Breve revisão de derivada, integral e vetor

A derivada

O conceito de derivada está intimamente relacionado à taxa de variação instantânea de uma função, o qual está presente no cotidiano das pessoas:

- **determinação da taxa de crescimento de uma certa população,**
- **taxa de crescimento econômico do país,**
- **taxa de redução da mortalidade infantil,**
- **taxa de variação de temperaturas,**
- **velocidade de corpos ou objetos em movimento**

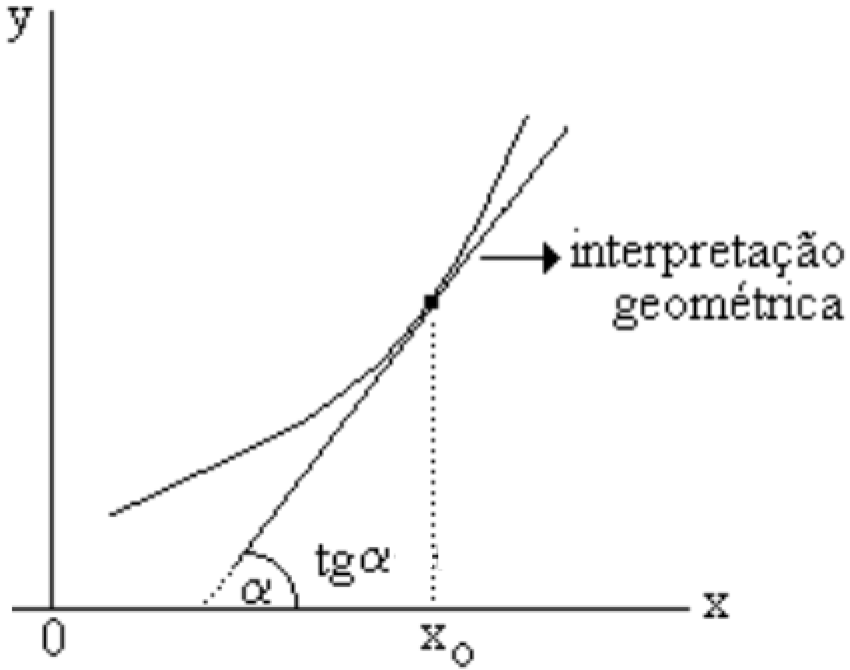
Interpretação física: a derivada de uma função f em um ponto x_0 fornece taxa de variação instantânea de f em x_0.

Suponha que y seja uma função de x, ou seja, y = f(x). Se x variar de um valor x_0 até um valor x_1, representaremos esta variação de x, que também é chamada de incremento de x, por:

$dx = x_1 - x_0$, e a variação de y é dada por $dy = f(x_1)- f(x_0)$

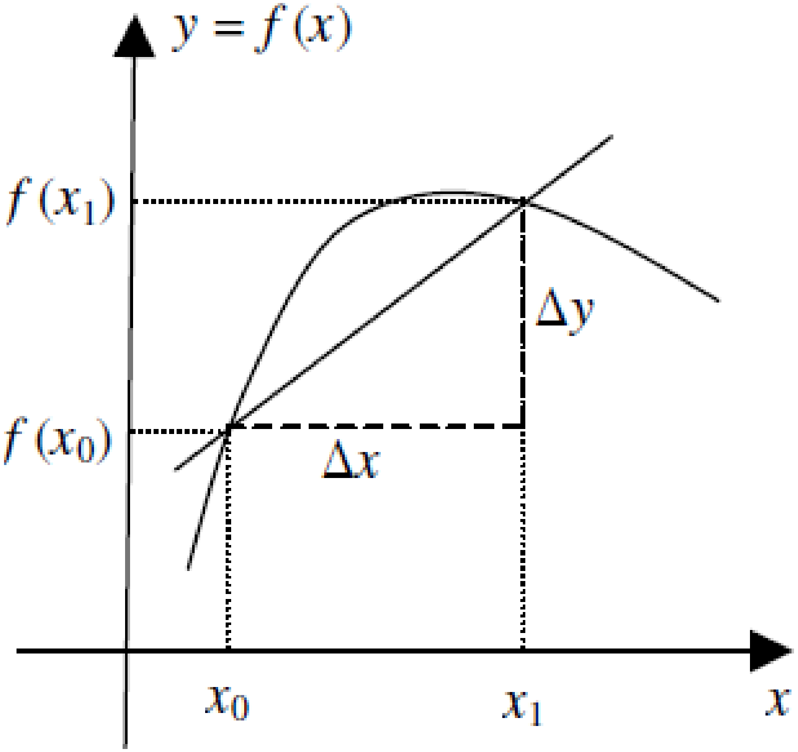
A derivada

- A derivada pode ser interpretada como a medida da inclinação ou coeficiente angular da reta tangente a uma curva em um ponto específico.



$$\lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

A derivada



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$\lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$

A taxa de variação instantânea de uma função em um ponto é dada pela sua derivada nesse ponto

- A derivada pode também ser interpretada como a taxa de variação instantânea de uma função.

A derivada

$$y = 5x^3 + 2x^2$$

$$y' = 15x^2 + 4x$$

$$\boldsymbol{y = 3x^2 + 9x - 2}$$

$$\boldsymbol{dy/dx = 6x + 9}$$

A Integral

$$f(x) = 15x^2 + 4x$$

$$\int f(x)dx = ?$$

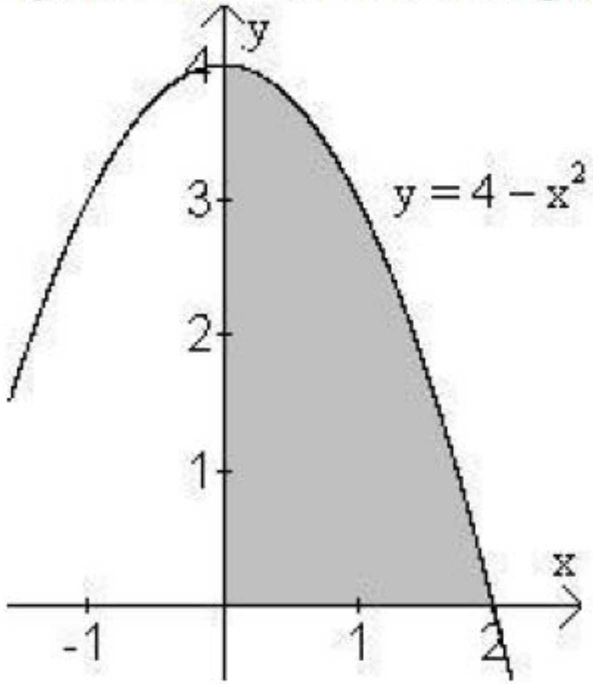
$$\int f(x)dx = \frac{15x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + C$$

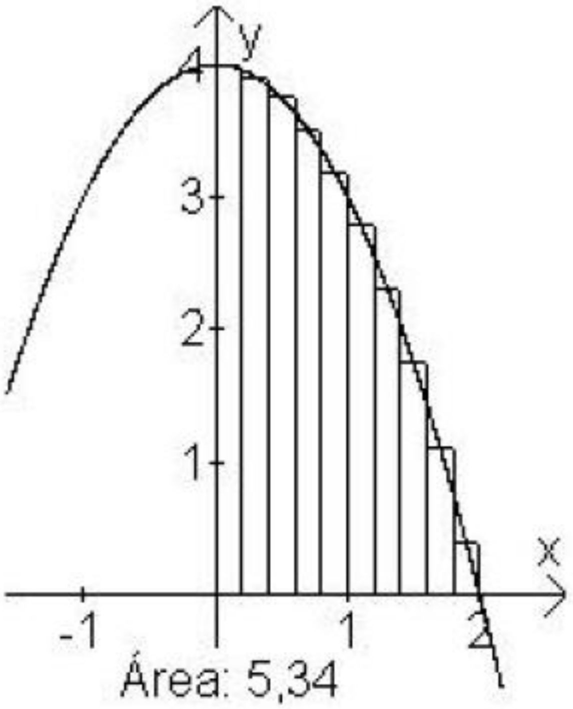
$$\int f(x)dx = 5x^3 + 2x^2 + C$$

A Integral

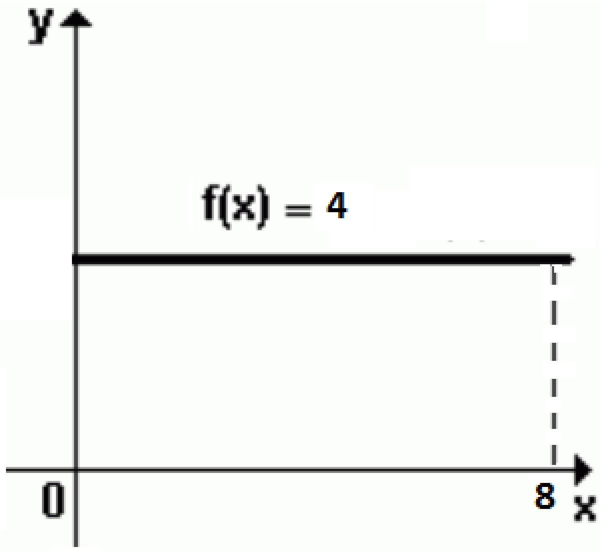
- A integral definida representa a área sob uma determinada curva.

Qual o valor da área da região abaixo?





A Integral



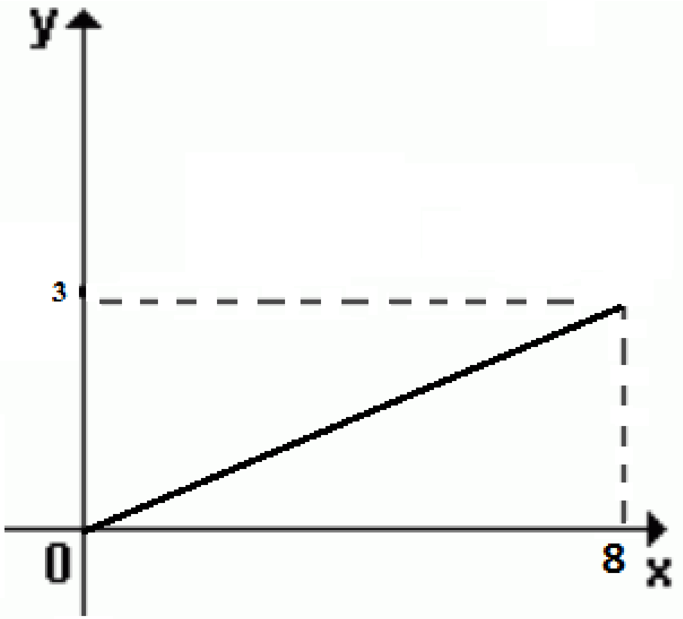
$$f(x) = 4$$

$$\int f(x)dx = \int_0^8 4dx$$

$$\int f(x)dx = 4x\Big|_0^8$$

$$\int f(x)dx = 4 \cdot 8 = 32$$

A Integral



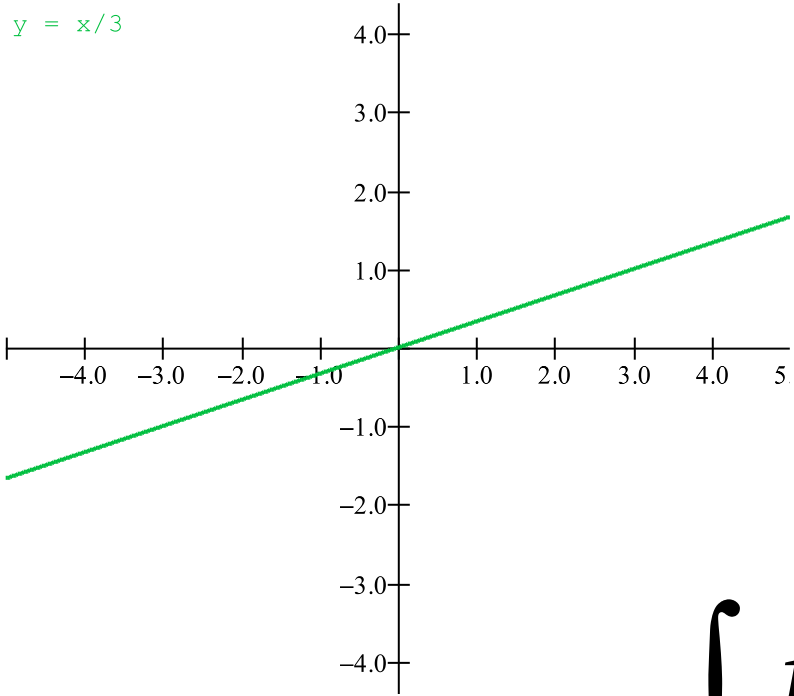
$$f(x) = \frac{3x}{8}$$

$$\int f(x)dx = \int_0^8 \frac{3x}{8}dx$$

$$\int f(x)dx = \frac{3}{8}\frac{x^2}{2}\Big|_0^8$$

$$\int f(x)dx = \frac{3\cdot 64}{8\cdot 2} = \frac{3\cdot 8}{2} = 12$$

A Integral



$$f(x) = \frac{x}{3}$$

$$\int f(x)dx = \int_0^4 \frac{x}{3}dx$$

$$\int f(x)dx = \frac{x^2}{6}\Big|_0^4$$

$$\int f(x)dx = \frac{4^2}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

Vetores e escalares

- **Escalar**

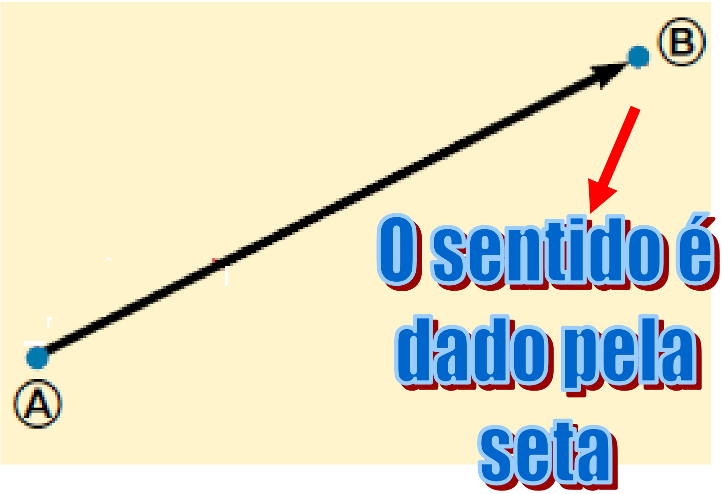
- Algumas grandezas físicas são totalmente definidas por um número e uma unidade. Quando dizemos, por exemplo, que a temperatura de uma pessoa é 38ºC a informação está completa.

- **Vetor**

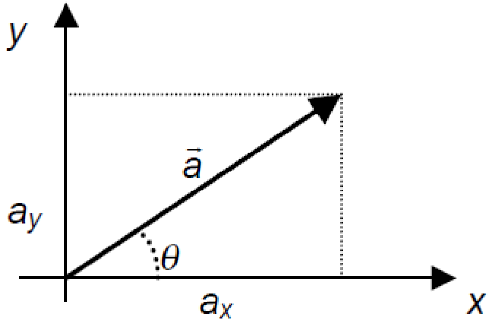
- Entretanto, ao informarmos que a velocidade de um carro é igual a 100km/h, não foi dito em que direção e em qual sentido este carro se movimenta.

Vetores e escalares

- Os vetores representam grandezas que possuem módulo, direção e sentido e são representados por setas.

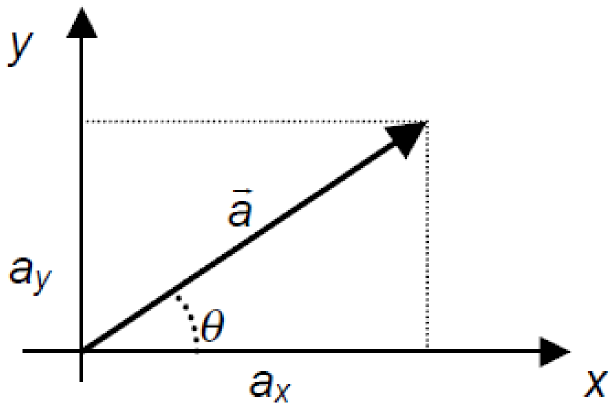


- O deslocamento entre os pontos A e B pode ser representado por um vetor.



- O vetor, no plano, pode ser decomposto em duas componentes: a_x e a_y.

Vetores e escalares



$$\boxed{a_x = a \cdot \cos\theta}$$

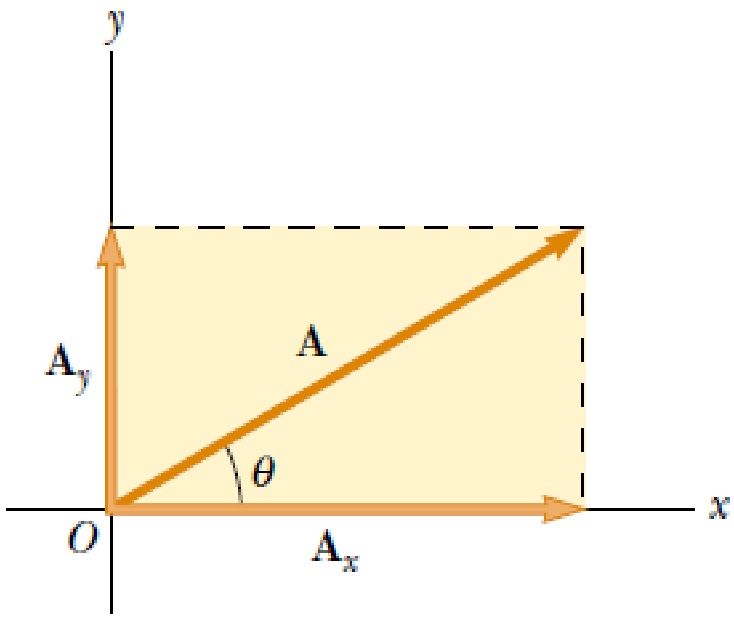
$$\boxed{a_y = a \cdot sen\theta}$$

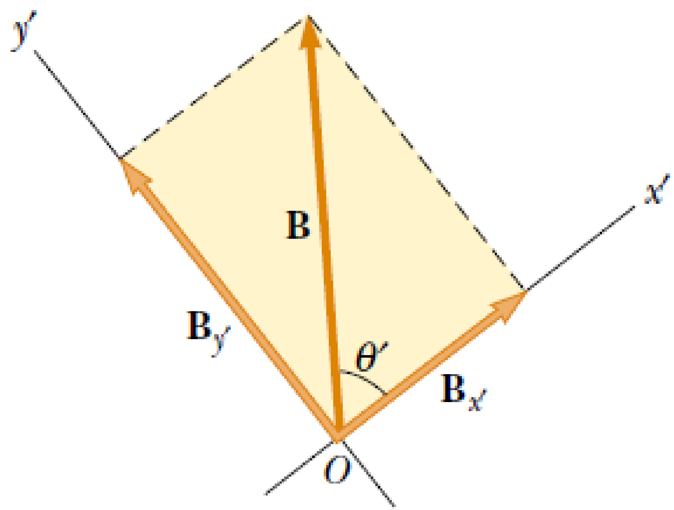
- Pode-se representar um vetor através de suas componentes em um dado sistema de coordenadas.

$$\boxed{\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}}$$

- Sendo **i** e **j** vetores unitários nas direções x e y, respectivamente.

Adição de Vetores



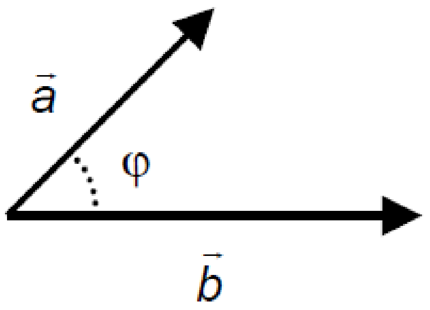


$$\vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

$$\vec{B} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

Produto escalar



- O produto escalar entre dois vetores **a** e **b** resulta em um escalar e é definido através da equação:

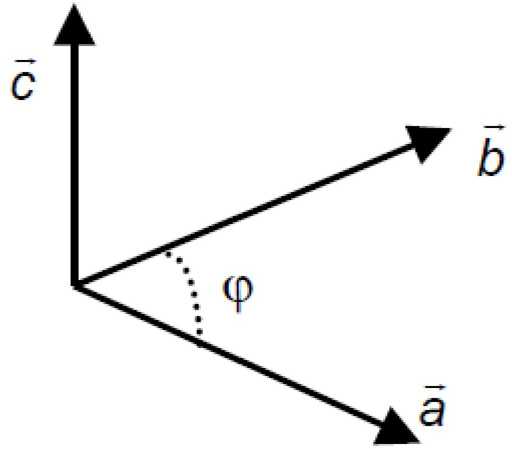
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\varphi$$

- módulo do primeiro multiplicado pela componente do segundo no eixo determinado pelo primeiro.

- Uma aplicação é encontrada na definição de trabalho, em que a força e a distância estão sobre o mesmo eixo de referência.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Produto vetorial



- O produto vetorial entre dois vetores **a** e **b** é definido através da equação:

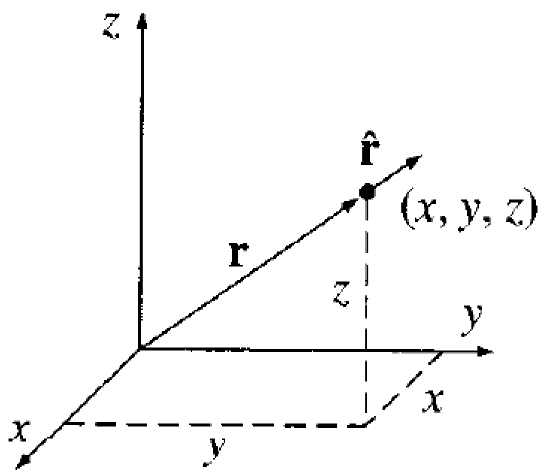
$$\vec{a} \times \vec{b} = absen\varphi$$

- O resultado do produto vetorial entre dois vetores **a** e **b** é um vetor **c** perpendicular ao plano formado pelos dois vetores **a** e **b**.

Vetor posição

- A localização de um ponto no espaço pode ser descrita através das suas coordenadas cartesianas (x,y,z).

- O vetor da origem ao ponto (x,y,z) é definido como ***Vetor Posição r***.



- Ex: Módulo de um vetor (x,y)

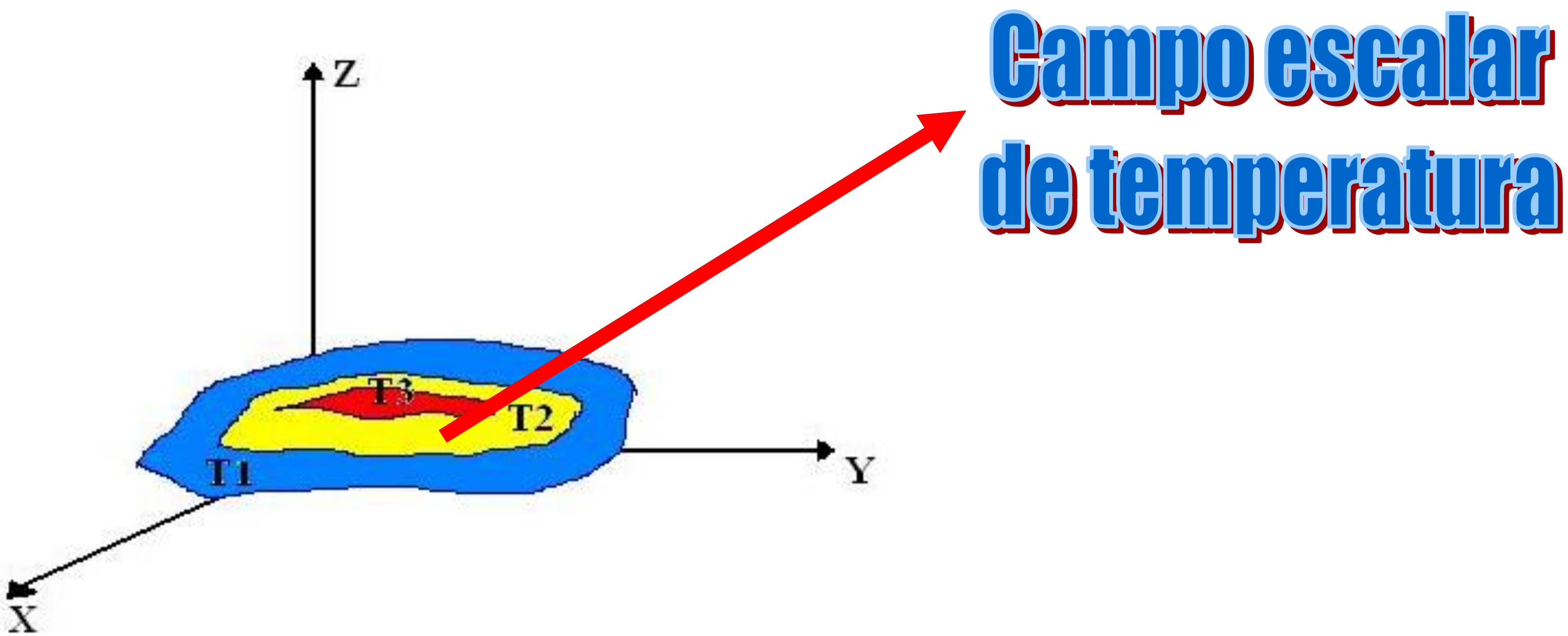
$$a = |\vec{a}| = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$$

- Ex: Módulo de um vetor (x,y,z)

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2}$$

Campo escalar

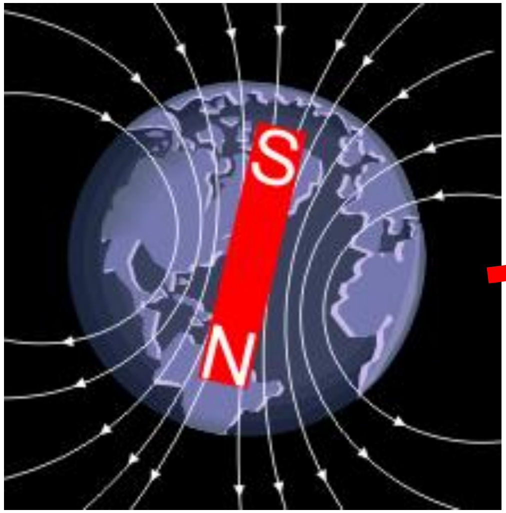
Para definir um campo basta atribuir a cada ponto do espaço uma propriedade. Assim, quando definirmos que cada ponto de uma sala possui uma temperatura estamos definindo um campo escalar.



Campo vetorial

É definido pelo conjunto dos Pontos do ESPAÇO caracterizados por uma FUNÇÃO VETORIAL. Quando observamos um escoamento de água e dizemos que cada partícula possui uma velocidade, estamos definindo um campo vetorial.

Exemplos : Velocidade, Campo Gravitacional, Campo Elétrico, Campo Magnético.



Campo vetorial gravitacional