

Lista de Exercícios IV

- ① (a) Duas ondas sonoras ($v_{\text{som}} = 344\text{m/s}$) de mesma amplitude e com frequências $\nu_1 = 441\text{ Hz}$ e $\nu_2 = 439\text{ Hz}$ interferem. Calcule as velocidades de fase e de grupo para a onda resultante e discuta o resultado.
- (b) Desprezando efeitos de tensão superficial, pode-se mostrar que ondas na superfície da água, com comprimento de onda λ muito menor do que a profundidade da água, propagam-se com velocidade de fase $v_\phi = \sqrt{g\lambda/(2\pi)}$, em que g é a aceleração da gravidade. Mostre que a velocidade de grupo correspondente é $v_g = \frac{1}{2}v_\phi$.
- (c) Duas ondas de mesma amplitude sobre a superfície da água interferem, uma com comprimento de onda $\lambda_1 = 1\text{ m}$ e a outra com $\lambda_2 = 1,1\text{ m}$. Utilizando a expressão do item anterior para v_ϕ , escreva a equação para a onda resultante, conforme

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\kappa}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\bar{\kappa}x - \bar{\omega}t);$$

em seguida calcule a velocidade de fase da perturbação resultante e a velocidade de grupo da mesma. Considere $g = 9,8\text{ m/s}^2$.

- ② Duas cordas muito longas, bem esticadas, de densidades lineares diferentes μ_1 e μ_2 , estão ligadas uma à outra. Toma-se a posição de equilíbrio como eixo dos x e a origem O no ponto de junção, sendo y o deslocamento transversal da corda. Uma onda harmônica progressiva, $y_i = A_1 \cos(k_1x - \omega t)$, viajando na corda 1 ($x < 0$), incide sobre o ponto de junção, fazendo-o oscilar com frequência angular ω . Isto produz na corda 2 ($x > 0$) uma onda progressiva de mesma frequência, $y_t = A_2 \cos(k_2x - \omega t)$ (onda transmitida), e dá origem, na corda 1, a uma onda que viaja em sentido contrário, $y_r = B_1 \cos(k_1x + \omega t)$ (onda refletida). Dada a onda incidente y_i , de amplitude A_1 , deseja-se obter a amplitude de reflexão $\rho = B_1/A_1$ e a amplitude de transmissão $\tau = A_2/A_1$.
- (a) Use sua intuição para prever quais devem ser os valores de ρ e τ para os casos em que: (i) $\mu_1 \gg \mu_2$; (ii) $\mu_1 = \mu_2$; e (iii) $\mu_1 \ll \mu_2$.

- (b) Dada a tensão T da corda, calcule as velocidades de propagação v_1 e v_2 nas cordas 1 e 2, bem como os respectivos números de onda k_1 e k_2 .
- (c) O deslocamento total na corda 1 é $y_i + y_r$, e na corda 2 é y_t . Explique por que, no ponto de junção $x = 0$, deve-se ter $y_i + y_r = y_t$.
- (d) Aplicando a terceira lei de Newton ao ponto de junção $x = 0$, explique por que, nesse ponto, deve-se ter também $\partial(y_i + y_r)/\partial x = \partial y_t/\partial x$.
- (e) A partir de (c) e (d), calcule as amplitudes de reflexão ρ e de transmissão τ em função das velocidades v_1 e v_2 . Compare com sua resposta no item (a). Discuta o sinal de ρ .
- ③ A refletividade r da junção do problema anterior é definida como a razão da intensidade da onda refletida para a intensidade da onda incidente, e a transmissividade t como a razão da intensidade transmitida para a incidente.
- (a) Calcule r e t .
- (b) Mostre que $r + t = 1$ e interprete este resultado.
- ④ Um arame de alumínio de comprimento $L_1 = 60$ cm e seção reta de $0,01$ cm² está ligado a um arame de aço de mesma seção reta e de comprimento $L_2 = 86,6$ cm. Mantendo este arame composto sob tensão de 100 N, provocam-se ondas transversais usando uma fonte externa de frequência variável. Sendo a densidade do alumínio igual a $2,6$ g/cm³ e a do aço igual a $7,8$ g/cm³:
- (a) Encontre a frequência de excitação mais baixa para que sejam observadas ondas estacionárias tais que o ponto de junção seja um nó;
- (b) Qual é o número total de nós observados a esta frequência, excluindo os que se encontram nas duas extremidades do arame composto?
- ⑤ Uma corda de comprimento L é suspensa no teto por uma de suas extremidades, mantida fixa, permanecendo em repouso na vertical. Escolha

o eixo x sobre a corda, sendo $x = 0$ a coordenada de sua ponta solta e $x = L$, de sua ponta fixa. Como visto no exercício ⑤ da Lista de Exercícios I, a velocidade v de propagação de uma onda transversal na corda é uma função da altura x , dada por $v = \sqrt{gx}$.

- (a) Suponha que alguém cause um pulso na extremidade solta da corda. Calcule o tempo Δt que o pulso leva para subir até a extremidade fixa. Calcule o tempo total que o pulso toma para retornar a sua posição de partida. (*Sugestão: $v = \frac{dx}{dt}$*).
 - (b) Coloca-se a extremidade livre da corda a oscilar sob influência de uma força com frequência ν . Calcule a frequência necessária para que a corda oscile em seu modo fundamental. (*Sugestão: para que isso ocorra, a onda que parte da extremidade a ser excitada deve retornar a ela **em fase** com a força oscilatória que a excita. Tente aplicar isto à situação mais simples de uma corda na horizontal, presa em uma extremidade e solta na outra, com tensão constante em todo seu comprimento, e determinar o que se pede; isto é análogo a um tubo de som com uma extremidade aberta e outra fechada*).
 - (c) Ajusta-se a frequência da força de forma que o primeiro harmônico seja excitado (a corda possui um nó). Calcule esta frequência e a posição do nó.
 - (d) Por fim, calcule a frequência necessária para excitar o n -ésimo harmônico da corda e as posições de seus n nós.
- ⑥ Uma experiência divertida consiste em mudar a tonalidade da voz enchendo a boca de gás hélio: uma voz grave transforma-se em aguda. Para explicar o efeito, admita que os comprimentos de onda associados à voz são determinados pelas dimensões das cordas vocais, laringe e boca, estas funcionando como cavidades ressonantes, de modo que a variação da tonalidade seria devida unicamente à variação da velocidade do som. **Observação:** Isso deve ser feito com cuidado!
- (a) Calcule a velocidade do som no hélio a 20°C . É um gás monoatômico de massa atômica ≈ 4 g/mol, com $\gamma \approx 1,66$. A constante universal dos gases R vale $8,314$ J/K·mol.
 - (b) Explique o efeito, calculando a razão entre as frequências do som no hélio e no ar para o mesmo comprimento de onda.

- ⑦ Um alto-falante de um aparelho de som emite 1 W de potência sonora na frequência $\nu = 100$ Hz. Admitindo que o som se distribui uniformemente em todas as direções com velocidade de 341 m/s e que o ar tenha densidade de $1,3 \text{ kg/m}^3$, determine, num ponto situado a 2 m de distância do alto-falante:
- (a) o nível sonoro em dB;
 - (b) a amplitude de pressão;
 - (c) a amplitude de deslocamento;
 - (d) a que distância do alto-falante o nível sonoro estaria 10 dB abaixo do calculado em (a) ?
- ⑧ O *tubo de Kundt*, que costumava ser empregado para medir a velocidade do som em gases, é um tubo de vidro que contém o gás, fechado numa extremidade por uma tampa M que se faz vibrar com uma frequência ν conhecida (por exemplo, acoplando-a a um alto-falante) e na outra por um pistão que se faz deslizar, variando o comprimento do tubo. O tubo contém um pó fino (serragem, por exemplo). Ajusta-se o comprimento do tubo com o auxílio do pistão até que ele entre em ressonância com a frequência ν , o que se nota pelo reforço da intensidade sonora emitida. Observa-se então que o pó fica acumulado em montículos igualmente espaçados, de espaçamento Δl , que se pode medir.
- (a) A que correspondem as posições dos topos dos montículos ?
 - (b) Qual é a relação entre Δl , ν e a velocidade do som no gás ?
 - (c) Com o tubo cheio de CO_2 a 20°C e $\nu = 880$ Hz, o espaçamento médio é de 15,2 cm. Qual é a velocidade do som no CO_2 a 20°C ?
- ⑨ A densidade média da crosta terrestre 10 km abaixo dos continentes é $2,7 \text{ g/cm}^3$. A velocidade das ondas sísmicas longitudinais a esta distância, encontrada medindo o tempo de chegada de terremotos distantes, é 5,4 km/s. Use esta informação para encontrar o módulo de elasticidade volumétrico, B , da crosta terrestre a esta profundidade. Para comparação $B_{\text{aço}} = 16 \times 10^{10} \text{ Pa}$.
- ⑩ Terremotos geram ondas de som na Terra. Diferente de um gás, existem ondas transversais (S) e longitudinais (P) em um sólido. Tipicamente

a velocidade de S é 4,5 km/s e de P é 8,0 km/s. Um sismógrafo registra ondas P e S de um terremoto. As primeiras ondas P chegam 3,0 minutos antes das primeiras ondas S. Assumindo que as ondas se deslocam em linha reta, a que distância ocorreu o terremoto?