_{st} = 34 / 10.000 * 435.000 = 1.479 \text{ kN}$$

$$R_{cc} = R_{st} - R_{sc} = 1.305 \text{ kN}$$



Resolução (continuação)

$$\text{Verificação } x_{LN}: R_{cc} = 0,8 * x_{LN} * b_w * 0,85 * f_{cd}$$

$$x_{LN} = 1.305 / 0,8 / 0,25 / 0,85 / 28.570 = 0,267 \text{ m}$$

$$x_{LN} / d = 0,267 / 0,675 = 0,40 \text{ ok}$$

$$M_{d, \max} = R_{sc} * (d - d'') + R_{cc} * (d - 0,4 * x_{LN})$$

$$M_{d, \max} = 174 * (0,675 - 0,05) + 1.305 * (0,675 - 0,4 * 0,267) = 850 \text{ kNm}$$

$$M_{k, \max} = M_{d, \max} / \gamma_f = 850 / 1,4 = 607 \text{ kNm}$$