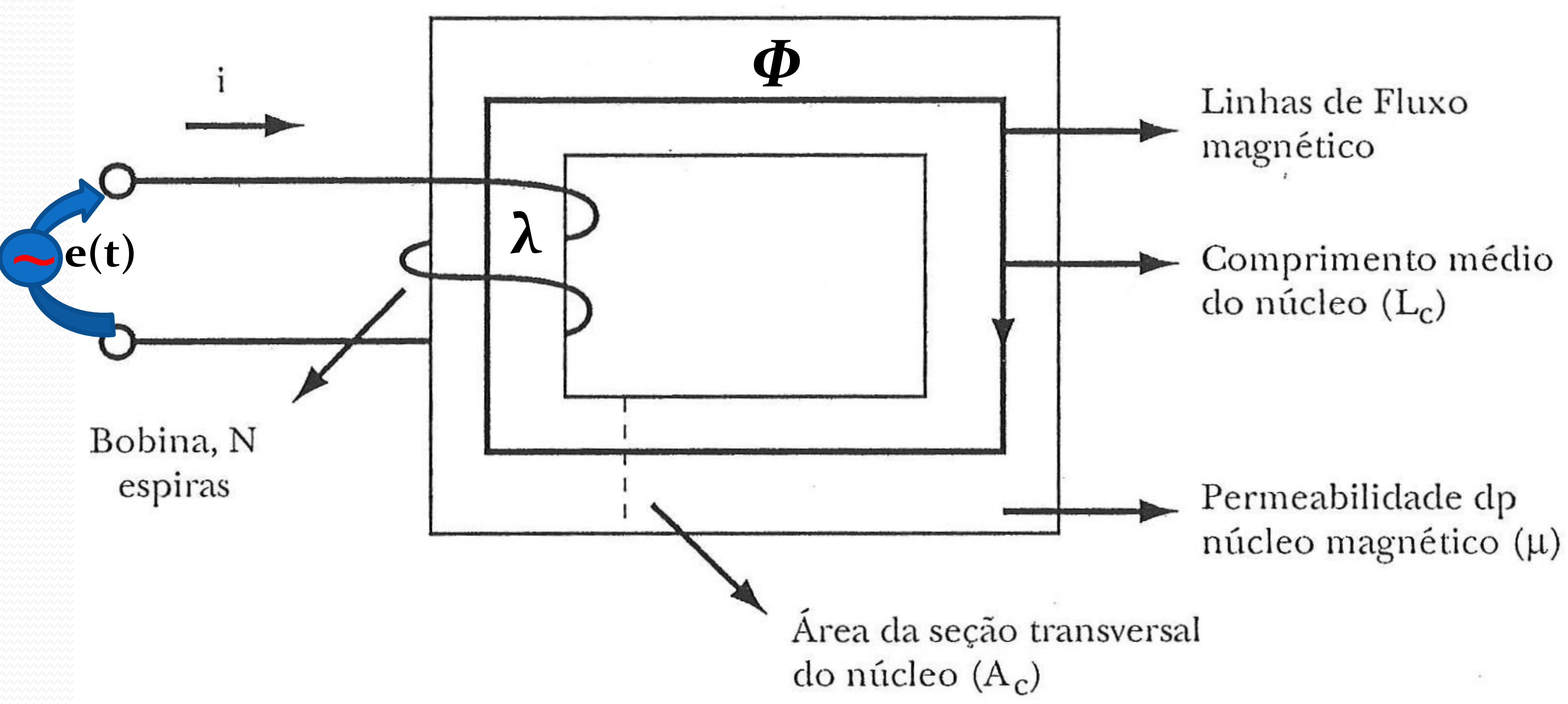
Sistemas Eletromecânicos

- *Circuitos Magnéticos*
    - *Variáveis e Unidades*
- *LEIS DOS MOTORES*
- *LEIS DOS GERADORES*
- *EXEMPLOS:*
    - *Esfera em suspensão*
    - *Alto-falante*
    - *Motor Corrente Contínua*

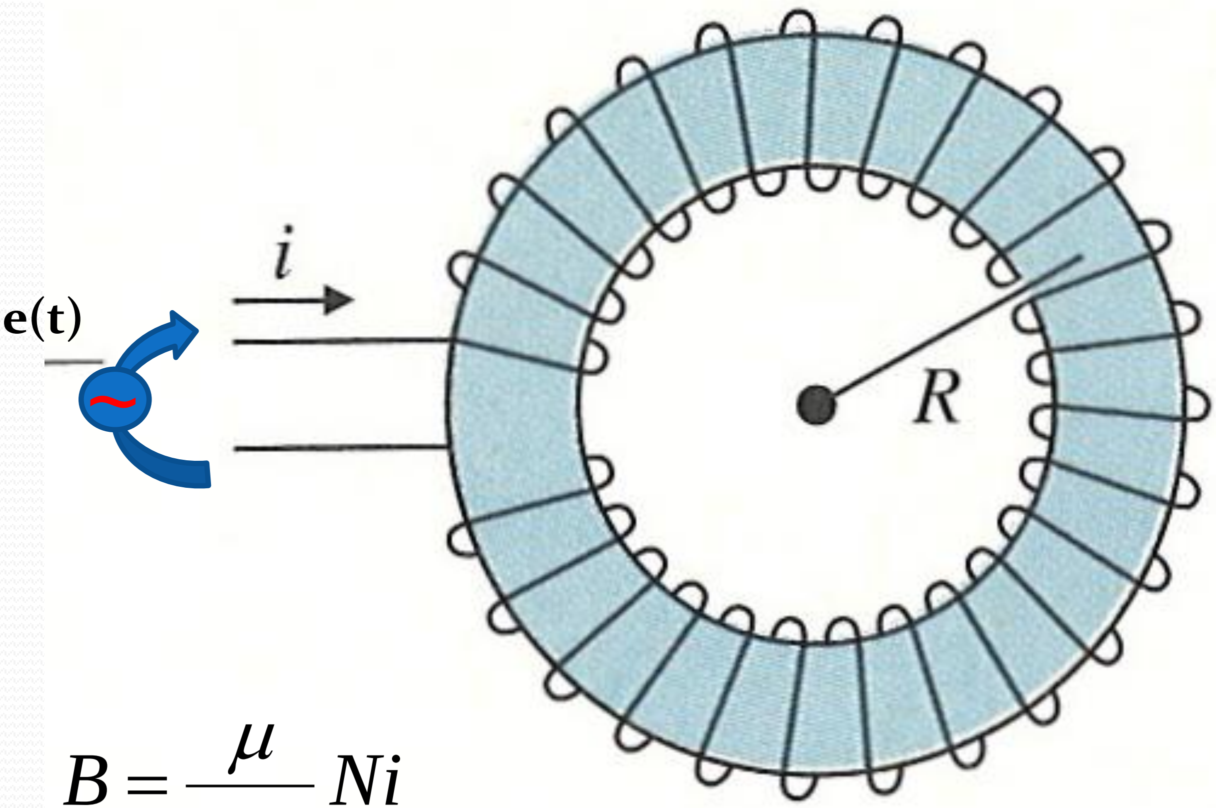
Dois exercícios para casa no decorrer da aula.

Circuitos Magnéticos

Lei de Lenz



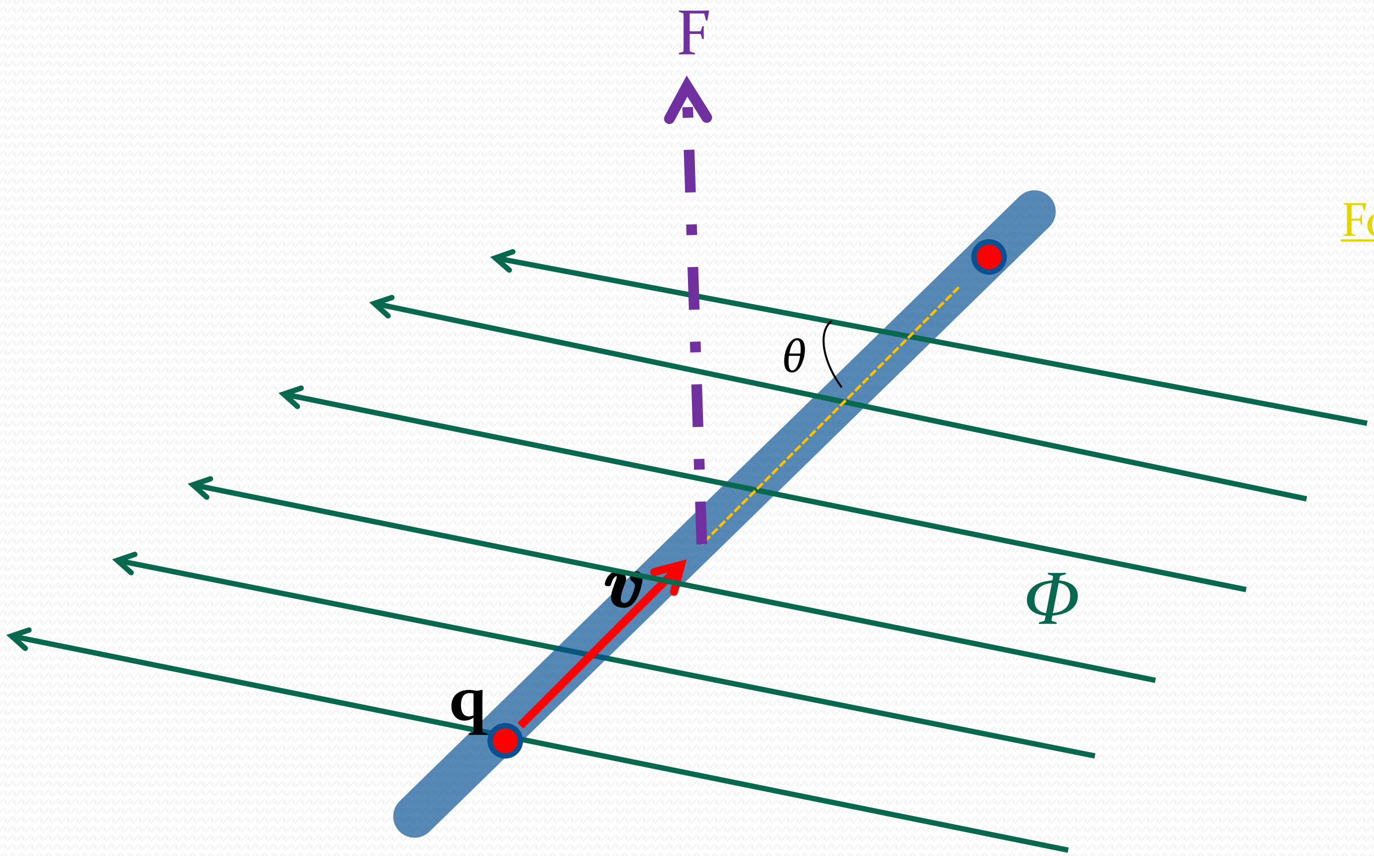
Campo Magnético num Toroide



$$B = \frac{\mu}{2\pi R} N i$$

B= densidade de fluxo magnético (***Φ***) (Tesla)

Lei dos Motores



Força de Lorenz

B= densidade de fluxo magnético (Tesla)

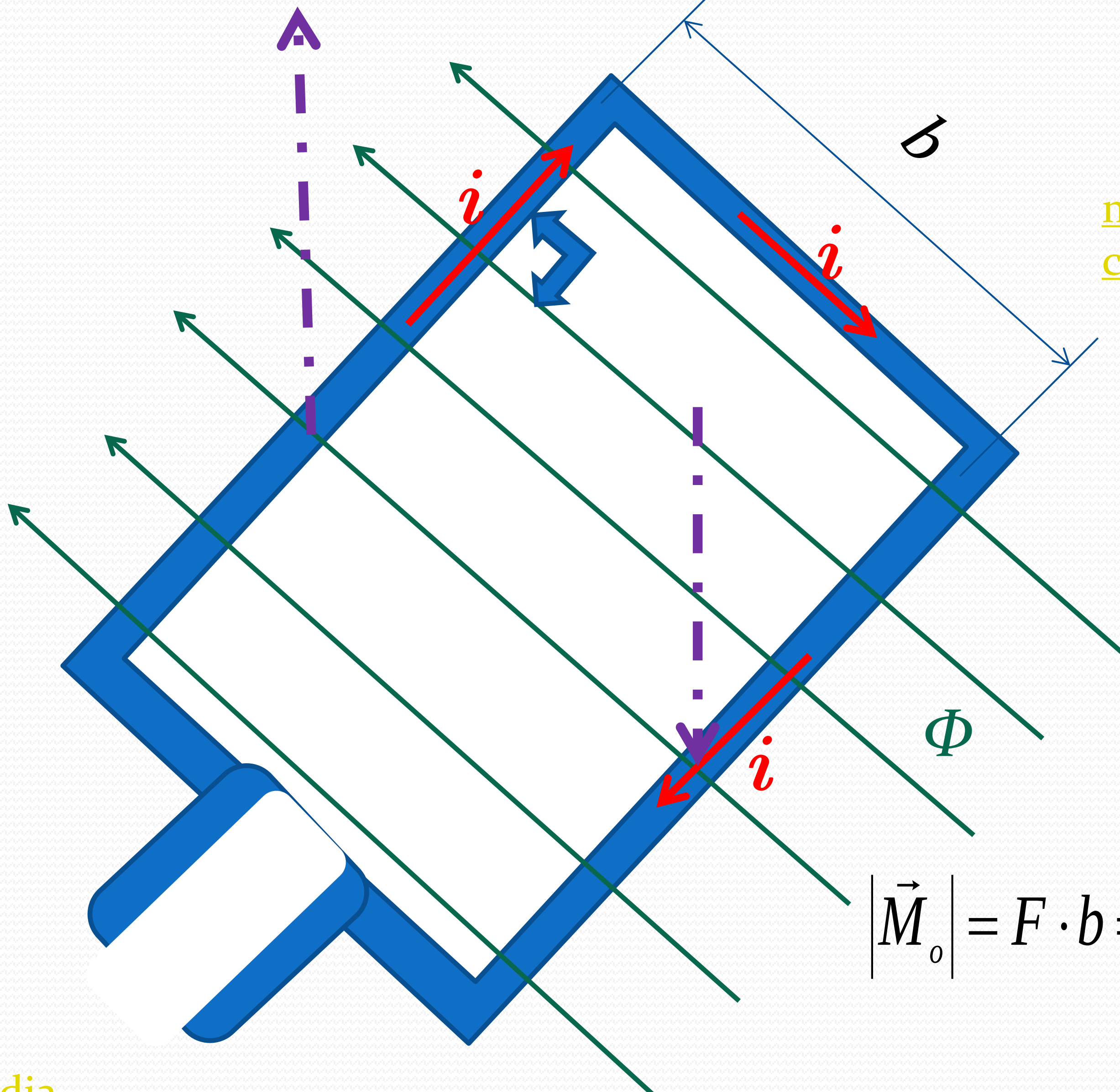
$$\vec{F} = q\vec{\upsilon} \wedge \vec{B}$$

Corrente passando pelo condutor de comprimento l :

$$F = lBi$$

(corrente ortogonal ao campo magnético)

Transformação de energia elétrica em energia mecânica em motores rotativos



[motor de corrente contínua]

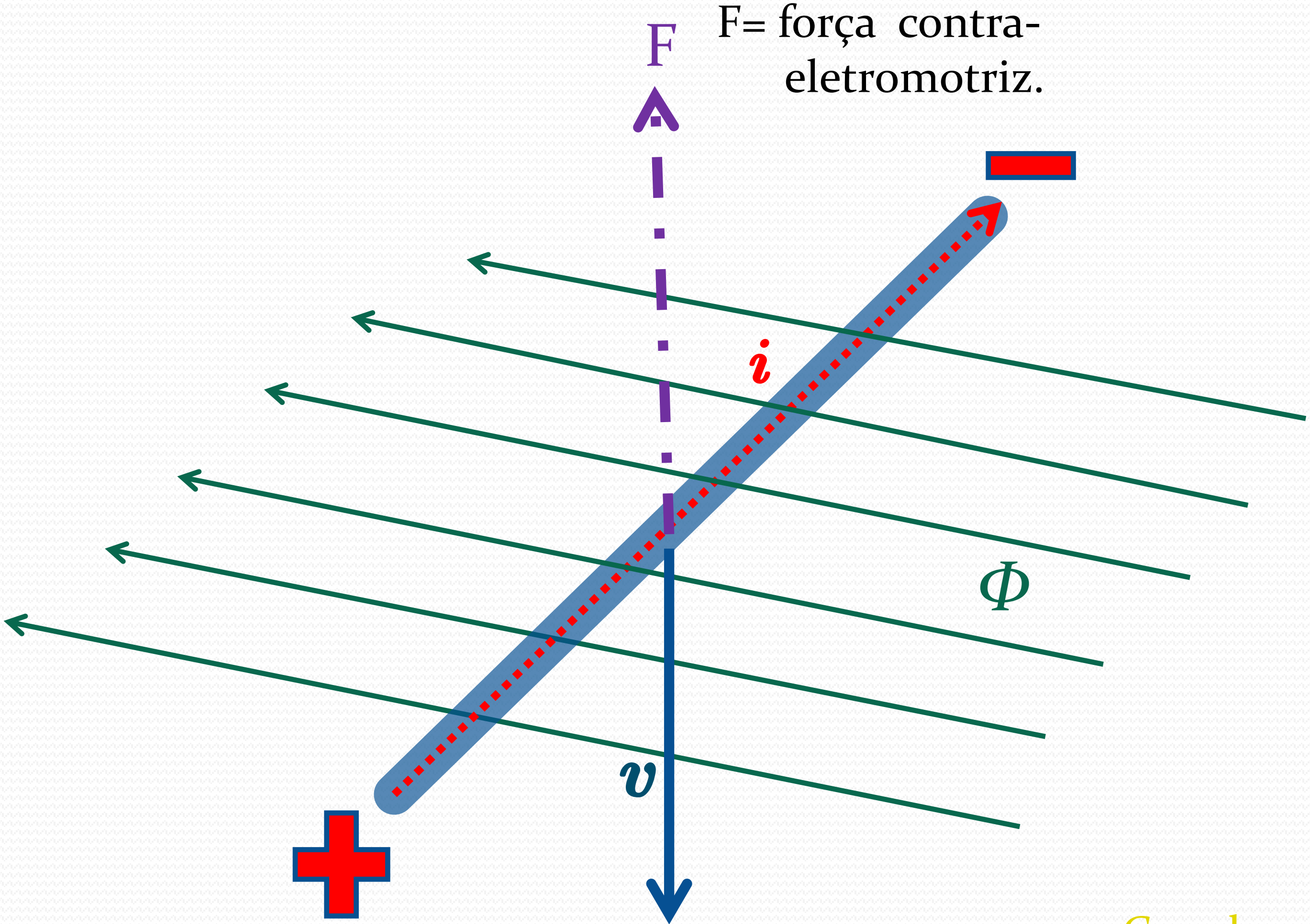
Linhas de fluxo ortogonais à corrente i

$$\left|\vec{M}_0\right| = F \cdot b = l \cdot b \cdot B \cdot i = k \cdot B \cdot i$$

[wikipedia]

Lei dos Geradores

F= força contra-eletromotriz.

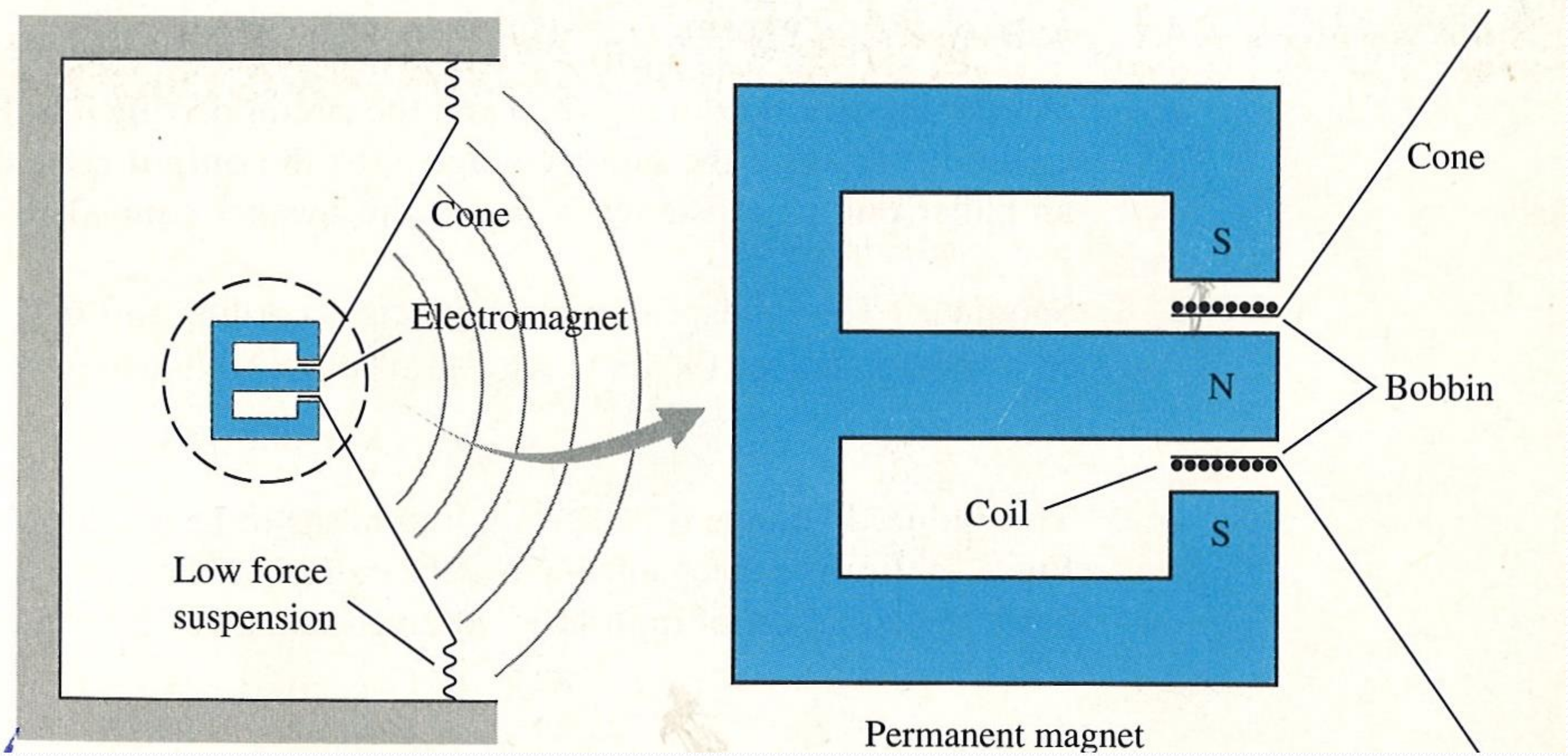


B= densidade de fluxo magnético (Tesla)

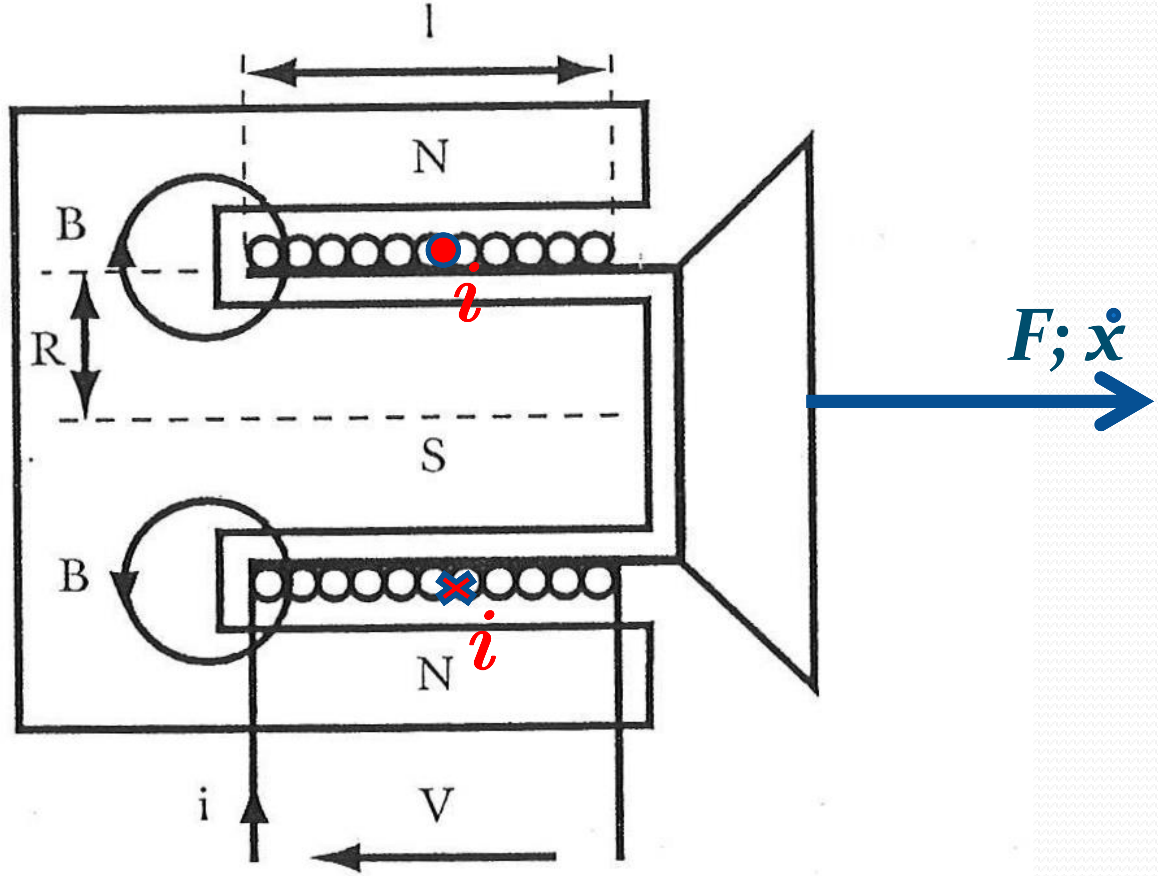
Gerador

$$V_m(t) = lB\upsilon$$

Alto-falante



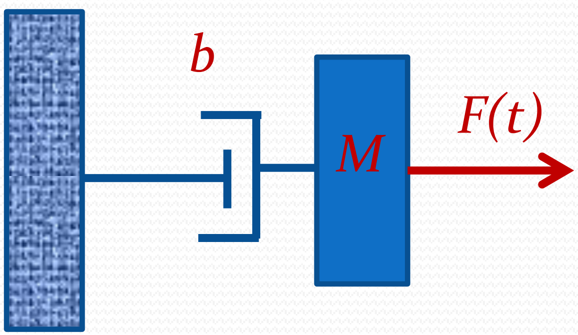
Alto-falante

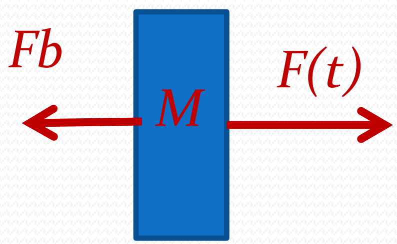


Obtenção do modelo matemático para o alto-falante:

- 1) modelo físico para o movimento do cone do ar:

O movimento do cone pode ser modelado como uma massa equivalente (massa do cone + massa do ar) que se movimenta num movimento amortecido, atuado pela força motora das espiras:





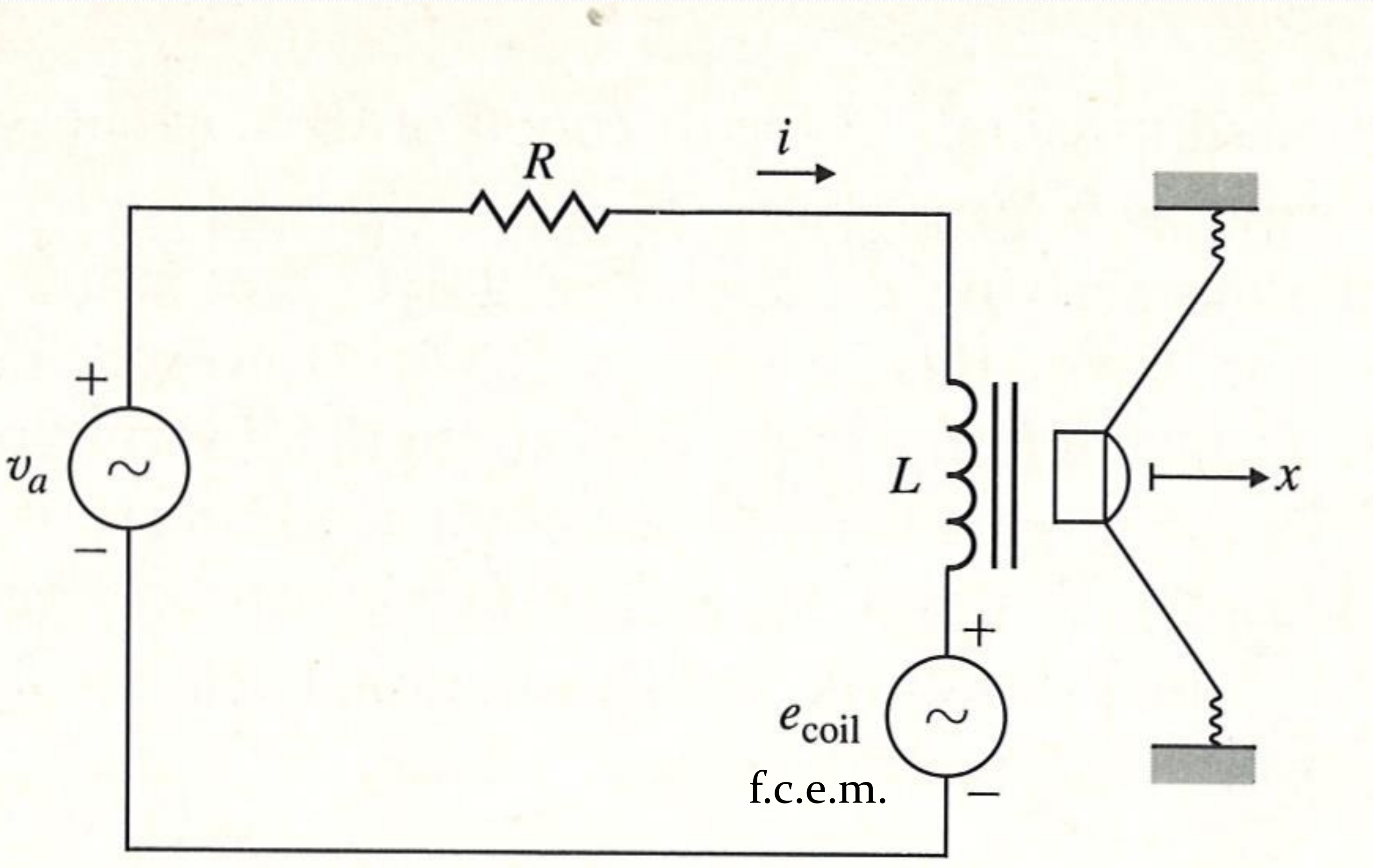
$$M\ddot{x} + b\dot{x} = F = lBi$$

Lei dos motores

l → comprimento da espira

B → densidade do fluxo mag.

Alto-falante



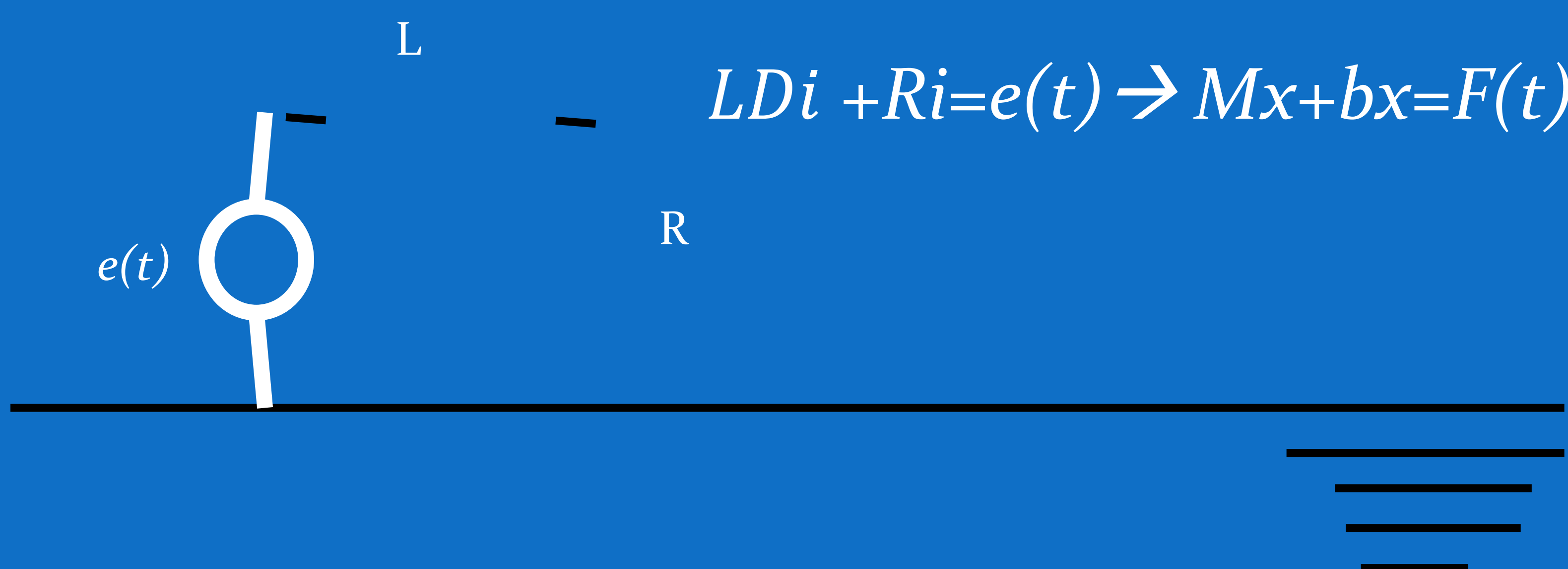
$$LDi + Ri = va - vb = va - lB\dot{x} \;\rightarrow L\ddot{q} + R\dot{q} = va - lB\dot{x}$$

Lei dos geradores

Analogia tipo 1:

Análogo elétrico da parte mecânica:

$$LDi + Ri = e(t) \rightarrow Mx + bx = F(t) = lBi$$



Solução pela equação de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}i}\right) - \frac{\partial L}{\partial qi} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}i} = Qi$$

Analogia do tipo 1: (tabela)
$F \rightarrow V$
$v \rightarrow i$
$m \rightarrow L$ $b \rightarrow R$
$k \rightarrow 1/C$

L=T-V= $\frac{M\dot{x}^2}{2} + \frac{L\dot{q}^2}{2}$ - 0 V=0 não temos molas nem capacitores

$R = = \frac{b\dot{x}^2}{2} + \frac{R\dot{q}^2}{2}$

Ex. 1) para casa: resolver este exercício pela analogia tipo 2

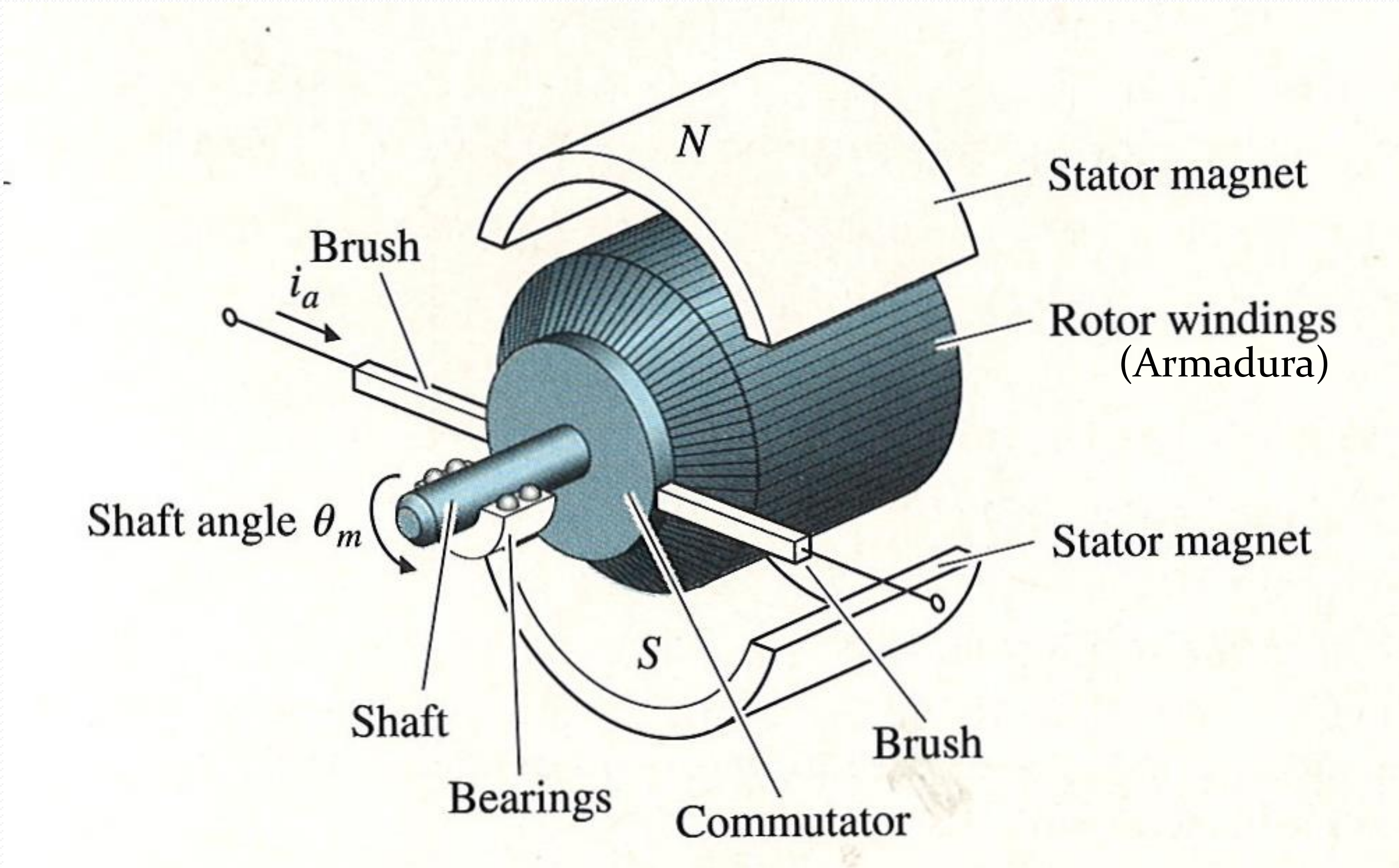
Grau de liberdade x: $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} \Rightarrow \frac{d}{dt}(M\dot{x}) = M\ddot{x}$

$\frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = b\dot{x}$ ➔ $M\ddot{x} + b\dot{x}$=F=lBi=lB$\dot{q}$

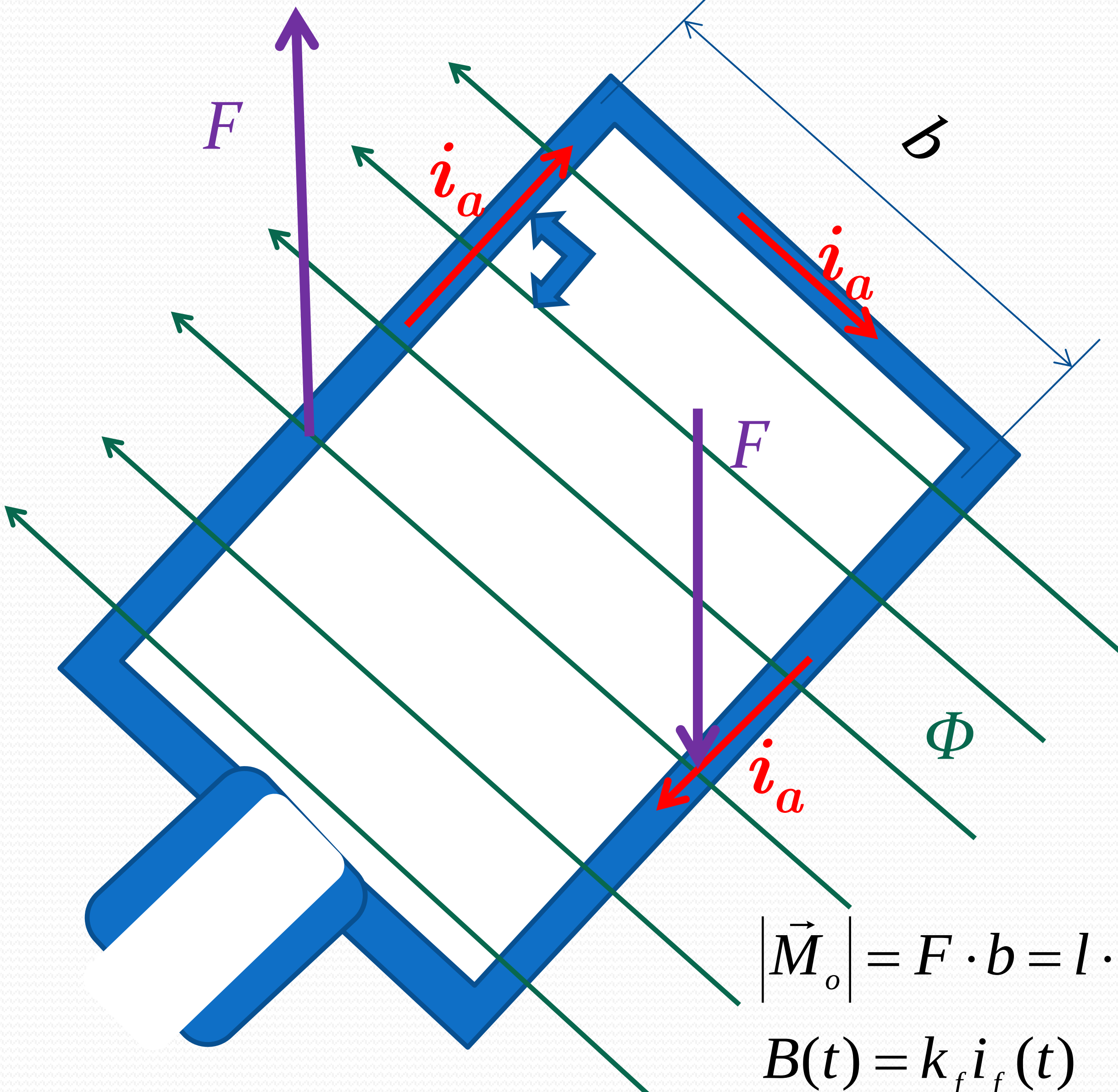
Grau de liberdade q: $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \mathrm{Li} = \mathrm{L}\ddot{q}$ $\frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = R\dot{q}$

➔ $\mathrm{L}\ddot{q} + R\dot{q} = e_a - e_b$ ➔ $\mathrm{L}\ddot{q} + R\dot{q} = e_a - lB\dot{x}$

Motores Elétricos



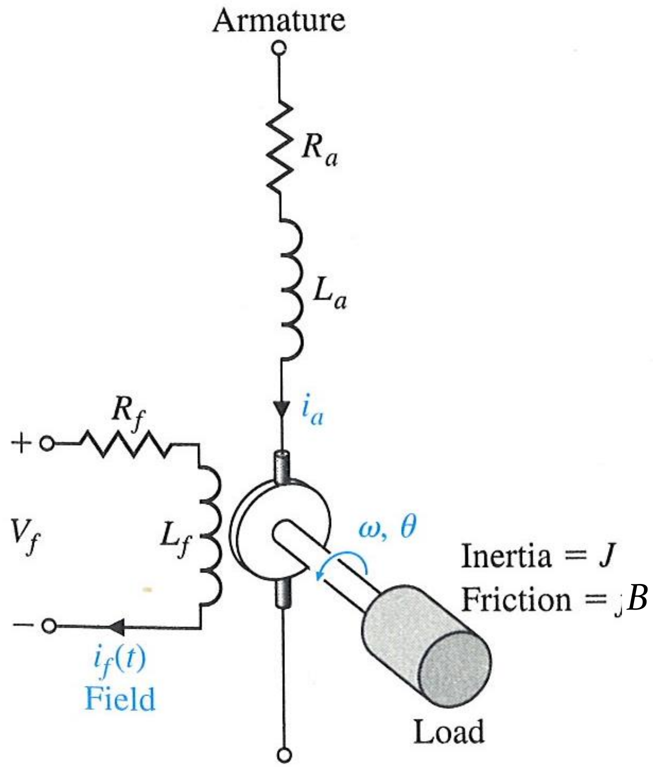
Transformação de energia elétrica em energia mecânica em motores rotativos

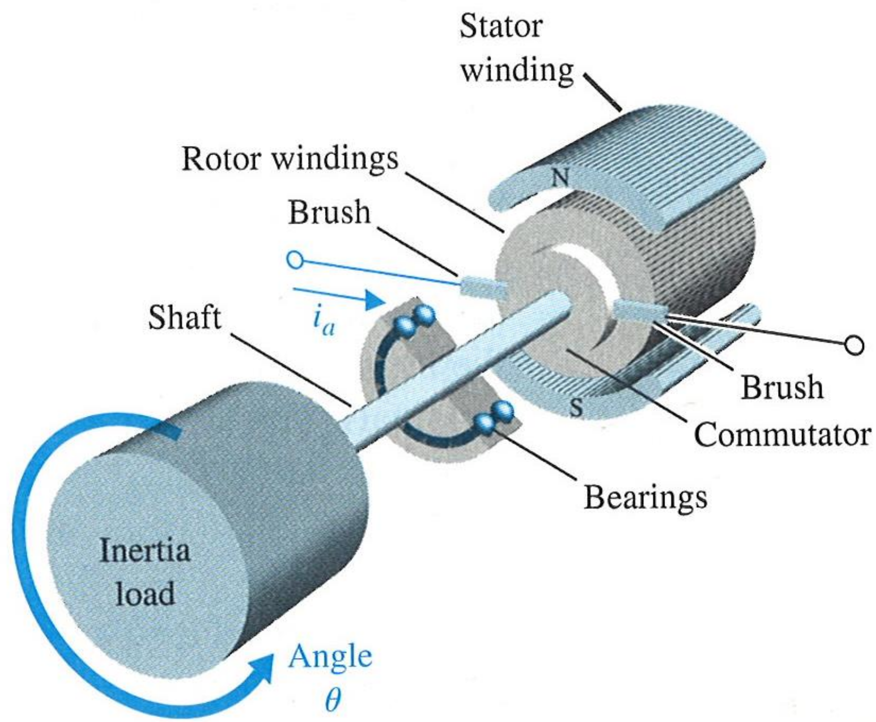


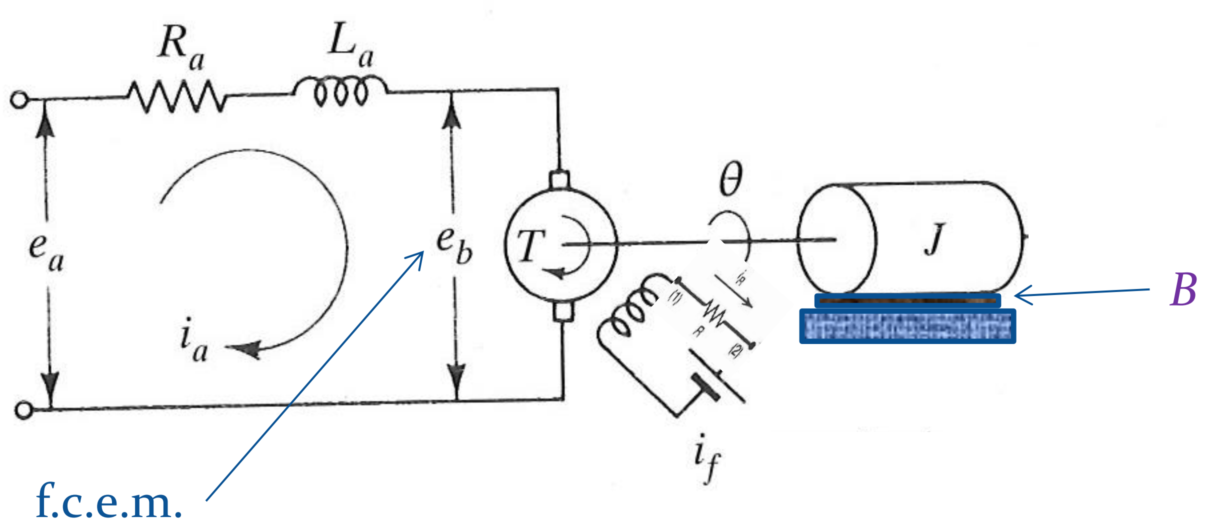
Linhas de fluxo ortogonais à corrente i

$$\left|\vec{M}_o\right| = F \cdot b = l \cdot b \cdot B \cdot i_a = k_a \cdot B \cdot i_a$$

$$B(t) = k_f i_f(t)$$


Armature
R_a
L_a
i_a
R_f
+
V_f
L_f
−
$i_f(t)$
Field
ω, θ
Inertia = J
Friction = B
Load


Stator winding
Rotor windings
N
Brush
Shaft
i_a
Brush
S
Commutator
Bearings
Inertia load
Angle θ


R_a
L_a
e_a
i_a
e_b
T
θ
J
B
i_f
f.c.e.m.

O torque do motor é proporcional ao produto da corrente de armadura pela densidade de fluxo:

$$T(t) = k_a i_a(t) B(t)$$

A densidade de fluxo é *proporcional* à corrente de campo:

$$B(t) = k_f i_f(t)$$

$$T(t) = k_a i_a(t) k_f i_f(t) = k_a k_f i_a(t) i_f(t)$$

Caso a) imã permanente.

Motor controlado pela corrente da armadura (corrente de campo constante!)

$$T(t) = k_a k_f i_f i_a(t) = K i_a(t)$$

Torque diretamente proporcional à corrente da armadura.

Se a corrente é invertida ➔ o torque é invertido.

Quando a armadura gira tem-se espiras energizadas se movimentando no campo magnético ➔ Cria-se uma d.d.p. $\boldsymbol{e_b(t)}$ proporcional ao produto da densidade de fluxo pela velocidade angular da bobina (lei dos geradores):

$$e_b(t) = K_b(t)\omega(t)$$

A equação diferencial que modela o circuito da armadura é: (lei das malhas de Kirchhoff):

$$L_aDi_a + R_ai_a = e_a - e_b \rightarrow L_a\dot{i}_a + R_ai_a = e_a - K_b(t)\omega(t) \qquad (1)$$

O modelo da parte mecânica do motor de inércia J e atrito viscoso B, vem do TMA:

$$J\dot{\omega} + B\omega = T = Ki_a \rightarrow J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = Ki_a \qquad (2)$$

Em geral, $L_a \approx 0$ na maioria dos motores CC, então de (1):

$$i_a = \frac{e_a - K_b\dot{\theta}}{R_a}$$

Então (2) fica:

$$J\ddot{\theta} + (B + K\frac{K_b}{R_a})\,\dot{\theta} = K\frac{e_a}{R_a} \rightarrow R_aJ\,\ddot{\theta} + (R_aB + KK_b)\,\dot{\theta} = Ke_a$$

$$\ddot{\theta} + (\frac{R_aB + KK_b}{R_aJ})\,\dot{\theta} = K\frac{e_a}{R_aJ} \rightarrow$$

$\tau_m = \dfrac{R_aJ}{R_aB + KK_b}$ → *cte de tempo do motor* ➔ $[\tau_m] = s$

$K_m = \dfrac{K}{R_aJ}$ → *cte de ganho do motor*

Observação:
τ_m grande -> motor lento
K_m pequeno -> pequena amplificação.

(ruim)

Ex. 2) para casa: resolver este exercício pela analogia tipo 1

Motor CC

- *Caso b) eletroimã.*

Motor controlado pela corrente de campo (corrente da armadura constante!)

$$i_a = cte$$

$$i_f(t) => B(t) = k_f i_f(t) => eletroimã$$

$$T(t) = k_a k_f i_a i_f(t) = K i_f(t)$$

A equação diferencial do circuito de campo é : (lei das malhas)

$$e_f(t) = \left(R_f + L_f D\right) i_f(t)$$

Não há f.c.e.m. porque as espiras do circuito de campo estão fora do campo magnético.

T.M.A. no motor:

$$JD\omega + B\omega = T(t) = K i_f(t)$$

$$JD^2\theta + BD\theta = K\left(\frac{e_f}{R_f + L_f D}\right)$$

$$\left(JD^2 + BD\right)\theta = K\left(\frac{1}{\left(R_f + L_f D\right)}\right)e_f$$

E admitindo L_f *desprezível*

$$onde \quad \tau_J \equiv \frac{J}{B} >> \tau_f \equiv \frac{L_f}{R_f}$$ → τ_j *é a cte de tempo do motor*

$$K_m \equiv K/BR_f$$ → *cte de ganho do motor*