Métodos Numéricos

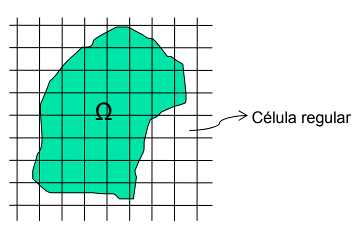
- Ate 2ª Guerra → métodos analíticos (Furier, Green...)
- Década de 40 → desenvolvimento de computadores e FDM

- Gauss-Seidel - Sistema de Equações
- Newton – Zeros e problemas não lineares
- Série de Taylor
- Extrapolação
- Interpolação
- Runge-Kutta (EDO)

Solução analítica ?
Métodos Numéricos !!!

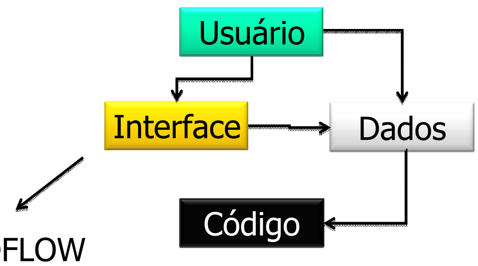
Métodos de Diferenças Finitas (FDM)

- 1º Método
- Anos 60
- Série de Taylor
- Ω em vários elementos → domínios "infinitesimais"



Métodos de Diferenças Finitas (FDM)

- MODFLOW → FDM
  - USGS



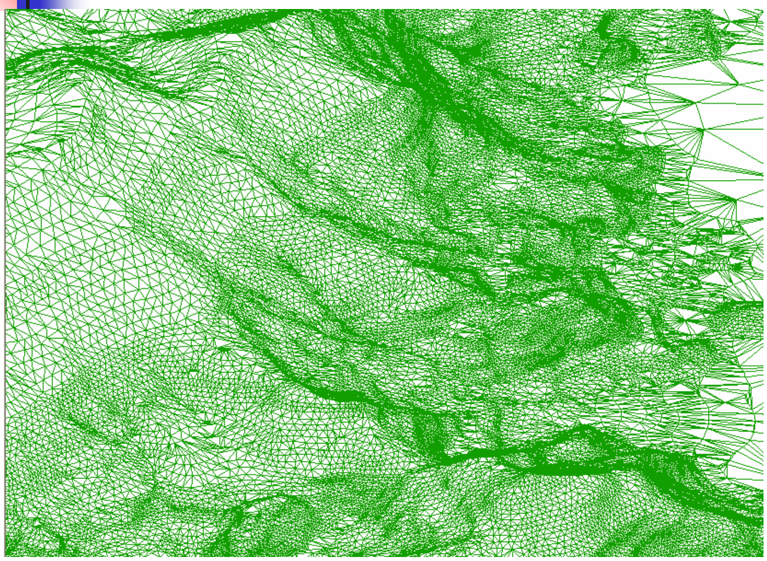
- Visual MODFLOW
  - Nilson Guiguer (Waterloo Hydrogeologic)

Métodos de Diferenças Finitas (FDM)

- Deficiências:
  - Contorno não bem representado
  - Não possibilita refinar a malha em pontos específicos
  - Deficiente para algumas condições de contorno

Referências:
Wang e Anderson, 1982
Kinzelbach, 1987

Métodos de Elementos Finitos (FEM)



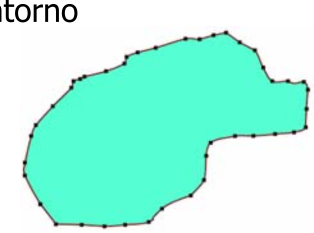
Métodos de Elementos Finitos (FEM)

- Vantagens:
  - Flexibilidade na discretização
  - Malha ajustada ao problema
  - Formulação Variacional
- Deficiências:
  - Complexidade Matemática

Referências:
Huyakorn e Pinder, 1983
Pinder e Gray, 1977

Métodos de Elementos de Contorno (BEM)

- Anos 80
- Reduzir o sistema matricial
- Reduzir tamanho de equações → discretizar contorno, não o domínio.
- Preencher as condições de contorno
- Funções de Green
- Sistema matricial



Métodos de Elementos de Contorno (BEM)

- Deficiências:
  - Meios Homogêneos

Referências:
Digget e Liv, 1983
Beer e Watson, 1982

Métodos de Volumes Finitos (FVM)

- Anos 90
- Justificativa → limitação dos métodos anteriores
- balanço de massa local (formulação integral)
- Ex.:

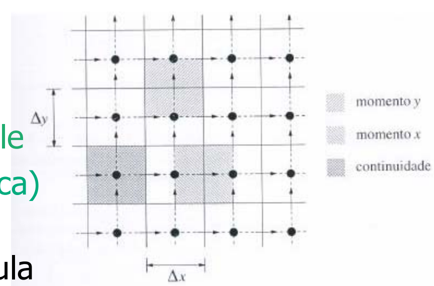
$$S_0 \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla(k\nabla \mathrm{h}) + Q \ (\mathit{diferencial})$$

$$\int_v \left(S_0 \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla(-k \,.\nabla h) + Q \right) dv \ (\mathit{integral})$$

Volumes finitos

Métodos de Volumes Finitos (FVM)

- Define:
  - Volume de controle
  - Direções principais
  - Massa no volume de controle
  - Incógnita: h (carga hidráulica)

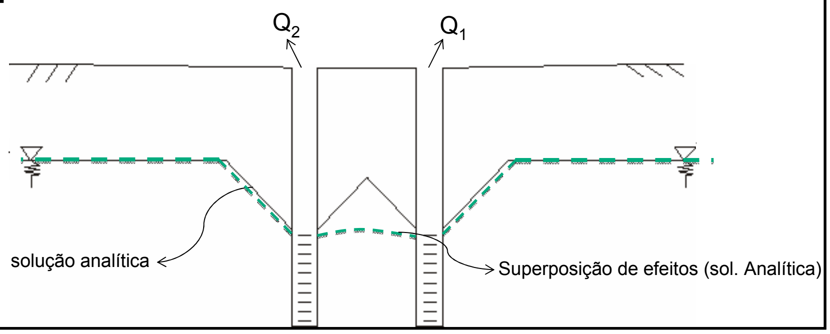


- Balanço de massa p/ cada célula
- Vantagens:
  - Compreensão e implementação Simples
  - Flexibilidade

Métodos de Elementos Analíticos (AEM)

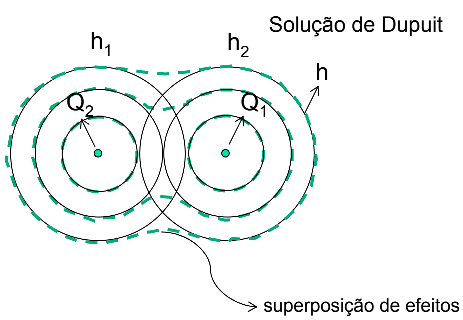
- Anos 90 → Otton Strack
- Volta ao passado → soluções

- Soluções analíticas e superposição de efeitos
- Ex.:



Métodos de Elementos Analíticos (AEM)

- Ex.:



Métodos de Elementos Analíticos (AEM)

- Vantagens:
  - Não é preciso discretizar o domínio
  - Pode-se trabalhar com Ω infinito
  - Funções de Green
  - Transformadas
  - SIG + AEM

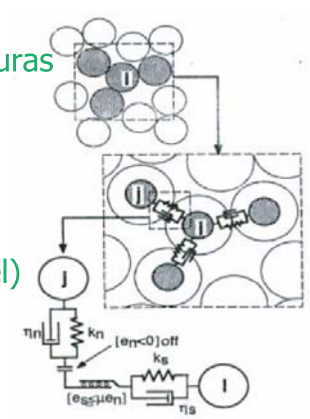
Distribuição de Carga Hidráulica / Elementos

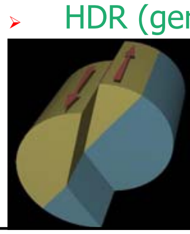
- Deficiência:
  - Matemática complexa

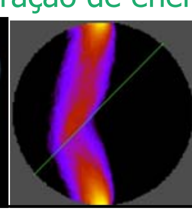
Referências:
Strack, O.D.L., 1999

Métodos de Elementos Distintos (DEM)

- Relacionado a meios Fraturados
- Domínio → blocos separados por fraturas
- Aplicação:
  - Túneis
  - HDR (geração de energia renovável)

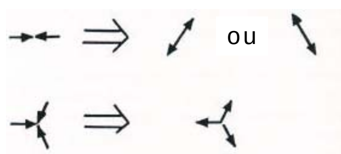


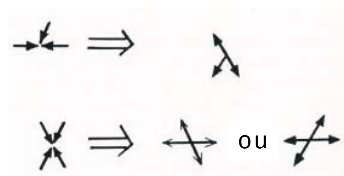




Métodos Lattice-gas

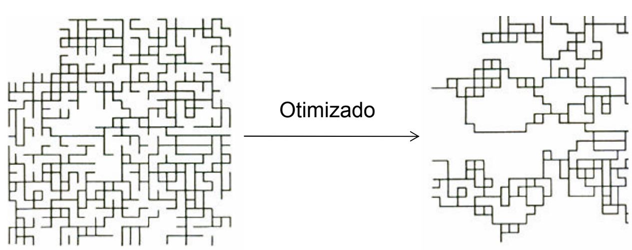
- Regra da Colisão → Representar o encontro de partículas com alteração das direções
- Aplicação:
  - Escoamento multifásico em meio poroso → engenharia de petróleo





Modelo de Percolação(otimização de sistema)

- Anos 80
- Otimizar o modelo → Reconstruindo o sistema de fraturas
- Aplicação:
  - Problemas relacionados a porosidade
  - Auto-semelhança



Métodos de Características (MOC)

- Partículas transportadas ao longo das linhas de fluxo
- Problemas transiente
- Processos advectivos

$$v = \frac{dx}{dt}$$

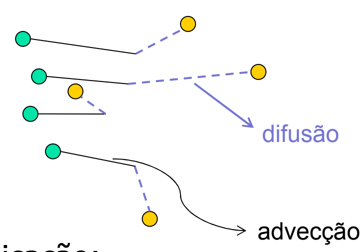
$$dx = v.dt$$ Advectivo

$$\Delta x = v.\Delta t$$ + processos de difusão (Lei de fick)

- Aplicação:
  - Transportes de massa (poluentes), conhecido o fluxo

Métodos dos Caminhos Randômicos (Random Walk)

- Semelhante ao método das MOC
- Advecção → $\Delta x = v \,.\, \Delta t$
- Difusão → número randômico (que definem direção e velocidade)



- Aplicação:
  - Transportes de massa (poluentes), conhecido o fluxo