



SAA0169

Sistemas de Controle de Aeronaves II

Sistemas de Controle Aplicados à Aviação

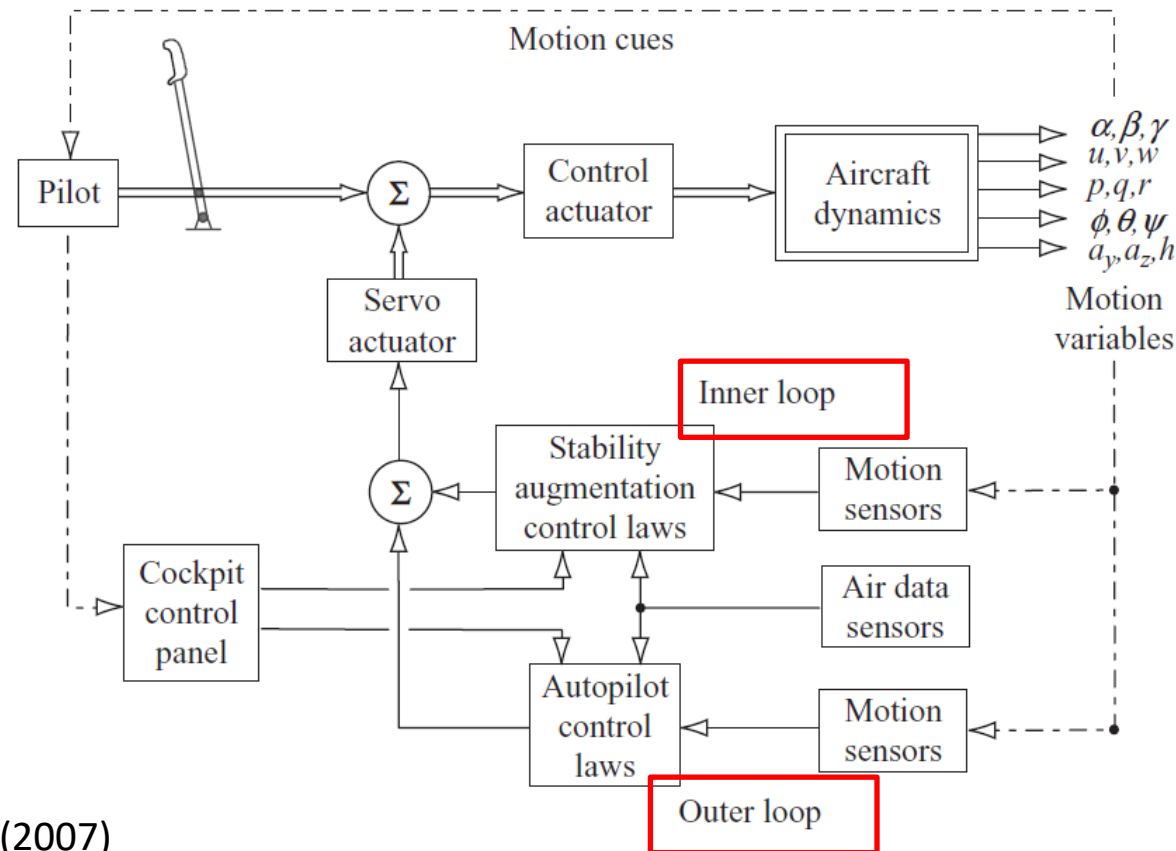
Parte 1

Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto
jhbidi@sc.usp.br

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Considere um diagrama de blocos que represente um típico Sistema de Controle Automático de Aeronave



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- A realimentação classificada como Inner Loop é responsável pelo aumento de estabilidade da aeronave
- A realimentação classificada como Outer Loop é responsável pelo Piloto Automático, que permite, a partir do painel da aeronave, que sejam solicitadas tarefas cumpridas automaticamente pela aeronave, como subida até um determinado nível, manutenção de velocidade, rampa de aproximação, etc.
- Métodos de controle moderno permitem que as leis de controle variem conforme a condição da aeronave

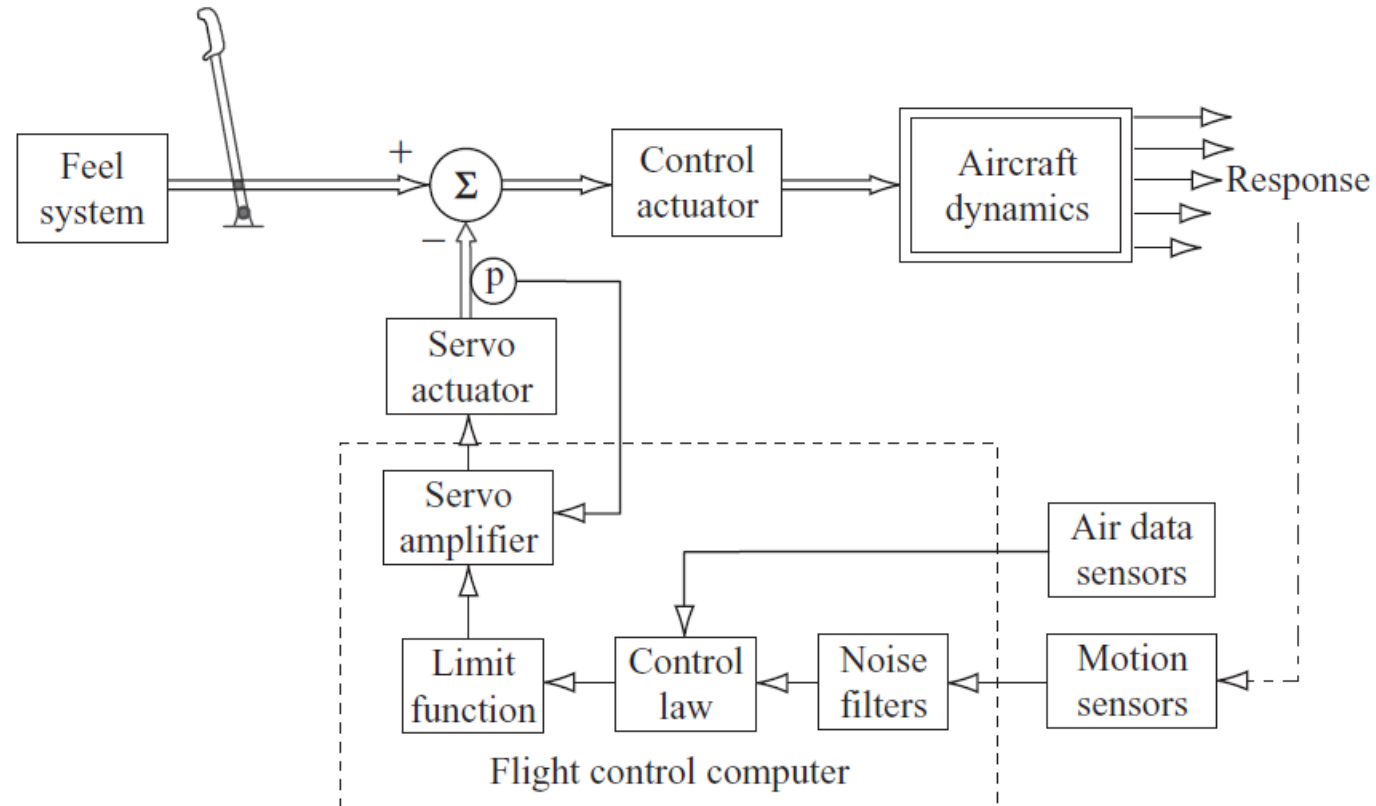
- Exemplo: a baixas velocidades, a efetividade dos comandos de voo é mais baixa, portanto nessa condição, o ganho aplicado a esse controle é aumentado, e vice-versa
- Exemplo de lei de controle típica para um modo de sistema de aumento de estabilidade (Yaw damper):

$$\zeta(s) = K_{\zeta} \delta_{\zeta}(s) - K_r \left(\frac{s}{1 + sT} \right) r(s)$$

Diagram illustrating the Yaw damper control law with annotations:

- Controle aplicado ao leme**: Points to $\delta_{\zeta}(s)$
- Controle aplicado pelo piloto humano**: Points to K_{ζ}
- Controle aplicado pelo sist. automático**: Points to $r(s)$
- Constante de tempo (dimensionado com base em Fatores Humanos)**: Points to T
- Ganho mecânico entre o pedal de leme e a superfície**: Points to K_{ζ}
- Ganho da realimentação (dimensionado em função do amortecimento)**: Points to K_r

- Detalhando o Inner Loop de um sistema como esse:



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- De forma mais aplicada, dada a FT de um sistema, como determinar suas características?
- Considerando a resposta à ação do profundor do Lockheed F-104 Starfighter, tem-se a FT em sua forma fatorada:



FONTE: Wikipedia

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{4.66(s + 0.133)(s + 0.269)}{(s^2 + 0.015s + 0.021)(s^2 + 0.911s + 4.884)}$$

- Inicialmente para malha aberta, calcula-se as raízes dos polinômios do denominador:

$$\lambda_{1,2} = r_{1,2} \pm \omega_{1,2} = -0,0077 \pm 0,1448 i$$

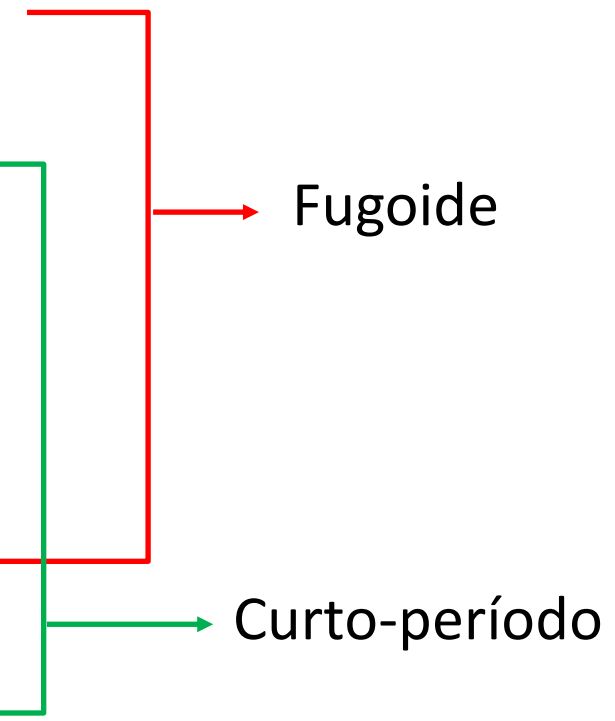
$$\lambda_{3,4} = r_{3,4} \pm \omega_{3,4} = -0,4553 \pm 2,1626 i$$

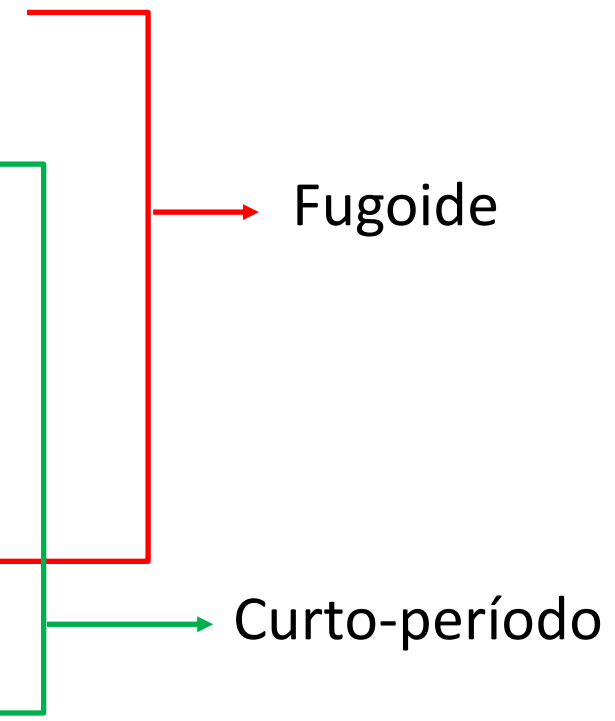
- Sabendo que

$$\omega_n = \sqrt{r^2 + \omega^2}$$
$$\zeta = -\frac{r}{\omega_n}$$

- Quais as frequências Naturais e as razões de amortecimento de sistema?
- Classifique cada um dos movimentos

- Frequências Naturais:

$\lambda_{1,2} = -0,0077 \pm 0,1448i$	$\xrightarrow{\omega_n = \sqrt{r^2 + \omega^2}}$	$\omega_n = 0,145 \text{ rad/s}$	
$\lambda_{3,4} = -0,4553 \pm 2,1626i$	$\xrightarrow{\omega_n = \sqrt{r^2 + \omega^2}}$	$\omega_n = 2,21 \text{ rad/s}$	

$\lambda_{1,2} = -0,0077 \pm 0,1448i$	$\xrightarrow{\zeta = -\frac{r}{\omega_n}}$	$\zeta = 0,0531$	
$\lambda_{3,4} = -0,4553 \pm 2,1626i$	$\xrightarrow{\zeta = -\frac{r}{\omega_n}}$	$\zeta = 0,206$	

- Amortecimento:

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Considerando o sistema anterior como um sistema de Malha Aberta e com controlador proporcional, tem-se a seguinte FT:

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{4.66K_{\theta}(s + 0.133)(s + 0.269)}{(s^2 + 0.015s + 0.021)(s^2 + 0.911s + 4.884)} \text{ rad/rad}$$

- De onde pode-se obter o valor dos pólos e zeros:

$$p_1 = -0.0077 + 0.1448j$$

$$p_2 = -0.0077 - 0.1448j$$

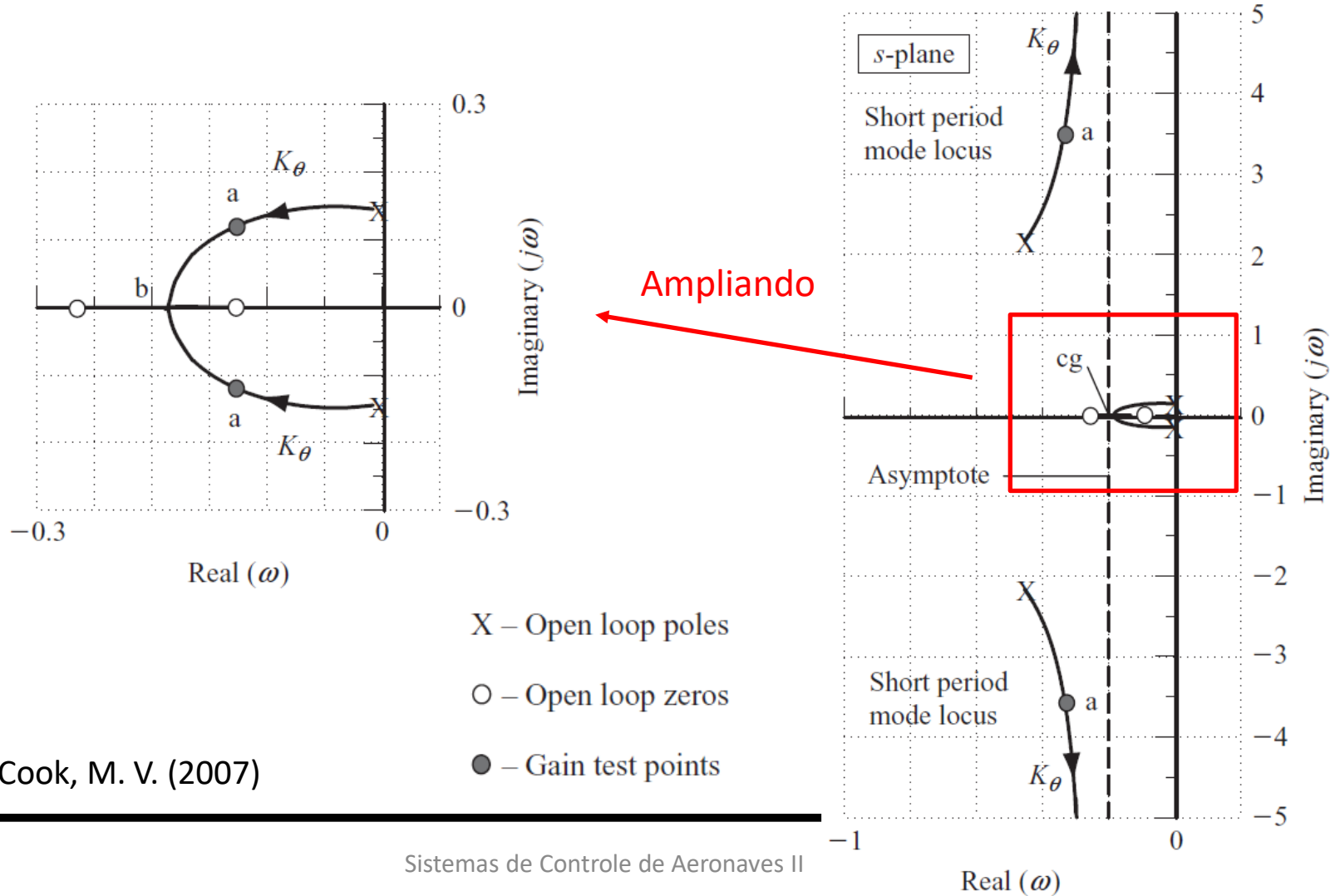
$$p_3 = -0.4553 + 2.1626j \quad \text{whence} \quad \text{Number of poles } n_p = 4$$

$$p_4 = -0.4553 - 2.1626j \quad \text{Number of zeros } n_z = 2$$

$$z_1 = -0.133$$

$$z_2 = -0.269$$

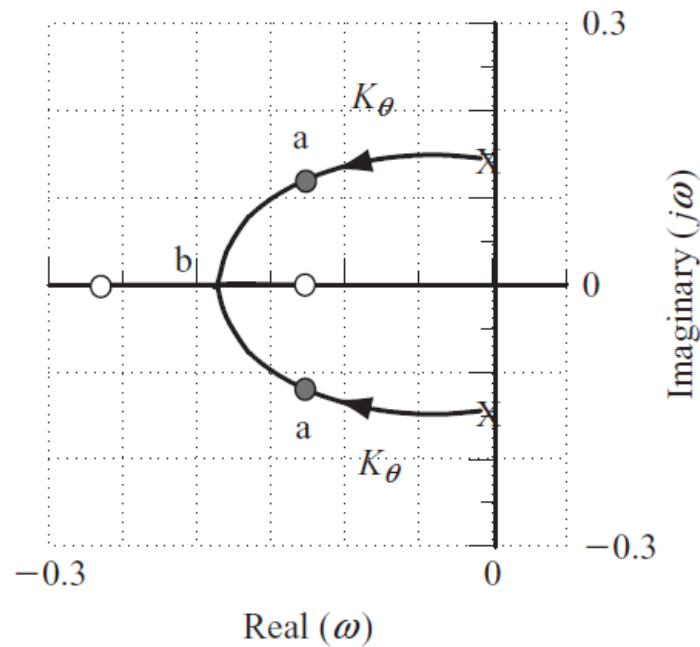
- Plotando esses pólos e zeros no plano s e plotando-se o Lugar das Raízes:



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Da figura anterior, pode-se imaginar um valor de ganho e, através dele, saber o valor das raízes de cada movimento (fugóide e curto-período)
- No exemplo dado, o ponto representado por “a” é tal que o ganho K_0 vale 1,6, logo suas raízes são:
-0,1224±0,1180 i
-0,2865±3,49 i



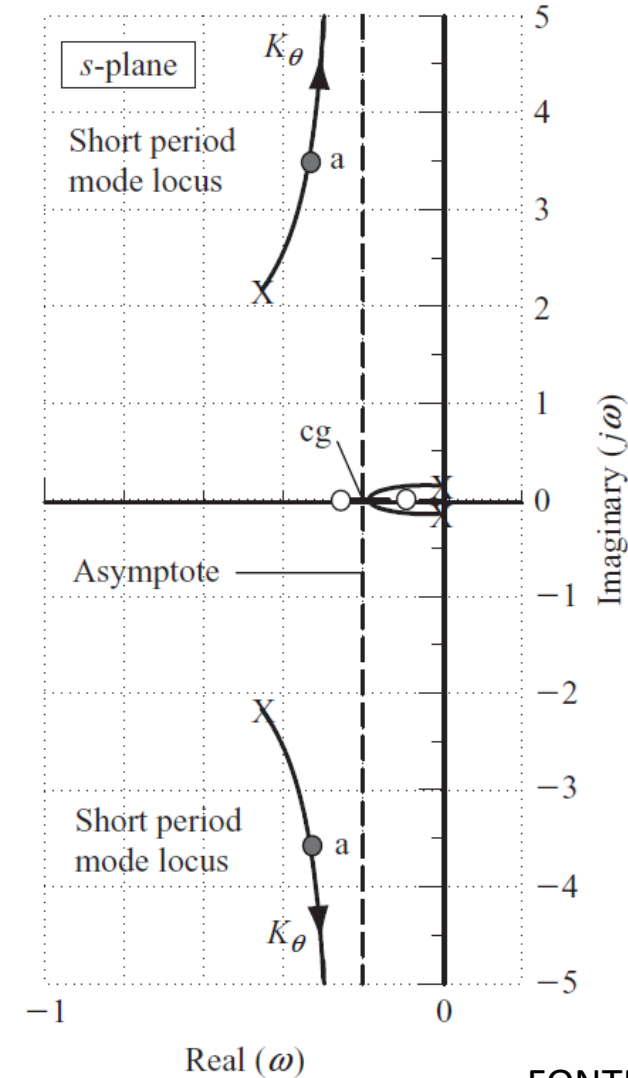
- Com essas raízes, tem-se:

Phugoid damping ratio $\zeta_p = 0.10$

Phugoid undamped natural frequency $\omega_p = 0.17 \text{ rad/s}$

Short period damping ratio $\zeta_s = 0.72$

Short period undamped natural frequency $\omega_s = 3.49 \text{ rad/s}$



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- **Requisitos de Projeto**
- Uma forma de se definir o valor do ganho apropriado é por requisitos de projeto
- Para isso, considere, para a mesma aeronave, a FT da razão de arfagem em resposta a uma ação de profundor

$$\frac{q(s)}{\eta(s)} = \frac{4.66s(s + 0.133)(s + 0.269)}{(s^2 + 0.015s + 0.021)(s^2 + 0.911s + 4.884)} \text{ rad/s/rad}$$

- Nota-se que a equação é parecida com a anterior, com exceção de um fator “s” no numerador (derivada da equação anterior)

- Requisitos de Projeto
- Nessa FT, tem-se os valores, para malha aberta:

Phugoid damping ratio $\zeta_p = 0.0532$

Phugoid undamped natural frequency $\omega_p = 0.145$ rad/s

Short period damping ratio $\zeta_s = 0.206$

Short period undamped natural frequency $\omega_s = 2.21$ rad/s

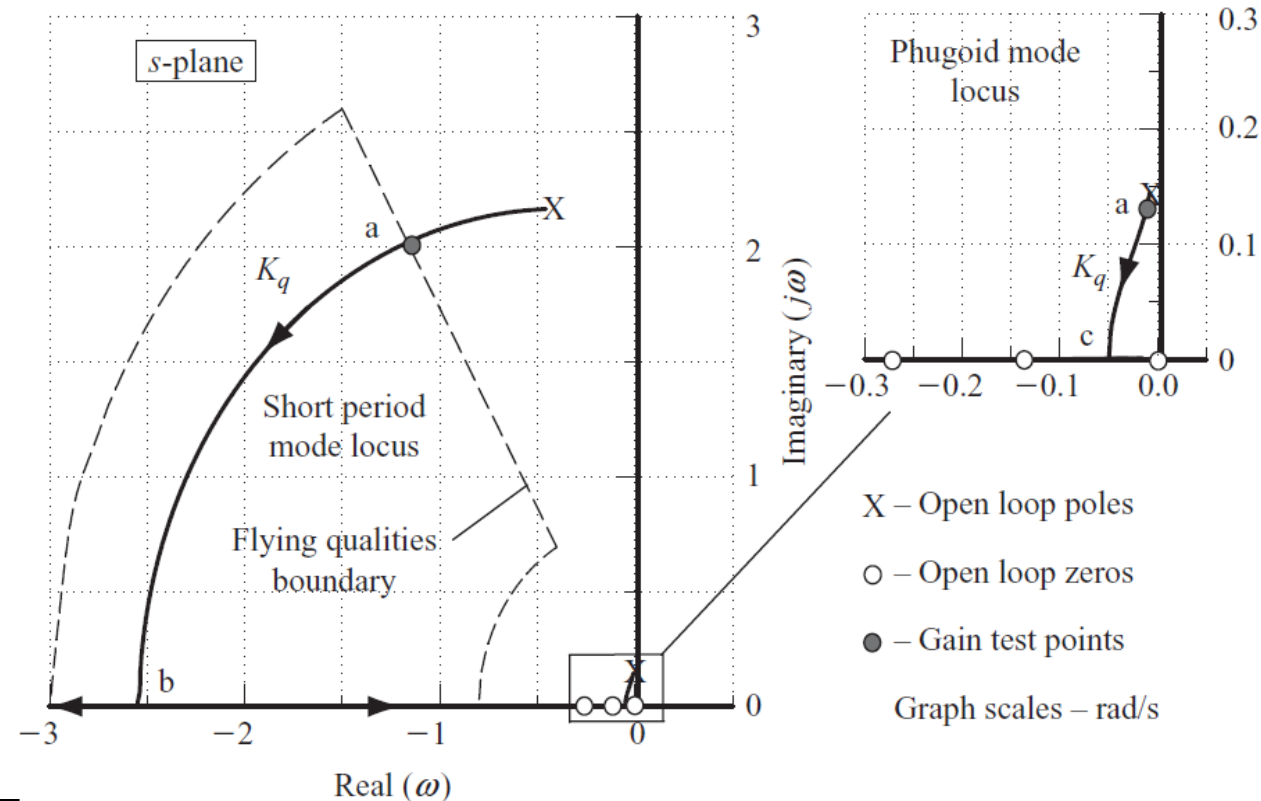
- Para o projeto do controlador, os seguintes requisitos são dados:

Phugoid damping ratio $\zeta_p \geq 0.04$

Short period damping ratio $\zeta_s \geq 0.5$

Short period undamped natural frequency $0.8 \leq \omega_s \leq 3.0$ rad/s

- Requisitos de Projeto
- Dessa forma, pode-se obter um lugar geométrico de ganhos aceitáveis para o projeto



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Requisitos de Projeto
- Na figura, o valor “a” equivale a um ganho $K_q = 0,5$ onde os valores de frequência e amortecimento foram de:

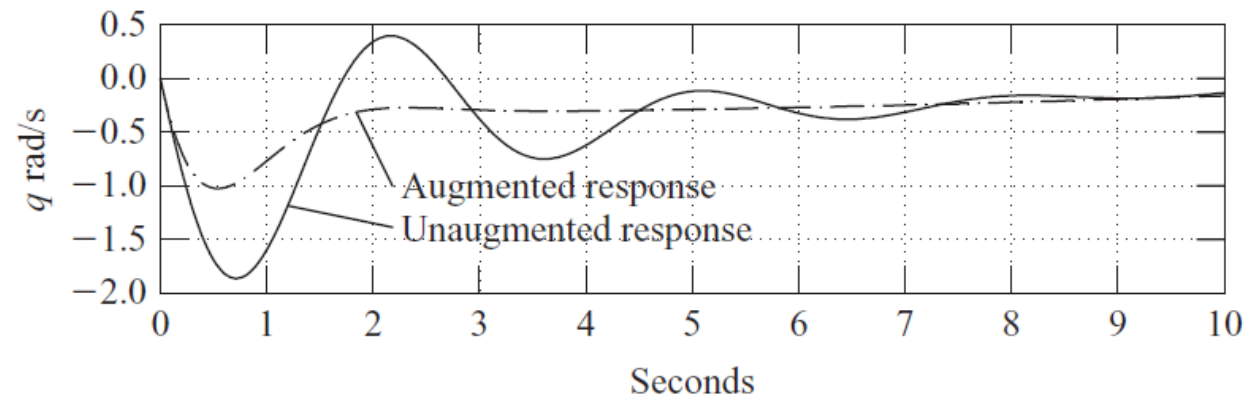
Phugoid damping ratio $\zeta_p = 0.079$

Phugoid undamped natural frequency $\omega_p = 0.133 \text{ rad/s}$

Short period damping ratio $\zeta_s = 0.68$

Short period undamped natural frequency $\omega_s = 2.41 \text{ rad/s}$

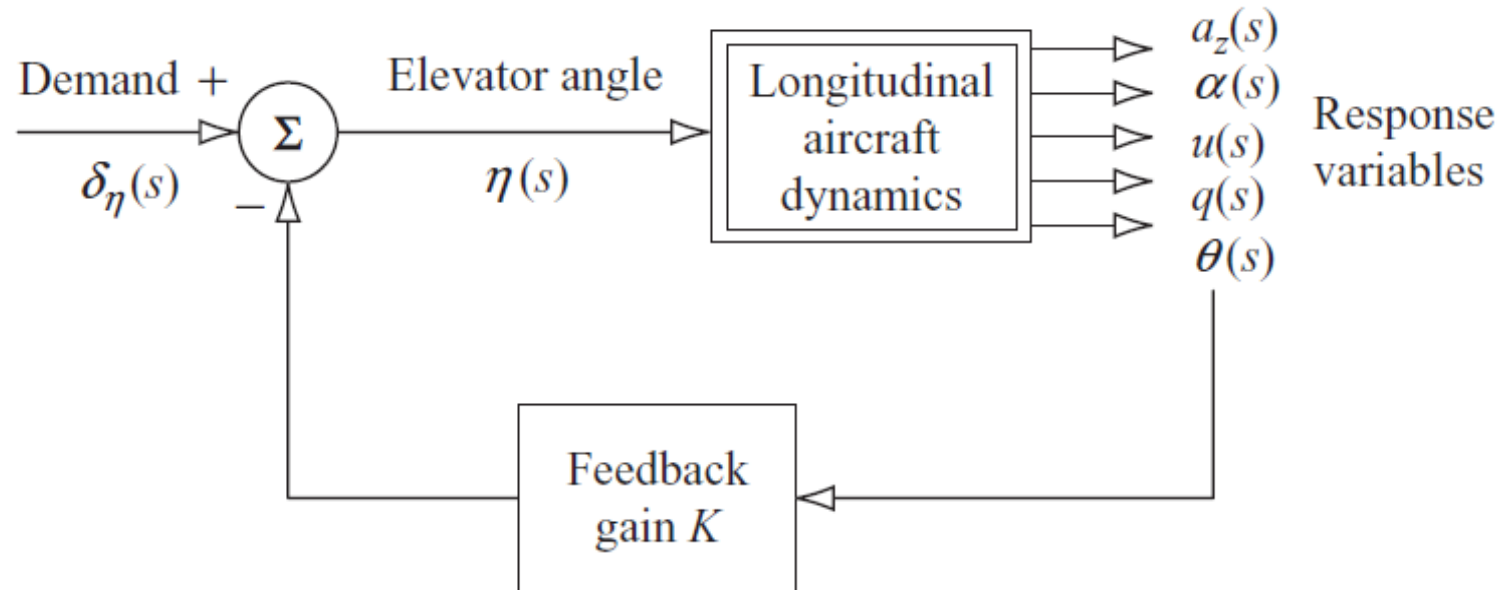
- Para este sistema, plotando sua resposta e uma entrada degrau em função do tempo, tem-se:



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Considerando o seguinte sistema genérico para aumento de estabilidade Longitudinal



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Serão utilizados como exemplo diversas FTs da aeronave McDonnell Douglas A-4D Skyhawk



FONTE: Wikipedia

- Longitudinalmente, os valores para malha aberta dessa aeronave são:

$$\text{Phugoid damping ratio } \zeta_p = 0.086$$

$$\text{Phugoid undamped natural frequency } \omega_p = 0.082 \text{ rad/s}$$

$$\text{Short period damping ratio } \zeta_s = 0.214$$

$$\text{Short period undamped natural frequency } \omega_s = 2.358 \text{ rad/s}$$

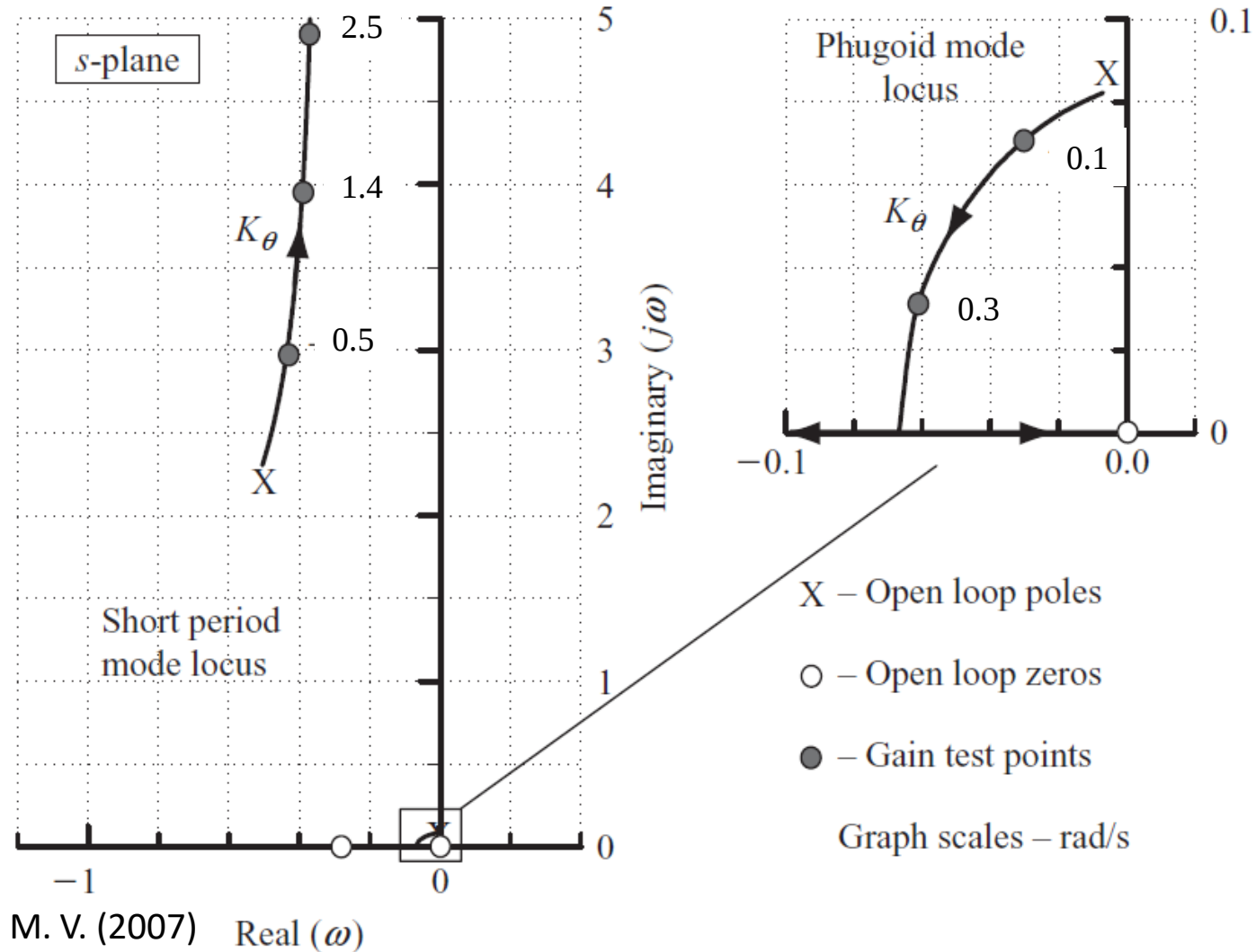
- Tais valores são considerados adequados, com exceção da razão de amortecimento do curto período, considerada muito pequena

- FT da Atitude em arfagem com relação a uma deflexão de profundor

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_{\eta}^{\theta}(s)}{\Delta(s)} = \frac{8.096(s - 0.0006)(s + 0.3591)}{(s^2 + 0.014s + 0.0068)(s^2 + 1.009s + 5.56)} \text{ rad/rad}$$

- Inserindo um ganho K_{θ} , tem-se que o modo de fugóide se torna criticamente amortecido a $K_{\theta} = 0,37$
- Considera-se um valor adequado $K_{\theta} = 0,1$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal



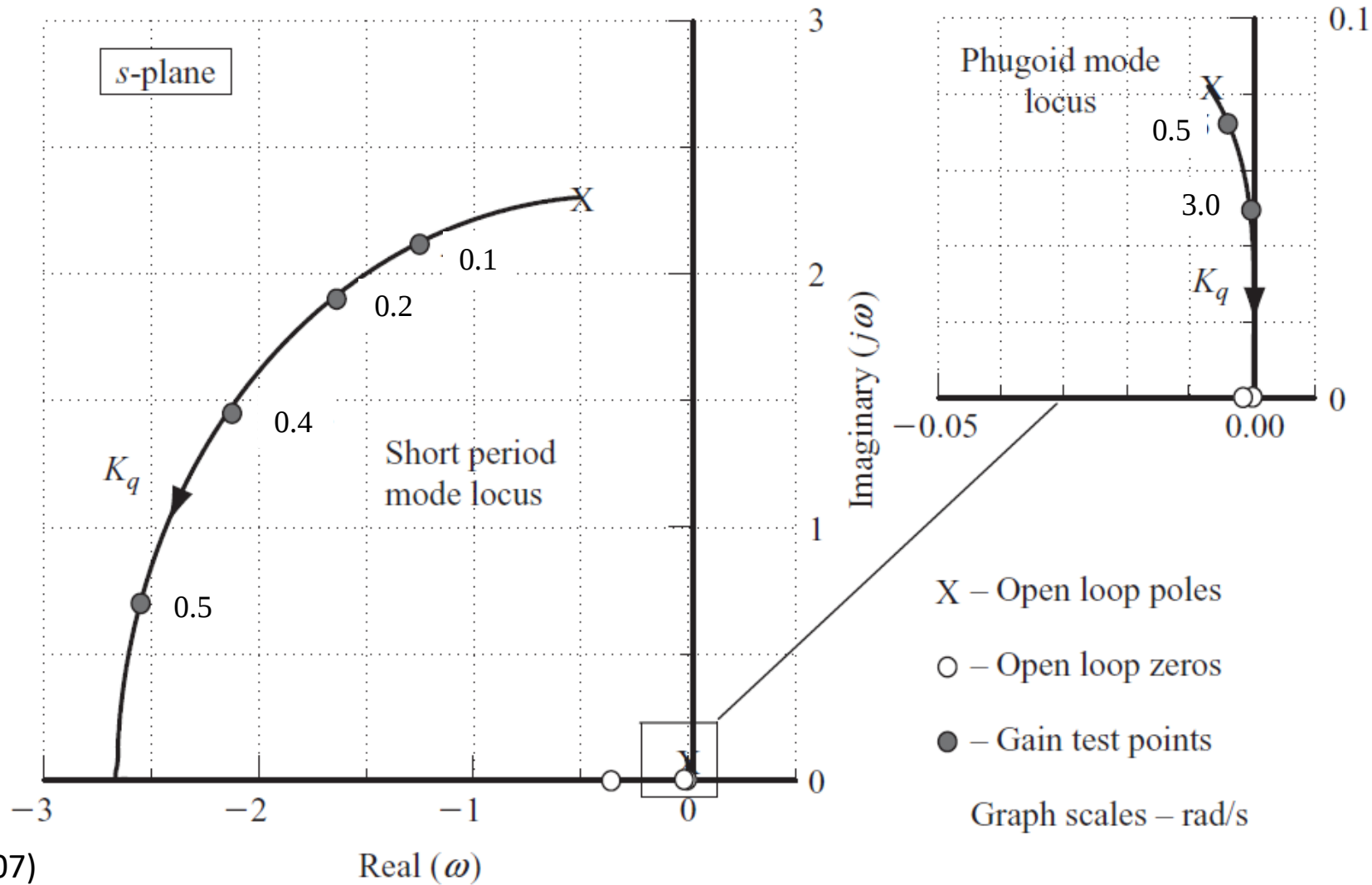
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT da Razão de Atitude em arfagem com relação a uma deflexão de profundor

$$\frac{q(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_{\eta}^q(s)}{\Delta(s)} = \frac{8.096s(s - 0.0006)(s + 0.3591)}{(s^2 + 0.014s + 0.0068)(s^2 + 1.009s + 5.56)} \text{ rad/s/rad}$$

- Inserindo um ganho K_q , tem-se que o modo de curto período se torna criticamente amortecido a $K_q = 0,53$
- Considera-se um valor adequado $K_q = 0,3$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal



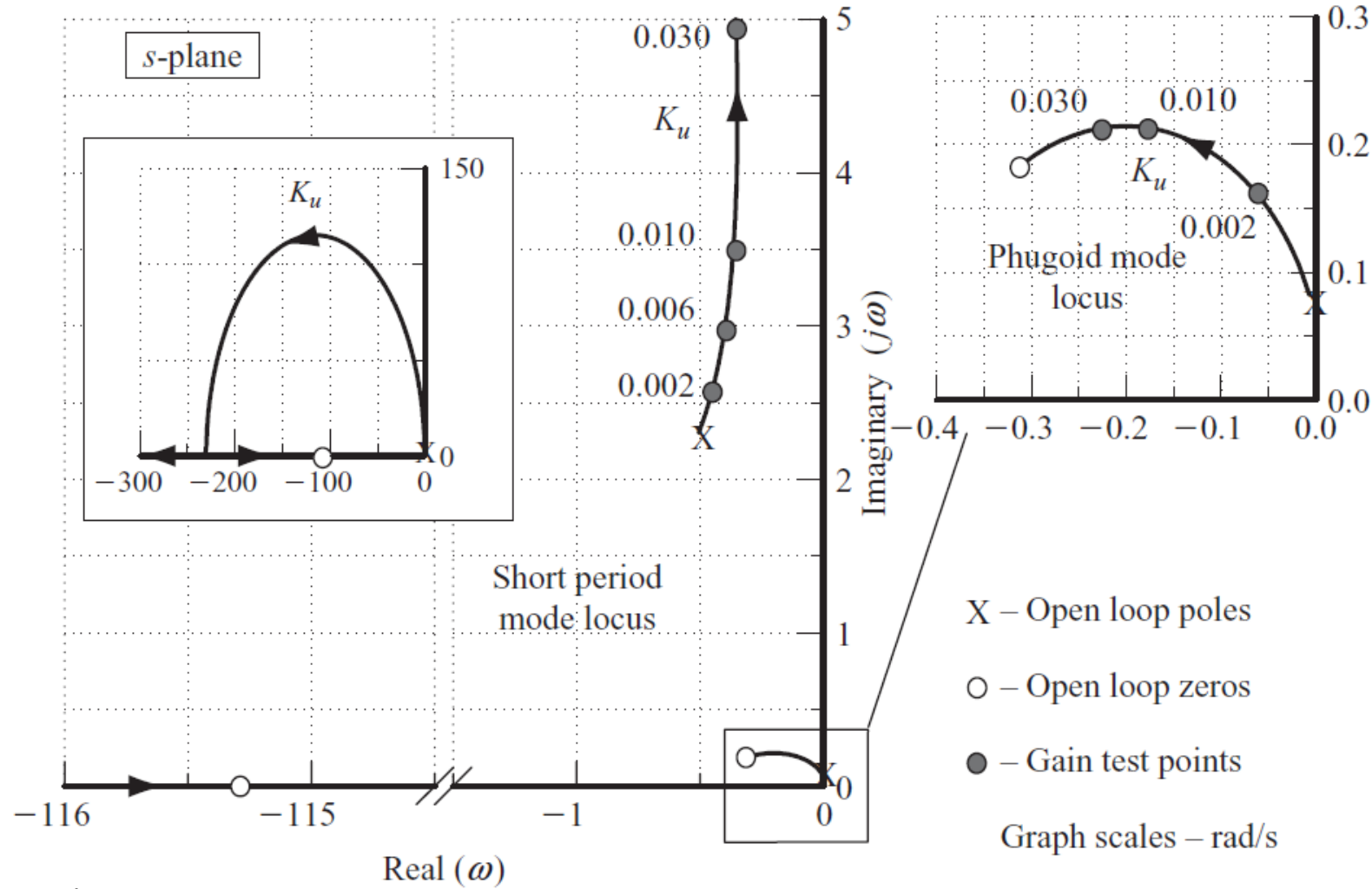
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT da Variação de Velocidade com relação a uma deflexão de profundor

$$\frac{u(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_{\eta}^u(s)}{\Delta(s)} = \frac{6.293(s^2 + 0.615s + 0.129)(s + 115.28)}{(s^2 + 0.014s + 0.0068)(s^2 + 1.009s + 5.56)} \text{ ft/s/rad}$$

- Inserindo um ganho K_u , tem-se que com seu aumento, a frequência de curto período aumenta rapidamente, e seu amortecimento cai. Em fugóide, o aumento do ganho diminui seu amortecimento
- Considera-se um valor adequado $K_u = 0,001$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal



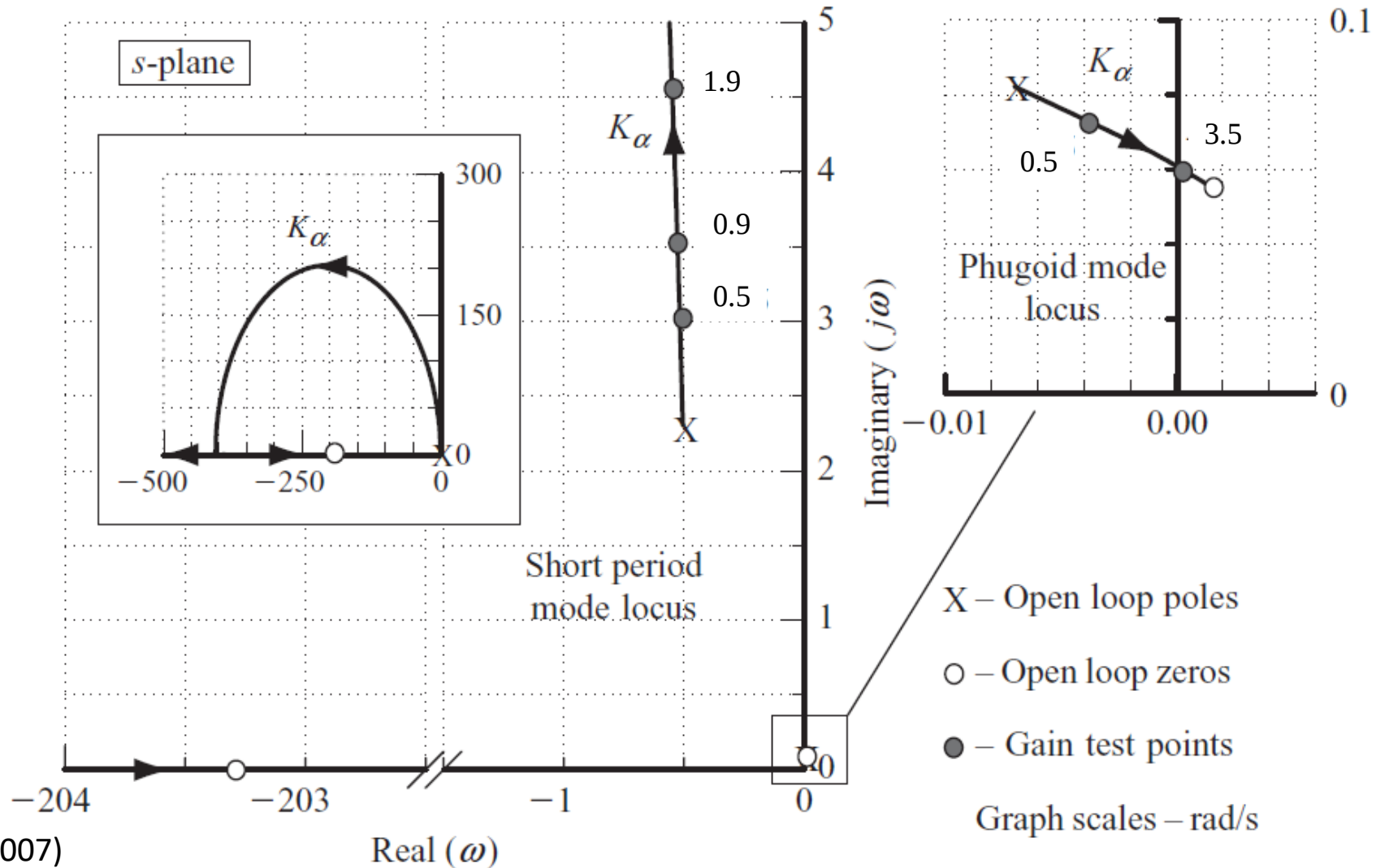
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT da Ângulo de ataque com relação a uma deflexão de profundor

$$\frac{\alpha(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_{\eta}^{\alpha}(s)}{\Delta(s)} = \frac{0.04(s^2 - 0.0027s + 0.0031)(s + 203.34)}{(s^2 + 0.014s + 0.0068)(s^2 + 1.009s + 5.56)} \text{ rad/rad}$$

- Inserindo um ganho K_{α} , tem-se que com seu aumento, a frequência de curto período aumenta rapidamente, e seu amortecimento cai. Em fugóide, o aumento do ganho diminui seu amortecimento, tornando-se instável a $K_{\alpha} = 3,5$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal



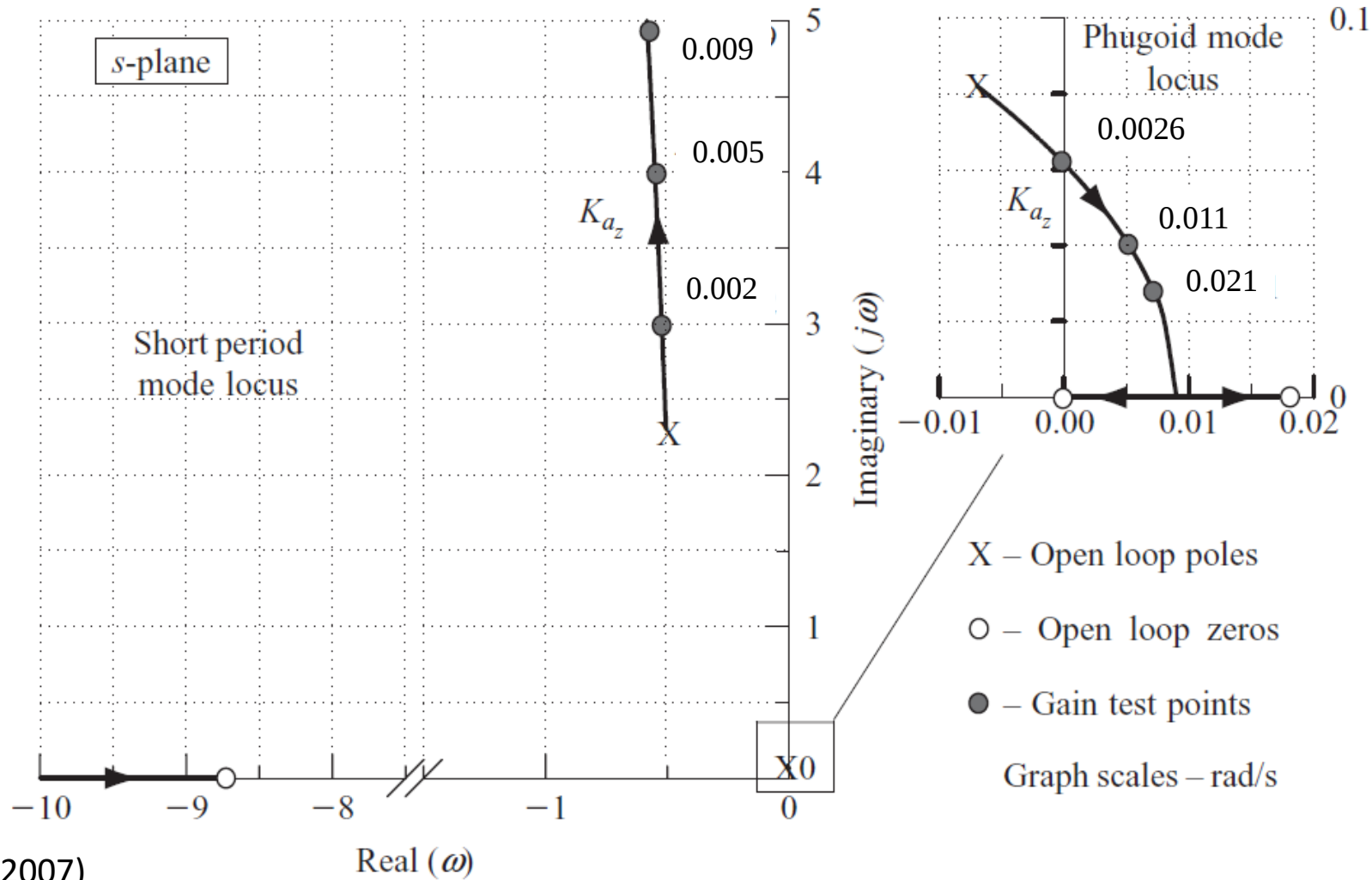
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT da Aceleração normal com relação a uma deflexão de profundor

$$\frac{a_z(s)}{\eta(s)} \equiv \frac{N_\eta^{a_z(s)}}{\Delta(s)} = \frac{23.037(s - 0.018)(s - 0.0003)(s + 8.717)(s - 8.203)}{(s^2 + 0.014s + 0.0068)(s^2 + 1.009s + 5.56)} \text{ ft/s}^2/\text{rad}$$

- Inserindo um ganho K_{az} , tem-se que com seu aumento, a frequência de curto período aumenta rapidamente, e seu amortecimento cai. Em fugóide, o aumento do ganho diminui seu amortecimento, tornando-se instável a $K_{az} = 0,0026$

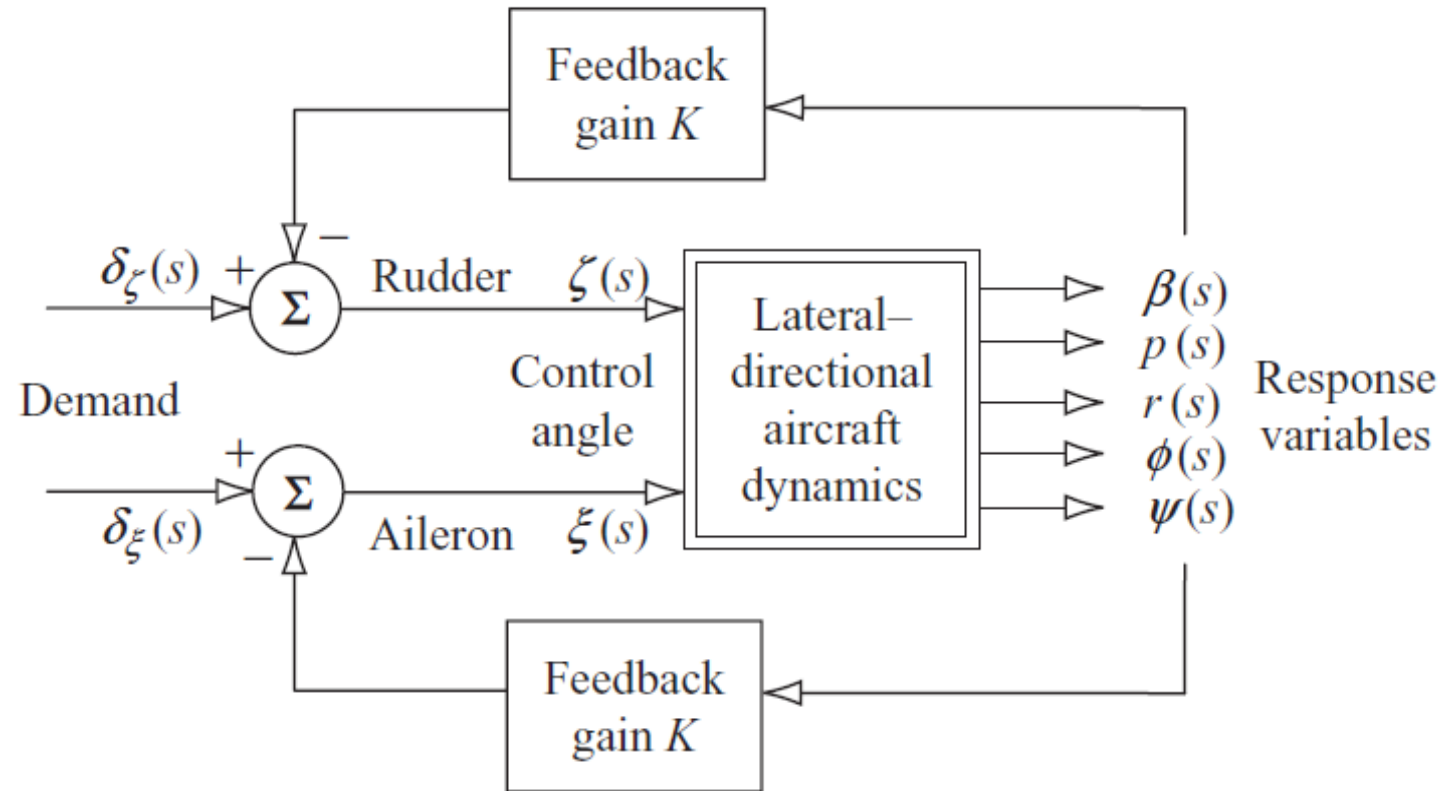
Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Aumento de Estabilidade
- Lugar das Raízes Para Aumento de Estabilidade
- Método de Ajuste de Ganho
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Longitudinal
- Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-directional

- Analogamente ao caso longitudinal, será utilizado o sistema genérico de controle



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Latero-direcionalmente, os valores para malha aberta dessa aeronave são:

Spiral mode time constant $T_s = -714 \text{ s}$

Roll mode time constant $T_r = 0.24 \text{ s}$

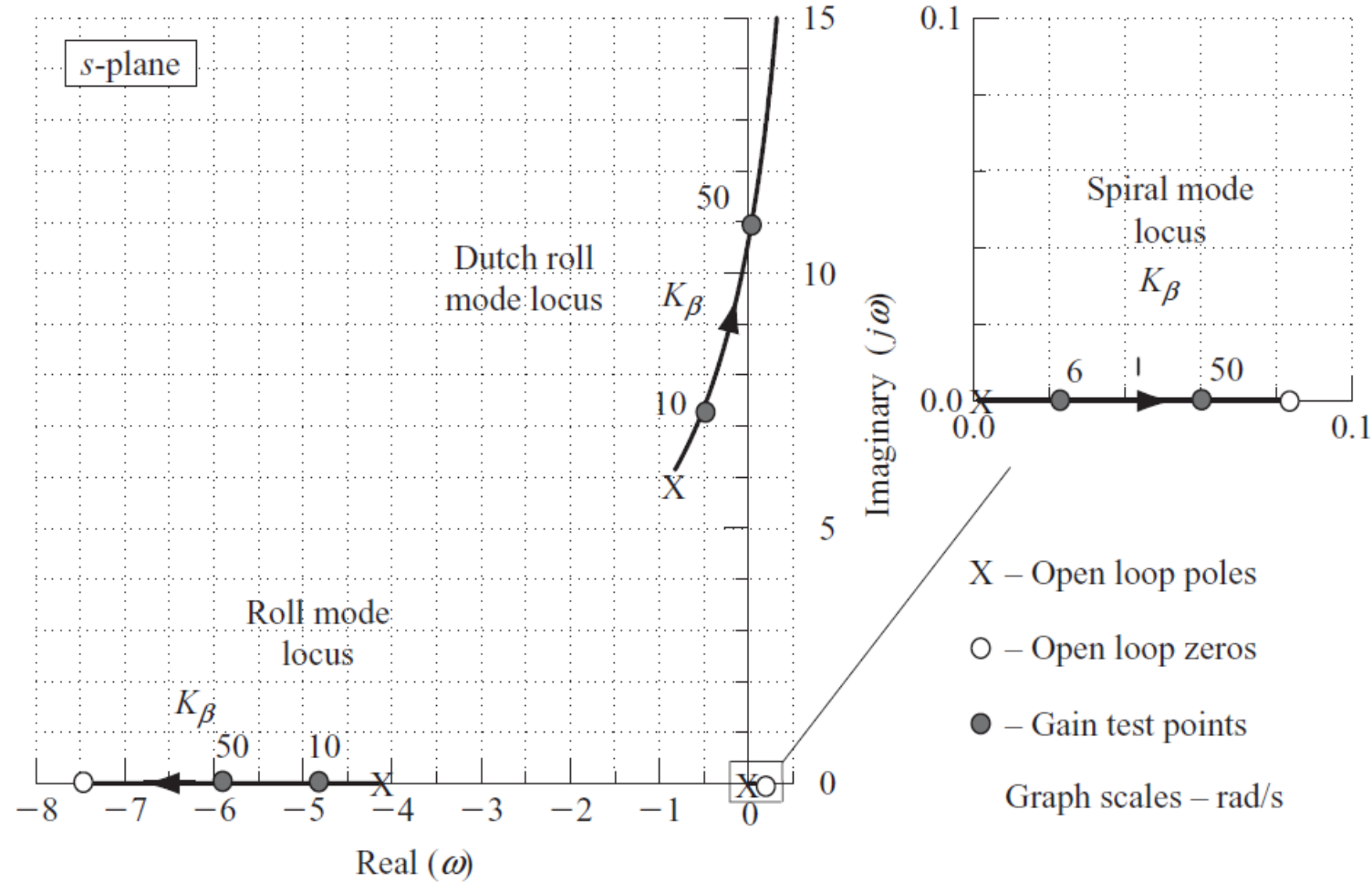
Dutch roll damping ratio $\zeta_d = 0.133$

Dutch roll undamped natural frequency $\omega_d = 6.2 \text{ rad/s}$

- Para esse caso, o modo de espiral é claramente instável e tem a constante de tempo muito alta, o que demonstra uma resposta de primeira ordem bastante lenta

- FT de derrapagem com relação à entrada de aileron

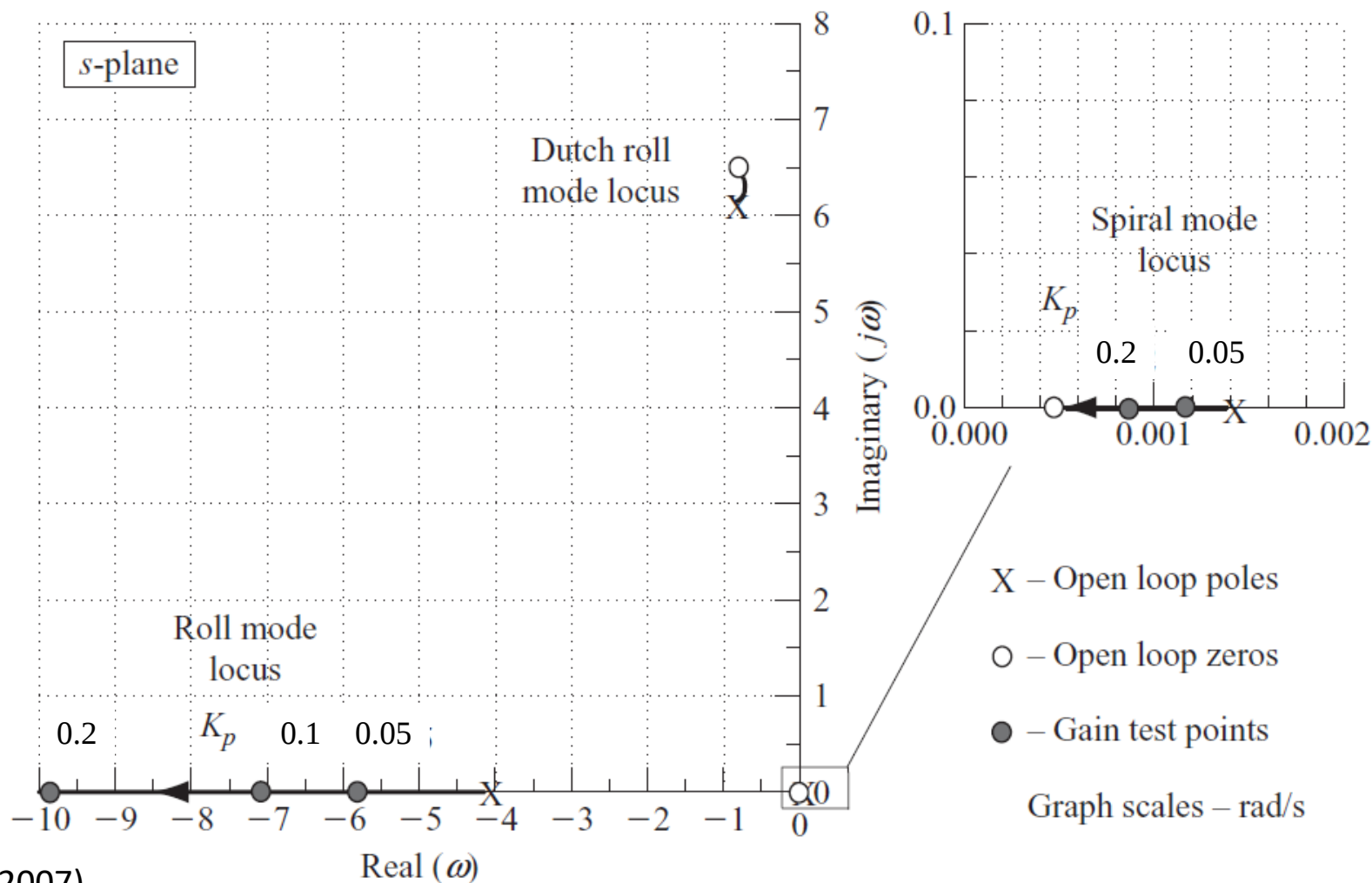
$$\frac{\beta(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\beta}(s)}{\Delta(s)} = \frac{1.3235(s - 0.0832)(s + 7.43)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de razão de rolamento com relação à entrada de aileron

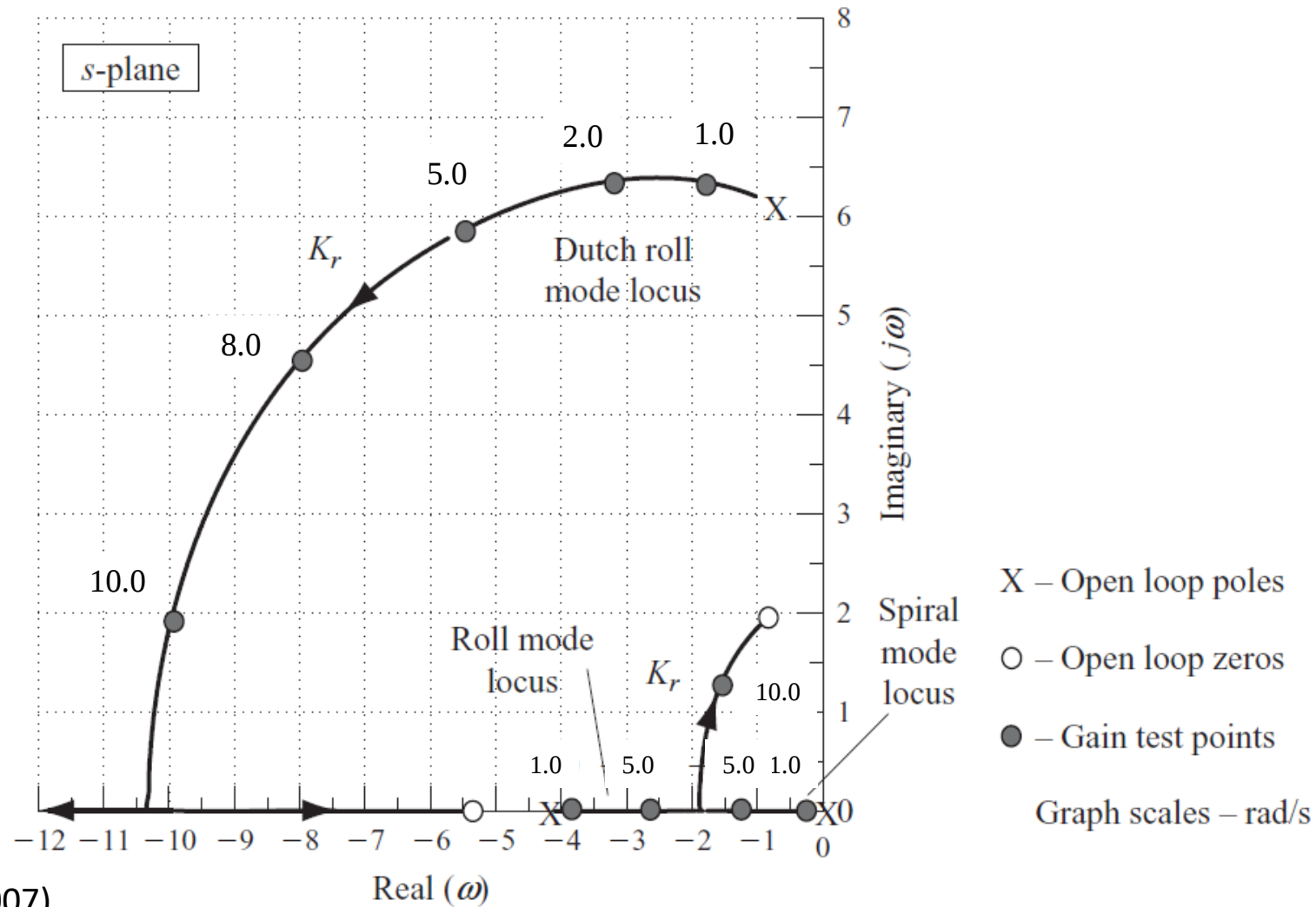
$$\frac{p(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^p(s)}{\Delta(s)} = \frac{27.75(s - 0.0005)(s^2 + 1.55s + 41.91)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/s/rad}$$



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de razão de guinada com relação à entrada de aileron

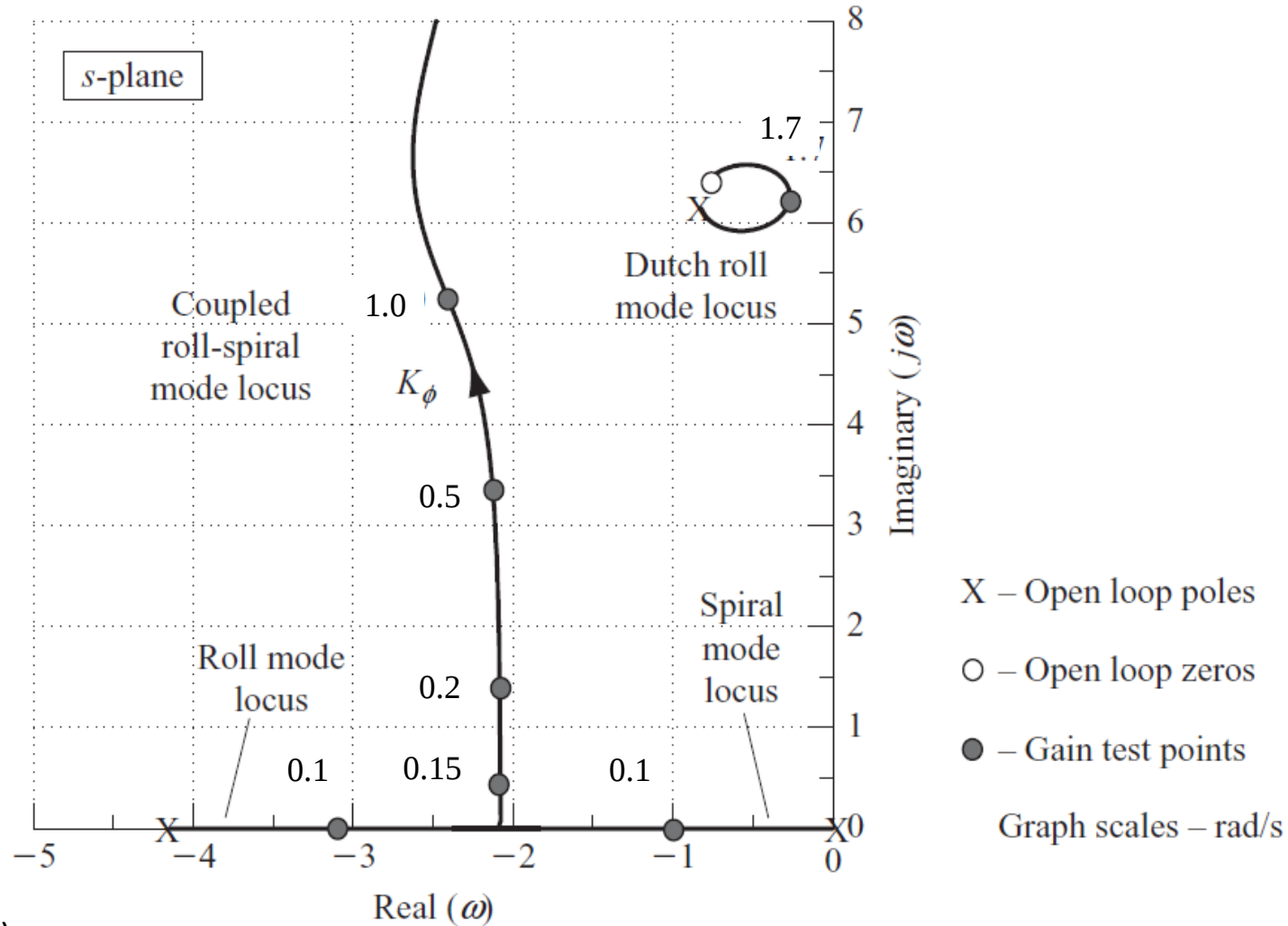
$$\frac{r(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^r(s)}{\Delta(s)} = \frac{1.712(s + 5.405)(s^2 + 1.788s + 4.465)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/s/rad}$$



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de atitude em rolamento com relação à entrada de aileron

$$\frac{\phi(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\phi}(s)}{\Delta(s)} = \frac{27.75(s^2 + 1.55s + 41.91)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$

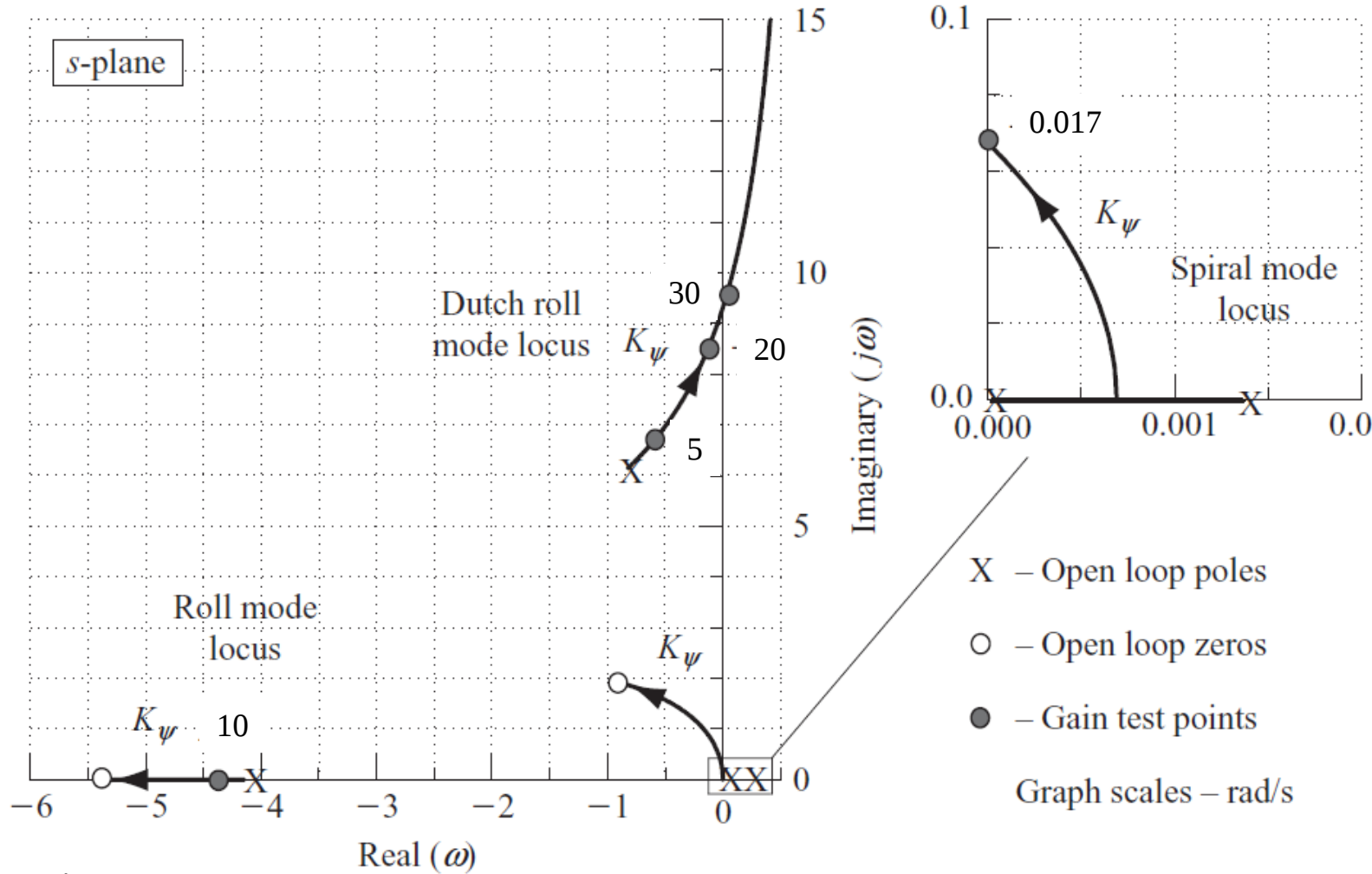


FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de atitude em guinada com relação à entrada de aileron

$$\frac{\psi(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\psi}(s)}{\Delta(s)} = \frac{1.712(s + 5.405)(s^2 + 1.788s + 4.465)}{s(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-direcional

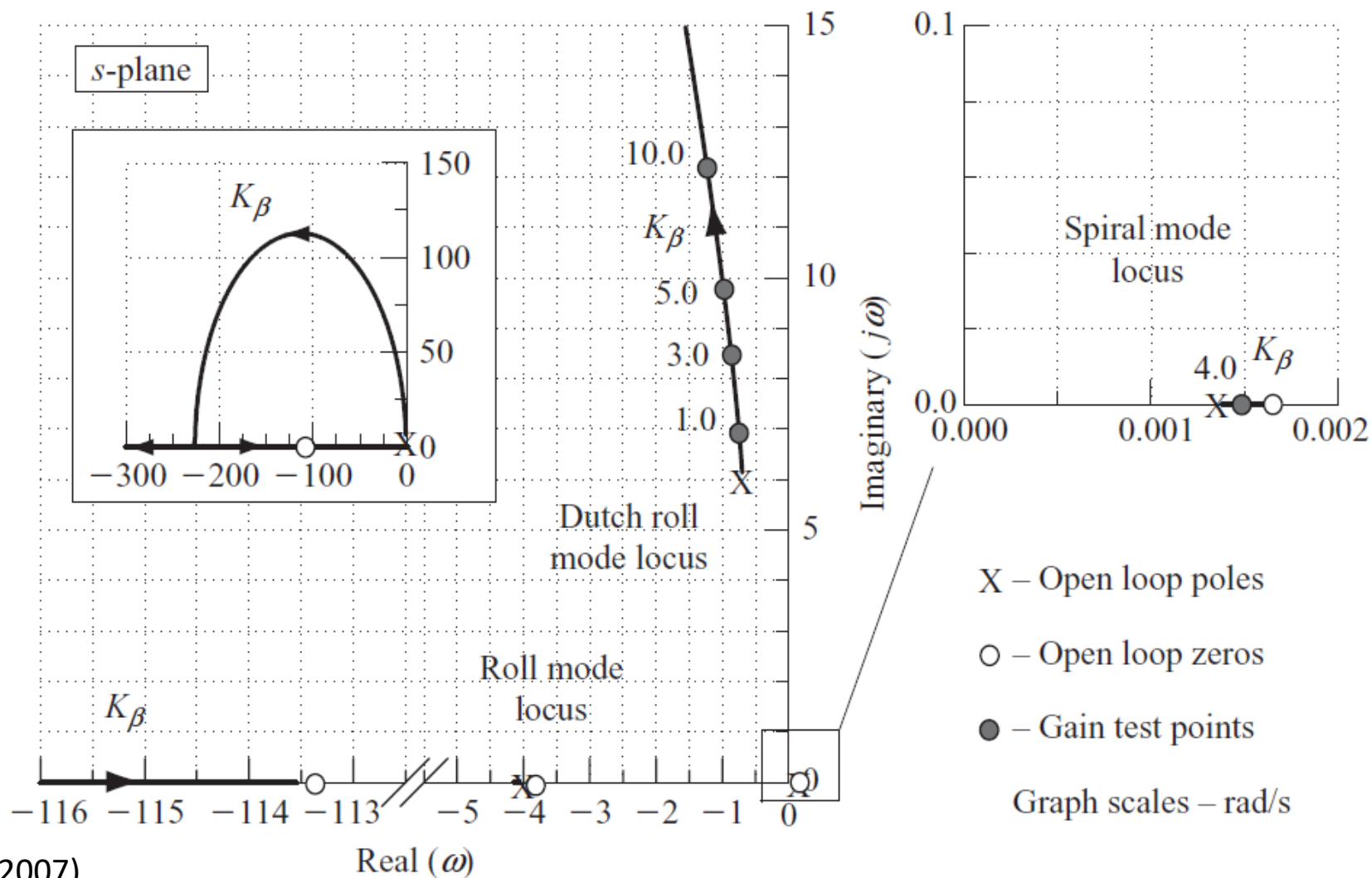


FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de derrapagem com relação à entrada de leme

$$\frac{\beta(s)}{\xi(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\beta}(s)}{\Delta(s)} = \frac{0.10(s - 0.0015)(s + 4.07)(s + 113.4)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$

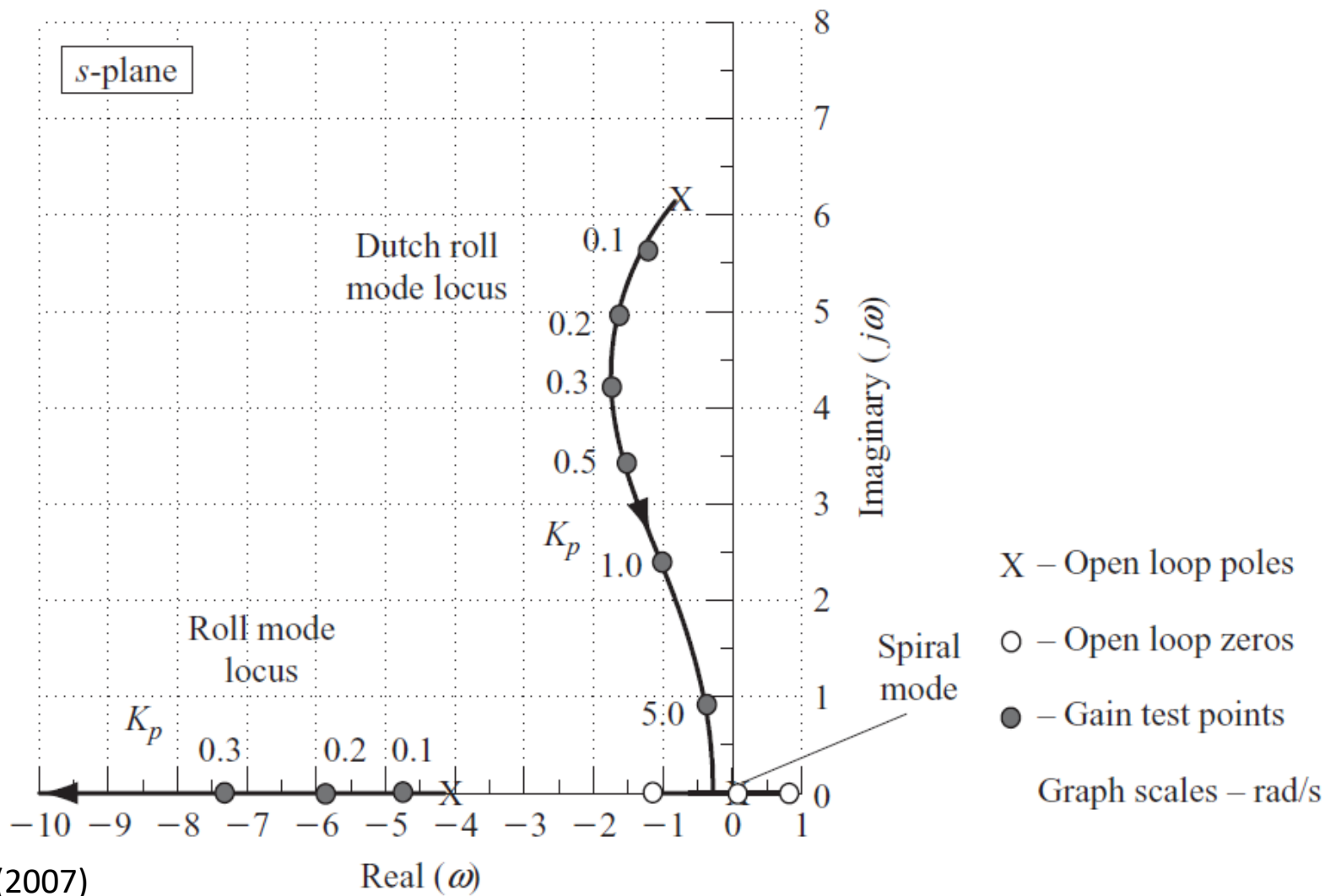
Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-direcional



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de razão de rolamento com relação à entrada de leme

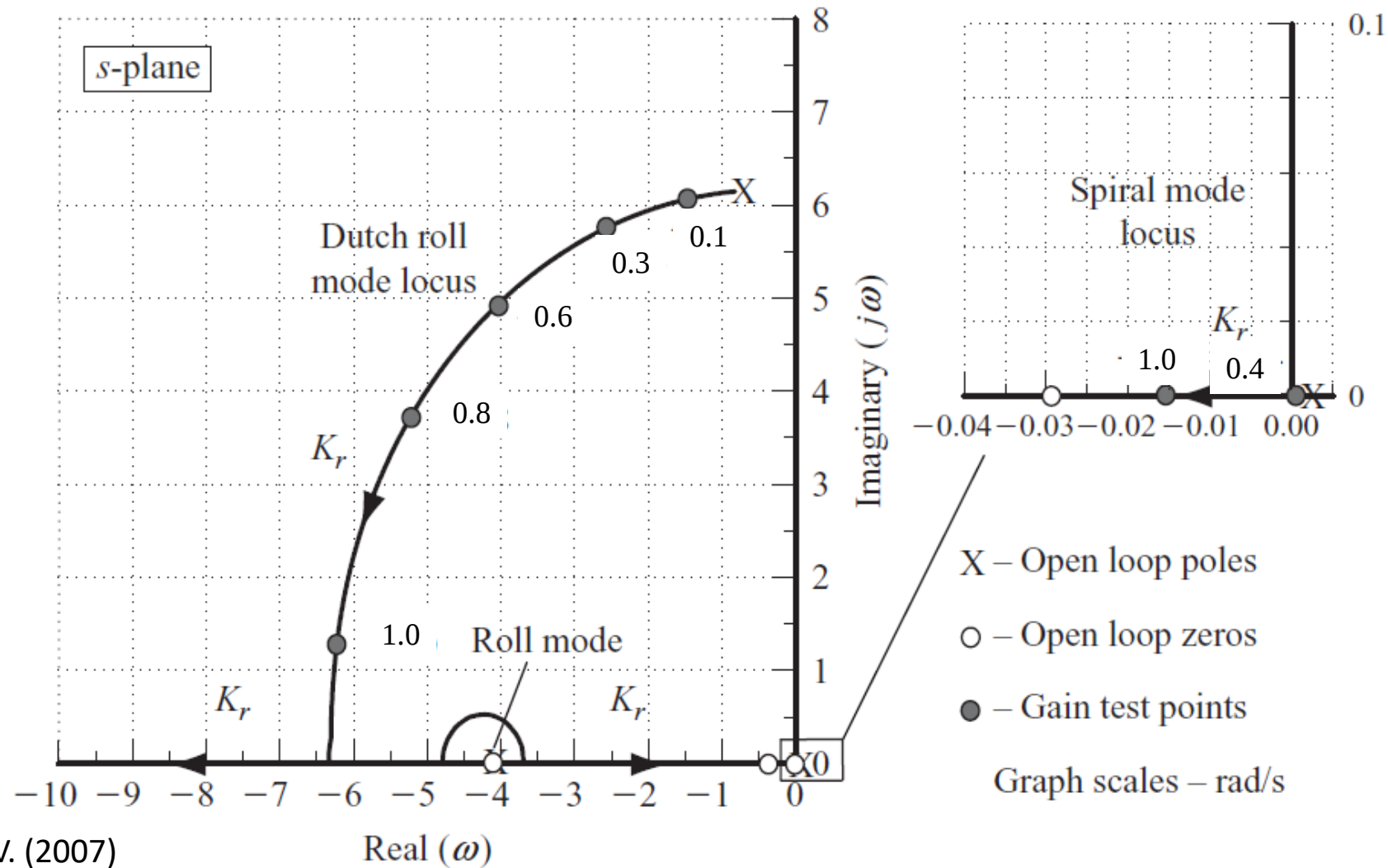
$$\frac{p(s)}{\zeta(s)} \equiv \frac{N_{\zeta}^p(s)}{\Delta(s)} = \frac{16.65(s - 0.0006)(s - 0.79)(s + 1.09)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/s/rad}$$



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de razão de guinada com relação à entrada de leme

$$\frac{r(s)}{\zeta(s)} \equiv \frac{N_{\zeta}^r(s)}{\Delta(s)} = \frac{11.01(s + 0.302)(s + 0.366)(s + 4.11)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/s/rad}$$

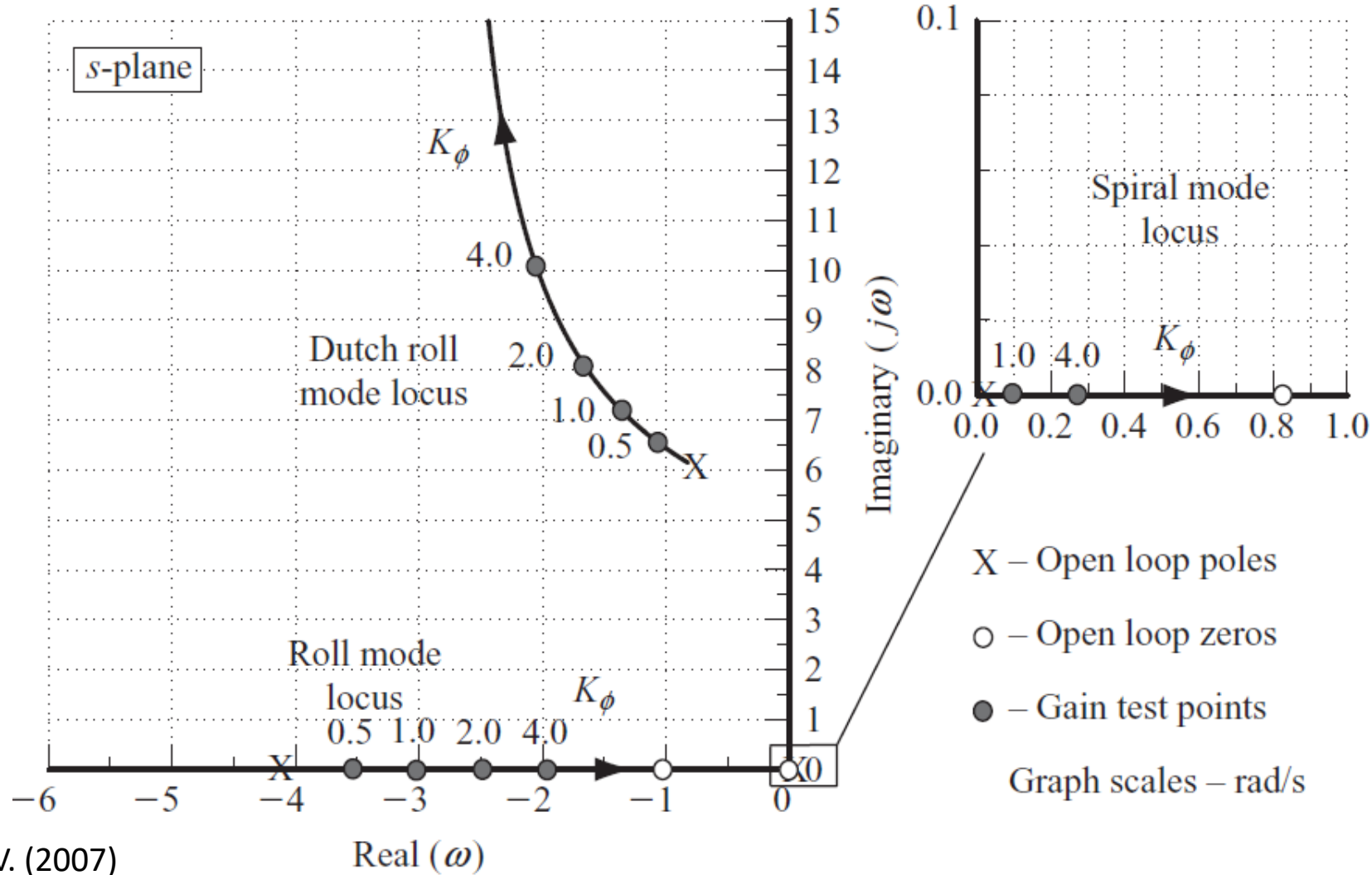


FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de atitude de rolamento com relação à entrada de leme

$$\frac{\phi(s)}{\zeta(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\phi}(s)}{\Delta(s)} = \frac{16.5(s - 0.825)(s + 1.08)}{(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-direcional

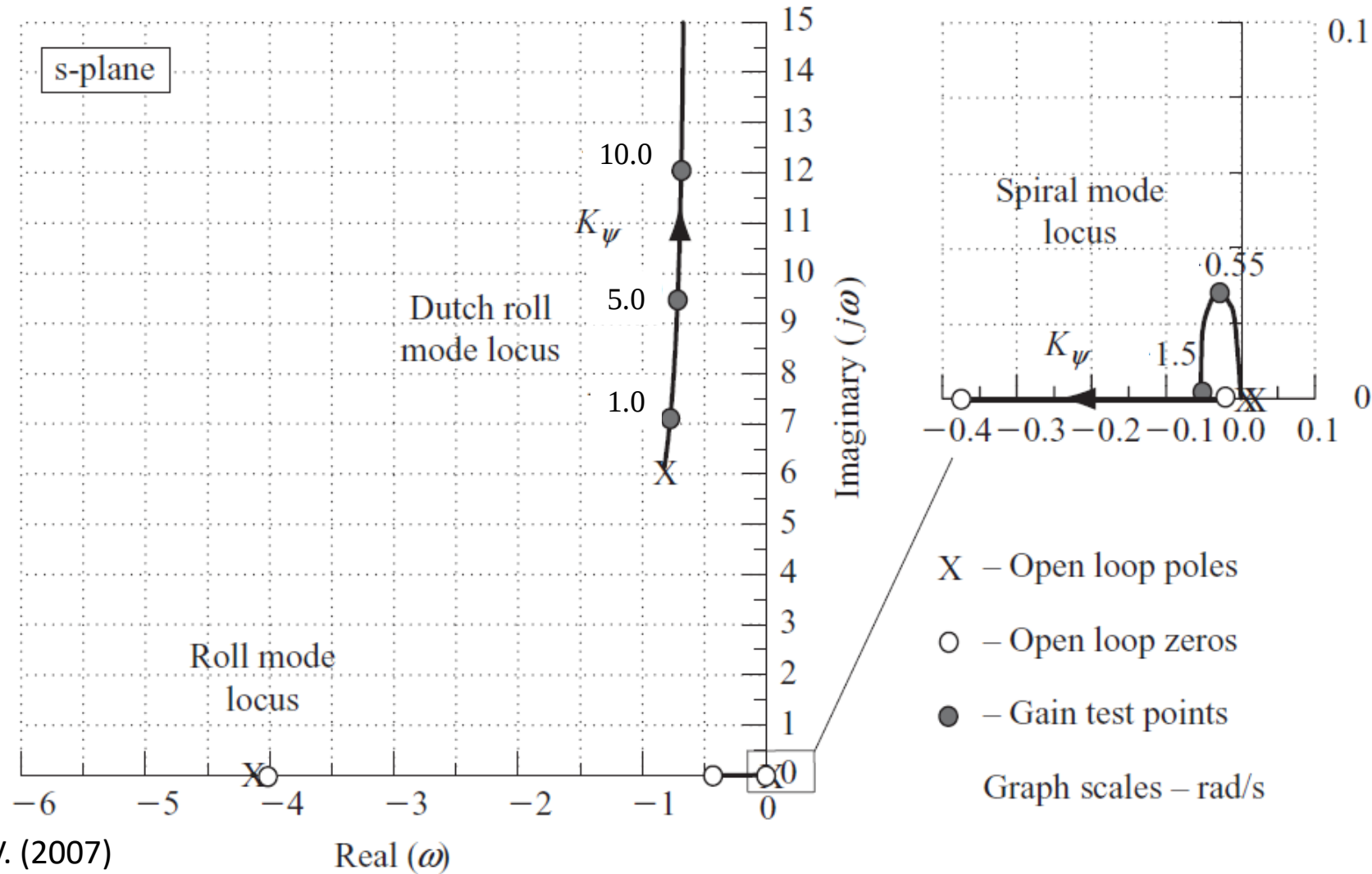


FONTE: Cook, M. V. (2007)

- FT de atitude de guinada com relação à entrada de leme

$$\frac{\psi(s)}{\zeta(s)} \equiv \frac{N_{\xi}^{\psi}(s)}{\Delta(s)} = \frac{11.01(s + 0.0302)(s + 0.367)(s + 4.11)}{s(s - 0.0014)(s + 4.145)(s^2 + 1.649s + 38.44)} \text{ rad/rad}$$

Lugar das Raízes Aplicado a Movimento Látero-direcional



FONTE: Cook, M. V. (2007)