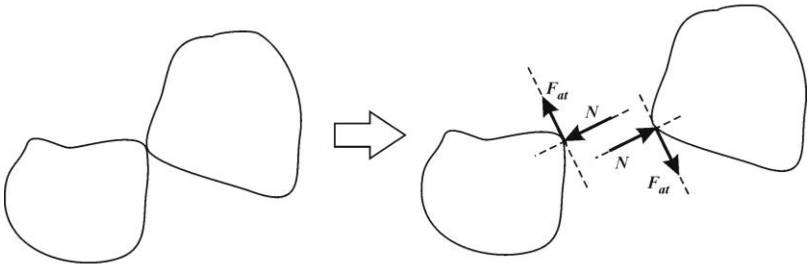
PME3100 Mecânica I

2 – Estática

2.7 – ATRITO

2.7.1 – Considerações gerais

As reações de contato entre corpos, sejam eles sólidos ou líquidos ou gases, apresentam normalmente componentes tangenciais à superfície de contato. Essas componentes são genericamente chamadas de forças de atrito.

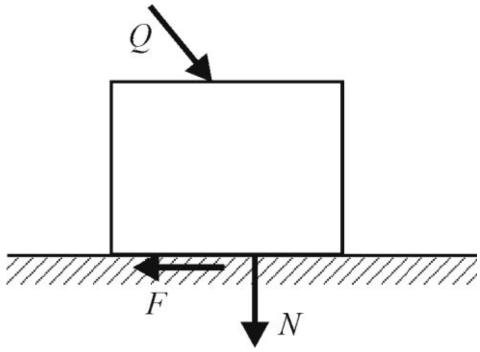


A caracterização dessas forças é um dos problemas mais complexos da Mecânica, em virtude do grande número de fatores que nelas intervêm (ver *J. Awrejcewicz; P. Olejnik - Analysis of Dynamic Systems With Various Friction Laws. Applied Mechanics Reviews - NOVEMBER 2005, Vol. 58*. DOI: 10.1115/1.2048687, por exemplo).

Não pretendemos aqui estudar o assunto nos seus aspectos mais gerais, mas sim discutir a solução de um tipo de problema que mais comumente se apresenta na Engenharia, relativo a forças de atrito que se desenvolvem nos contatos entre sólidos. Esse atrito entre sólidos é genericamente chamado de atrito seco e, especificamente, estudaremos o caso de atrito (seco) de escorregamento, entre sólidos.

Quando a força de atrito é utilizada para transmissão de esforços ou para garantir o equilíbrio, procura-se obter a máxima força possível. Quando seu efeito é desfavorável, procura-se reduzi-lo ao mínimo. As aplicações enquadram-se num ou noutro caso.

2.7.2 – Atrito seco de escorregamento



Lei estabelecida por Coulomb (modelo - caráter puramente experimental)

$$|F| \leq \mu|N|$$

onde:

F = reação no plano tangente à superfície de contato dos sólidos;
N = reação normal ao plano tangente na superfície de contato;
μ = coeficiente de atrito estático (número positivo adimensional).

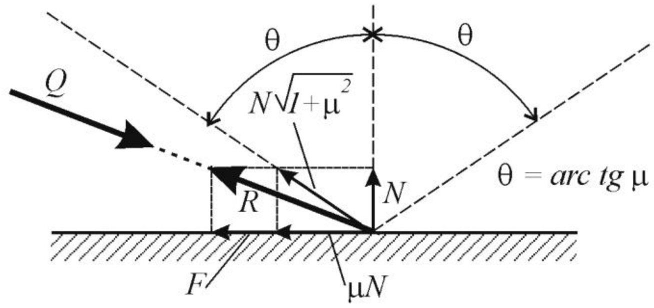
Neste modelo, μ depende apenas da natureza das superfícies de contato (modelo físico válido entre certos limites).

Para F:

DIREÇÃO: tangente à superfície de contato, paralela ao movimento relativo (incipiente ou não) dos pontos de contato;

SENTIDO: oposto ao do movimento relativo (incipiente ou não) dos pontos de contato.

<u>*Cone de atrito:*</u>



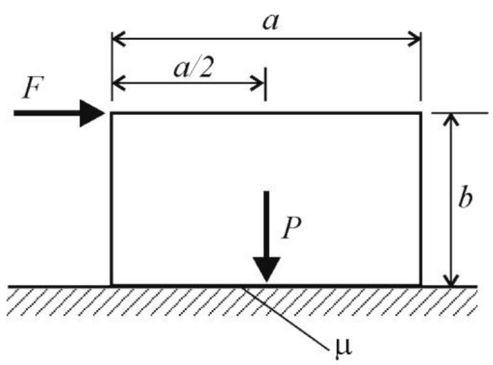
Para uma dada reação normal *N*, o valor máximo da força de atrito é μN, o que define uma reação vincular total (resultante) máxima $N\sqrt{1+\mu^2}$, inclinada de um ângulo θ = arctg μ em relação à normal às superfícies no ponto de contato.

Isto significa que se a força total aplicada (à qual a reação vincular é igual e diretamente oposta) for interior ao cone cujo eixo é aquela normal e cuja semi-abertura é θ, não pode haver escorregamento.

O ângulo θ chama-se <u>*ângulo de atrito*</u> e o cone, <u>*cone de atrito*</u>.

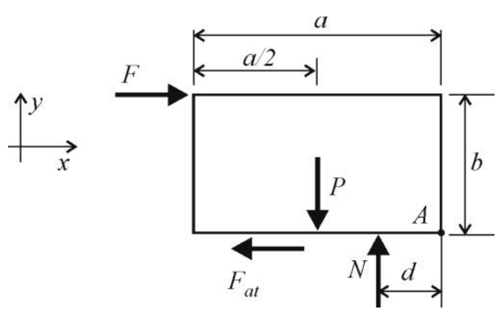
<u>2.7.3 – Exemplos</u>

Exemplo 1: No bloco da figura abaixo, determine o valor máximo da força F para o bloco não escorregar nem tombar.



<u>Resolução:</u>

Isolando o bloco:



Equações de equilíbrio:

$\sum \boldsymbol{F_x} = \boldsymbol{0}$: $F - F_{at} = 0 \Rightarrow F_{at} = F$

$\sum \boldsymbol{F_y} = \mathbf{0}$: $-P + N = 0 \Rightarrow N = P$
$\sum \boldsymbol{M_A} = \mathbf{0}$: $-F \cdot b + P \cdot \frac{a}{2} - N \cdot d = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{N}\left(P \cdot \frac{a}{2} - F \cdot b\right)$

- <u>Para não tombar</u>: $d \geq 0 \Rightarrow F \leq \frac{Pa}{2b}$

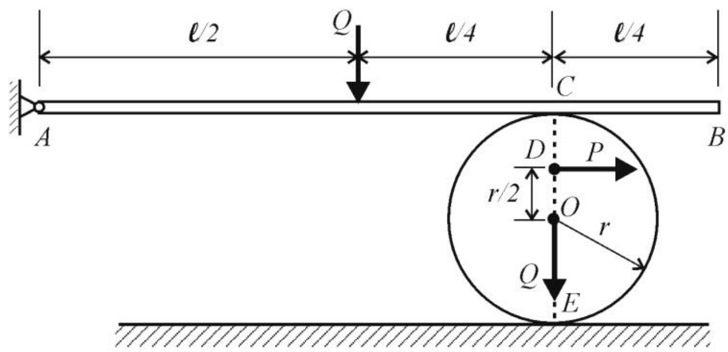
- <u>Para não escorregar</u>: $F_{at} \leq \mu N \Rightarrow F \leq \mu P$

Assim:

$$\boldsymbol{F_{max} = \beta P}$$

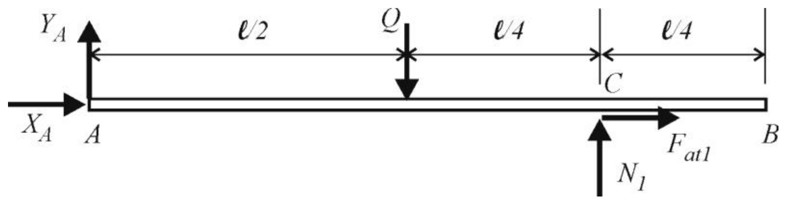
com $\beta = min\left(\mu; \frac{a}{2b}\right)$

Exemplo 2: Uma barra *AB*, de comprimento $\boldsymbol{\ell}$, homogênea e de peso *Q*, apoia-se sobre um cilindro também homogêneo, de centro *O*, raio *r* e peso *Q*. A barra *AB* está articulada no ponto *A*. Ao ponto *D* do disco de centro *O* é aplicada uma força *P* paralela à superfície horizontal. Sabendo que os coeficientes de atrito entre o disco e a barra e entre o disco e a superfície horizontal têm o mesmo valor μ, determine o máximo valor da força *P* compatível com o equilíbrio.



Resolução:

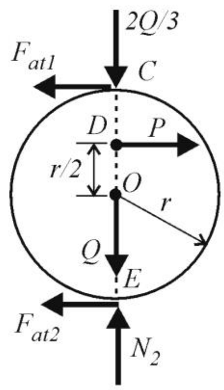
Isolando a barra, para obter a força normal entre a barra e o disco:



$\sum \boldsymbol{M_A} = \mathbf{0}$: $-Q \cdot \frac{l}{2} + N_1 \cdot \frac{3l}{4} = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{2Q}{3}$

Isolando o disco:

$\sum \boldsymbol{F_x} = \mathbf{0}$: $F_{at1} + F_{at2} = P$
$\sum \boldsymbol{F_y} = \mathbf{0}$: $N_2 = \frac{5Q}{3}$
$\sum \boldsymbol{M_C} = \mathbf{0}$: $P \cdot \frac{r}{2} - F_{at2} \cdot 2r = 0 \Rightarrow F_{at2} = \frac{P}{4} \Rightarrow F_{at1} = \frac{3P}{4}$



Lei de Coulomb: $|F_{at}| \leq \mu|N|$

Em C: $F_{at1} \leq \mu N_1 \Rightarrow \frac{3P}{4} \leq \mu\frac{2Q}{3} \Rightarrow P \leq \mu\frac{8Q}{9}$

Em E: $F_{at2} \leq \mu N_2 \Rightarrow \frac{P}{4} \leq \mu\frac{5Q}{3} \Rightarrow P \leq \mu\frac{20Q}{3}$

Portanto:

$$P_{MAX} = min\left(\mu\frac{8Q}{9}; \mu\frac{20Q}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{P_{MAX} = \mu\frac{8Q}{9}}$$