

Lista de Exercícios 02 - Fundamentos

01.

Resolva as equações exponenciais a seguir.

a. $2^{x^2+1} = 2^{3x-1}$

b. $3^{2x-1} = \frac{1}{3}$

c. $(2^x)^x = 16$

d. $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 9^x = 0$

e. $5^{x-1} = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{25}}{5\sqrt{25}}}$

f. $25^x - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

Resp.: a. $\{1; 2\}$ b. $\{0\}$ c. $\{-2; 2\}$ d. $\{-\frac{1}{2}\}$ e. $\{\frac{1}{3}\}$ f. $\{1; 2\}$

02.

Construa no mesmo eixo cartesiano o gráfico de cada uma das funções a seguir.

a. $f(x) = 3^x$; $g(x) = 3^{3x}$ e $h(x) = 3 \cdot 3^x$

b. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$ e $h(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

03.

Dadas as funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^2 - 2x$, calcule $f(g(-1))$ e $g(f(-1))$.

Resp. 8 e $-\frac{3}{4}$

04.

(Aplicação) Numa cultura de bactérias existem inicialmente 1000 bactérias presentes e a quantidade após t minutos é $N(t) = 1000 \cdot 3^{0,7t}$. Construa uma representação gráfica desse crescimento exponencial. Verifique que em 10 minutos a quantidade de bactérias será superior a 2.000.000.

05.

Suponha que um distribuidor de vinho possua uma quantidade dada desse produto, que pode ser vendida no presente por um preço R\$ k ,00 ou pode ser estocada por um período de tempo variável e, então, vendida por um preço maior. Suponha que o valor crescente do vinho seja dado pela equação $V = k \exp^{\sqrt{t}}$, sendo V o preço de venda; $\exp = e$ a base natural e t o tempo variável de estocagem. Mostre que quando o tempo de estocagem é zero o preço de venda é K . Calcule o tempo necessário de armazenamento para que o preço de venda seja $4k$ (Adaptado de Chiang, pág. 272).

06.

Calcule os valores dos logaritmos a seguir

a. $\log_2 32$ b. $\log_2 0,25$ c. $\log_{0,5} 8\sqrt{2}$ d. $\log_5 1$ e. $\log_{\frac{9}{4}} \frac{2}{3}$

Resp. a. 5 b. -2 c. -3,5 d. 0 e. -0,5

07.

Sabendo-se que $\log_{10} 2 = 0,3010$ e $\log_{10} 3 = 0,4771$, calcule:

a. $\log_{10} 6$ b. $\log_{10} 1,5$ c. $\log_{10} 5\sqrt{2}$ d. $\log_{10} 72$

Resp. a. 0,7781 b. 0,1760 c. 0,8494 d. 1,8573

08.

Resolver as equações logarítmicas a seguir.

a. $\log_3(2x + 7) = 1$

b. $\ln(3x^2 - 1) = \ln(x - 1)$

c. $\log_2(x - 2) - \log_4(2x - 3) = 1$

d. $\log_2(\log_2 x) = 0$

Resp. a. $S = \{-2\}$ b. $S = \emptyset$ c. $S = \{\frac{12+\sqrt{80}}{2}\}$ d. 2

09.

Resolver em \mathbb{R} as inequações a seguir.

a. $5^x > 25$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

b. $4^x \leq 3^x$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$

c. $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \geq 0$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ou } x \geq 1\}$

d. $1 \leq 10^x \leq 100$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$

e. $\log(3x - 2) \geq \log(x + 4)$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$

f. $\log_2 x - \log_4(x - 3/4) \geq 1$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$

g. $3 \log x - \frac{\log x}{2} \leq 5$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 100\}$

g. $(\log x)^2 - 3 \log x + 2 > 0$

Resp.: $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 10 \text{ ou } x > 100\}$

10.

Encontre o domínio para cada uma das funções a seguir.

a. $y = \frac{1}{2^x - 1}$

b. $y = \sqrt{2^{x^2} - 1}$

c. $y = \log(x^2 - 5x + 6)$

d. $y = \log_x(2x - 1)$

Resp. a. $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ b. $D(f) = \mathbb{R}$ c. $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x > 3\}$

d. $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1/2 \text{ e } x \neq 1\}$

11.

Construa o gráfico das funções a seguir.

a. $y = \log_3 x$ b. $y = \log_{1/5} x$ c. $y = \log_4(x - 1)$ d. $y = \log_x(x^2)$

12.

Considere $\alpha = 135^\circ$. Represente o arco correspondente no ciclo trigonométrico e calcule seno, cosseno, tangente, cotangente, secante, cossecante de α .

13.

Calcule

a. $\arccos 0$ b. $\arctg 1$ c. $\arcsen 1$ b. $\arctg 0$

14.

Na Trigonometria as identidades:

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen } \alpha \cos \beta + \text{sen } \beta \cos \alpha \quad (1)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos } \alpha \cos \beta - \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \quad (2)$$

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen } \alpha \cos \beta - \text{sen } \beta \cos \alpha \quad (3)$$

$$\text{cos}(\alpha - \beta) = \text{cos } \alpha \cos \beta + \text{sen } \alpha \text{sen } \beta \quad (4)$$

são conhecidas como seno e cosseno da soma e da diferença. Usando as relações 1 a 4, desenvolva

a. $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ b. $\text{cos}(\pi - x)$ c. $\text{sen}(\pi + x)$ d. $\text{cos}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

15.

Resolver as equações:

a. $\text{sen } x = \frac{1}{2}$

Resp.: $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

b. $\text{sen}^2 x - 1 - \cos x = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$

Resp.: $\{\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$

c. $\text{tg } x = 1, 0 \leq x \leq 4\pi$

Resp.: $\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\}$

d. $2\text{sen } x - \text{cossec } x = 1, 0 \leq x \leq 2\pi$

Resp.: $\{\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

e. $\text{cossec}^2 x = 1 - \text{cotg } x, 0 \leq x \leq 2\pi$

Resp.: $\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\}$

f. $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

Resp.: $\{x \mid x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

g. $\text{tg } x = 1$

Resp.: $\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

h. $\text{sen } 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Resp.: $\{x \mid x = \frac{\pi}{8} + k\pi \text{ ou } x = \frac{3\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$