

Lista 4 - Cálculo de áreas e volumes

- (1) Calcule a área da região do plano limitada pela elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
- (2) Determine o volume do sólido S obtido por rotação da região R em torno do eixo x , nos seguintes casos:
- (a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, xy \geq 2 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 5\}$
 - (b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2 \text{ e } y \geq x^2\}$
 - (c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2 \text{ e } \frac{1}{x} \leq y \leq 1\}$
 - (d) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \text{ e } y \geq 0\}$
- (3) Determine o volume do sólido S obtido por rotação da região R em torno do eixo y , nos seguintes casos:
- (a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e \text{ e } 0 \leq y \leq \ln x\}$
 - (b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq \arctg x\}$
 - (c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x \leq 4 \text{ e } 1 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- (4) Determine o volume do sólido obtido por rotação da região $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1\}$ em torno
- (a) do eixo x ;
 - (b) da reta $y = 1$;
 - (c) da reta $y = 2$;
 - (d) da reta $y = -1$.
- (5) Calcule o volume do sólido cuja base é o quadrado de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$ e cujas seções perpendiculares ao eixo x são triângulos isósceles de altura $x - x^2$.
- (6) Calcule o volume de uma calota esférica de raio a e altura $h \leq a$.

