PME3100 Mecânica I

2 – Estática

2.5 – SISTEMAS DE FORÇAS DISTRIBUIDAS

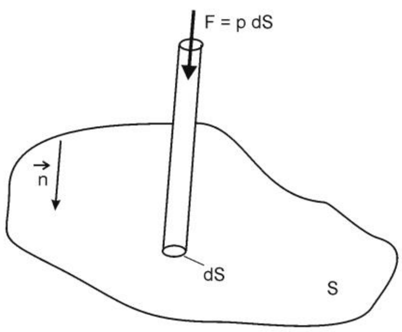
2.5.3 – Forças distribuídas - Hidrostática

2.5.3.1 – Forças distribuídas: são aquelas aplicadas a todos os pontos de um sistema material, ou parte dele (caso contínuo).

Podem ser distribuídas sobre uma linha (modelo de fio sob a ação do vento), uma superfície (pressão de líquido) ou de um voluma (peso, forças eletromagnéticas).

Note-se que não são, necessariamente, paralelas.

Por simplicidade, vejamos o caso de uma superfície plana, com forças distribuídas normais a esse plano (portanto, forças paralelas), sendo $\vec{n}$ o vetor unitário na normal.



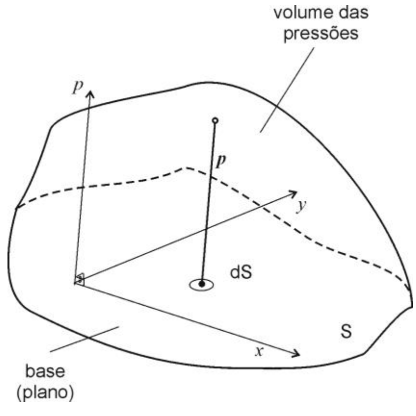
Seja p intensidade da força por unidade de área da superfície (p pode variar de ponto para ponto).

A força que age num elemento de área dS é:

$$\vec{F} = pdS\vec{n}$$

A resultante, no caso contínuo, é dada pela integral (que equivale à somatória já vista no caso discreto):

$$\vec{R} = \int_S p\vec{n}dS = \vec{n}\int_S pdS$$



Imaginemos um sólido de base S e cuja altura em cada ponto seja p. O volume desse sólido será $V = \int_S pdS$. Podemos, assim, escrever:

$$\vec{R} = \vec{n}\int_S pdS = V\vec{n}$$

O volume descrito é chamado de “volume das pressões”, e é definido apenas para forças distribuídas paralelas. Como já vimos, este sistema de forças é equivalente a uma única força: a resultante aplicada no centro dessas forças paralelas. Calculando a posição desse ponto pela definição concluímos que ele é a projeção normal do próprio baricentro do volume das pressões na superfície dada.

Portanto, um sistema de forças distribuídas paralelas, aplicadas a uma superfície plana normal a elas, é equivalente a uma única força (a resultante) aplicada num ponto dessa superfície, que é a projeção normal do centro do volume das pressões sobre a mesma superfície.

2.5.3.2 – Hidrostática

Lei fundamental da Hidrostática:

"A pressão exercida por um líquido perfeito num ponto a uma profundidade h, sendo γ o peso específico desse líquido, é dada por:

$$p = p_0 + \gamma h$$

com $p_0 =$ pressão atuante na superfície do líquido".

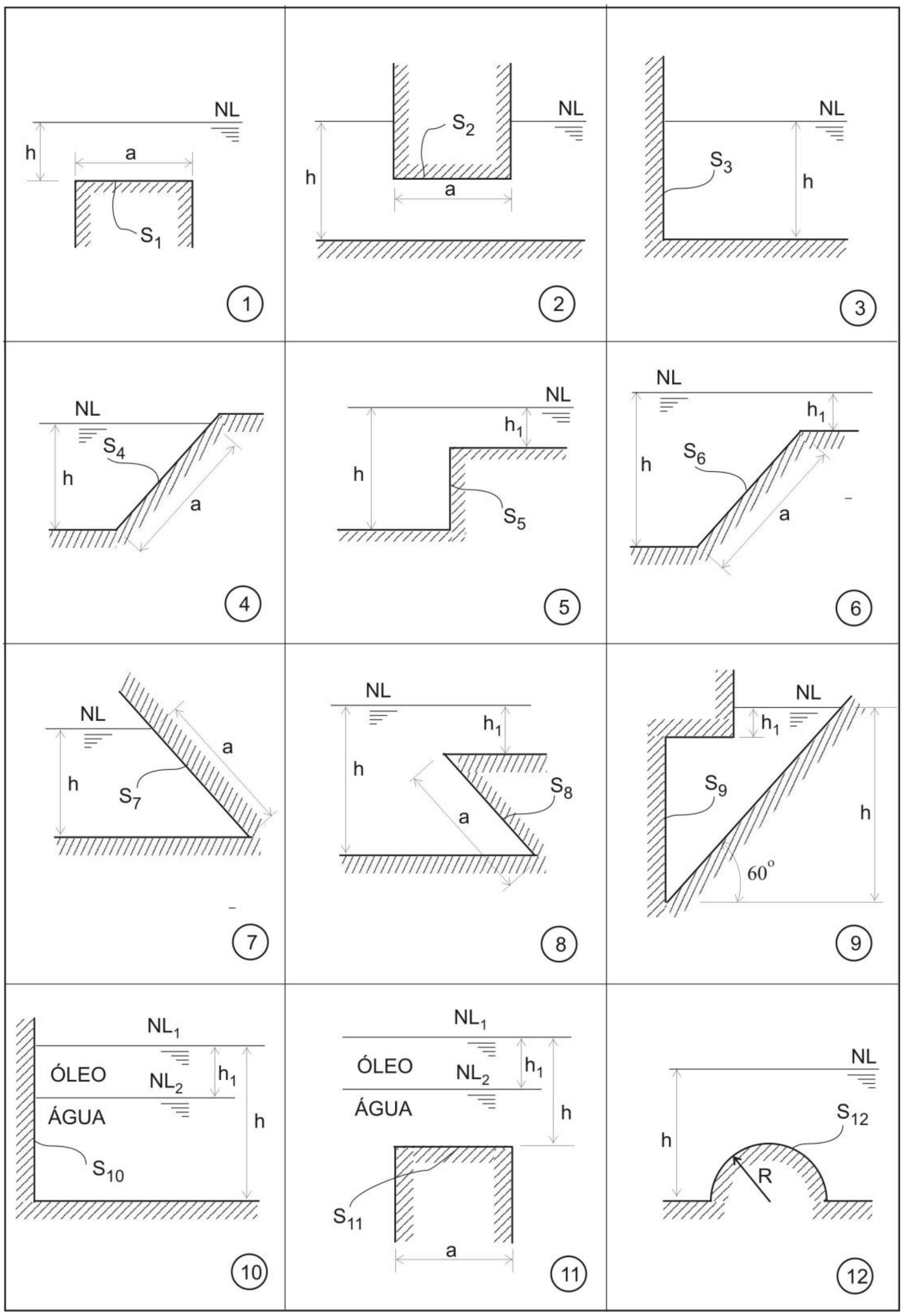
As forças de pressão são normais à superfície. Se esta é plana, aquela formam um sistema de forças paralelas, e seu volume as pressões em geral é um prisma de base retangular, triangular ou trapezoidal. Para cálculo do baricentro, subdivide-se o volume em figuras simples.

Para superfícies curvas, o processo mais simples para calcular a resultante das ações do líquido e seu ponto de aplicação consiste no estudo do equilíbrio de um volume de líquido limitado pela superfície dada e por superfícies verticais e horizontais convenientes.

2.5.3.3 – Exemplos

2.5.3.3.1 – Exemplo 1 (H.5 da lista 01)

Esquematize o volume das pressões sobre cada uma das superfícies submersas indicadas por S_i nos diagramas da figura a seguir. Calcule, também, a resultante das forças sobre S_i, indicando seu ponto de aplicação. Admita que todas as superfícies têm largura L na direção normal ao plano da figura, e que o fluido tem peso específico γ (= ρg). Quando existirem dois fluidos, admita pesos específicos γ_a (água) e γ_o (óleo). Despreze a pressão atmosférica.

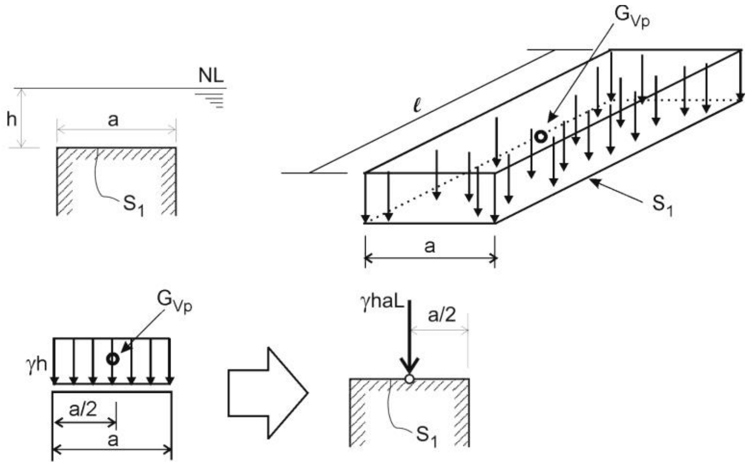


Resolução (alguns):

Caso 1:

Volume das pressões: $V = (\gamma h)aL$ (prisma de base retangular)

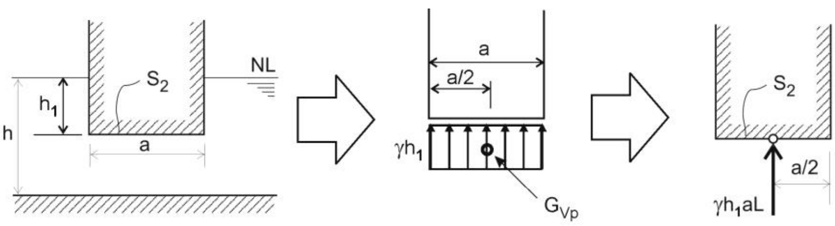
Ponto de aplicação: *a/2* (e meio de L)



Caso 2:

Volume das pressões: $V = (\gamma h_1)aL$ (prisma de base retangular)

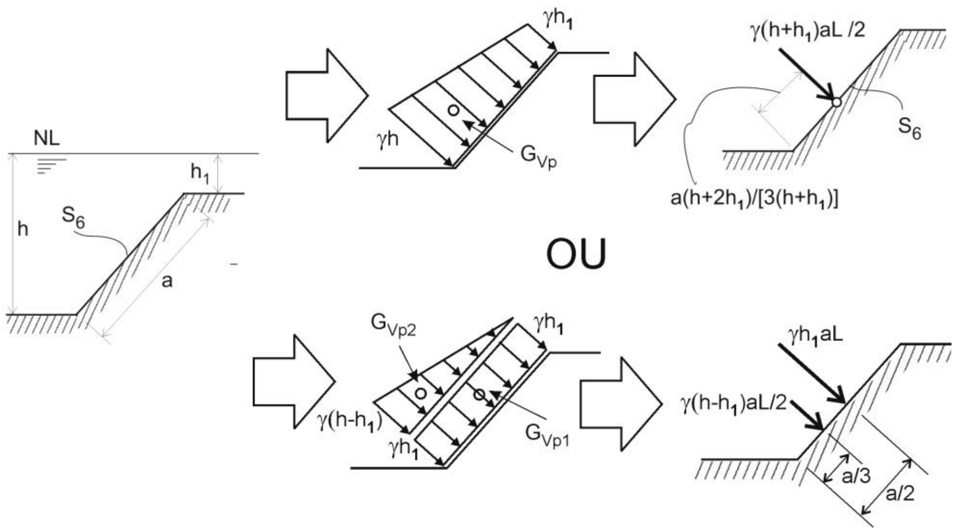
Ponto de aplicação: *a/2* (e meio de L)



Caso 6:

Volume das pressões: $V = \frac{(\gamma h + \gamma h_1)}{2} aL$ (prisma de base retangular)

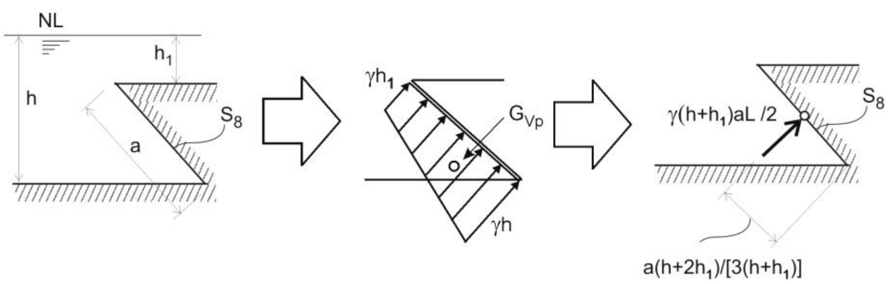
Ponto de aplicação: indicado na figura (e meio de L)



Caso 8:

Volume das pressões: $V = \frac{(\gamma h + \gamma h_1)}{2} aL$ (prisma de base retangular)

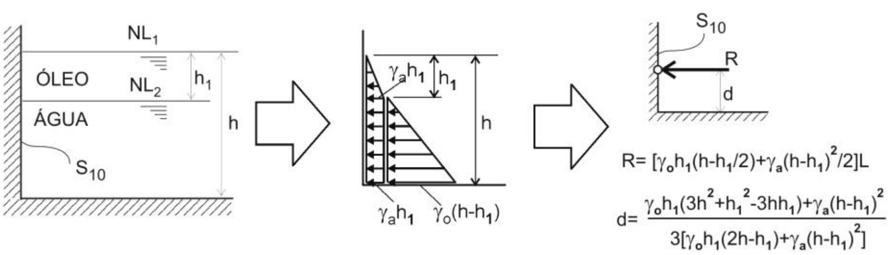
Ponto de aplicação: indicado na figura (e meio de L)



Caso 10:

Volumes das pressões: indicados na figura (prismas de base retangular)

Ponto de aplicação: indicado na figura (e meio de L)



Caso 12: superfície curva – forças NÃO paralelas

$$\sum F_y = 0: 2\gamma hRL - P - X = 0 \Rightarrow X = \frac{\gamma\pi R^2 L}{2} - 2\gamma hRL$$