1. Elimine o módulo.

a) $|-5|+|-2|$
b) $|-5+8|$
c) $|-a|, a>0$
d) $|a|, a<0$
e) $|-a|$
f) $|2a|-|3a|$

2. Resolva as equações.

a) $|x|=2$
b) $|x+1|=3$
c) $|2x-1|=1$
d) $|x-2|=-1$
e) $|2x+3|=0$
f) $|x|=2x+1$

3. Resolva as inequações.

a) $|x|\leqslant 1$
b) $|2x-1|<3$
c) $|3x-1|<-2$
d) $|3x-1|<\frac{1}{3}$
e) $|2x^2-1|<1$
f) $|x-3|<4$
g) $|x|>3$
h) $|x+3|>1$
i) $|2x-3|>3$
j) $|2x-1|<x$
l) $|x+1|<|2x-1|$
m) $|x-1|-|x+2|>x$
n) $|x-3|<x+1$
o) $|x-2|+|x-1|>1$

4. Suponha $r>0$. Prove:

$$|x|>r \Leftrightarrow x<-r \text{ ou } x>r$$

5. Elimine o módulo.

a) $|x+1|+|x|$
b) $|x-2|-|x+1|$
c) $|2x-1|+|x-2|$
d) $|x|+|x-1|+|x-2|$

6. Prove:

$$|x+y|=|x|+|y| \Leftrightarrow xy\geqslant 0.$$

7. Prove:

a) $|x-y|\geqslant|x|-|y|$
b) $|x-y|\geqslant|y|-|x|$
c) $||x|-|y||\leqslant|x-y|$

Exercícios 1.4

1. Expresse cada um dos conjuntos abaixo em notação de intervalo.

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 4x - 3 < 6x + 2\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 3| \leqslant 1\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 1 < \frac{x}{3}\}$

2. Determine $r > 0$ de modo que $]4 - r, 4 + r[\subset]2, 5[$.
(*Lembre-se*: $A \subset B \Leftrightarrow A$ é subconjunto de B.)

3. Sejam $a < b$ dois reais e $p \in]a, b[$. Determine $r > 0$ de modo que $]p - r, p + r[\subset]a, b[$.

4. Expresse o conjunto das soluções da inequação dada em notação de intervalo.

a) $x^2 - 3x + 2 < 0$

b) $\frac{2x - 1}{x + 3} > 0$

c) $x^2 + x + 1 > 0$

d) $x^2 - 9 \leqslant 0$

1. Calcule.

a) $f(-1)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)$ sendo $f(x) = -x^2 + 2x$

b) $g(0)$, $g(2)$ e $g(\sqrt{2})$ sendo $g(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

c) $\frac{f(a+b) - f(a-b)}{ab}$ sendo $f(x) = x^2$ e $ab \neq 0$

d) $\frac{f(a+b) - f(a-b)}{ab}$ sendo $f(x) = 3x + 1$ e $ab \neq 0$

2. Simplifique $\frac{f(x) - f(p)}{x - p}$ $(x \neq p)$ sendo dados:

a) $f(x) = x^2$ e $p = 1$

b) $f(x) = x^2$ e $p = -1$

c) $f(x) = x^2$ e p qualquer

d) $f(x) = 2x + 1$ e $p = 2$

e) $f(x) = 2x + 1$ e $p = -1$

f) $f(x) = 5$ e $p = 2$

g) $f(x) = x^3$ e $p = 2$

h) $f(x) = x^3$ e $p = -2$

i) $f(x) = x^3$ e p qualquer

j) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $p = 1$

l) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $p = 2$

m) $f(x) = x^2 - 3x$ e $p = -2$

n) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $p = 3$

o) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $p = -3$

p) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $p \neq 0$

q) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $p \neq 0$

3. Simplifique $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $(h \neq 0)$ sendo $f(x)$ igual a

a) $2x + 1$ *b)* $3x - 8$ *c)* $-2x + 4$

d) x^2 *e)* $x^2 + 3x$ *f)* $-x^2 + 5$

g) $x^2 - 2x$ *h)* $x^2 - 2x + 3$ *i)* $-2x^2 + 3$

j) $2x^2 + x + 1$ *l)* x^3 *m)* $x^3 + 2x$

n) $x^3 + x^2 - x$ *o)* 5 *p)* $\frac{1}{x}$

q) $2x^3 - x$ *r)* $\frac{1}{x^2}$ *s)* $\frac{1}{x+2}$

4. Dê o domínio e esboce o gráfico.

a) $f(x) = 3x$

b) $g(x) = -x$

c) $h(x) = -x + 1$

d) $f(x) = 2x + 1$

e) $g(x) = -2x + 3$

f) $g(x) = 3$

g) $f(x) = -2$

h) $h(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

i) $f(x) = -\frac{1}{2}x$

j) $g(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leqslant 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

l) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leqslant -1 \\ -x + 1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

m) $h(x) = |x - 1|$

n) $f(x) = |x + 2|$

o) $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

1. Dê os domínios e esboce os gráficos de $f+g$ e $\dfrac{g}{f}$.

   a) $f(x) = x$ e $g(x) = x^2 - 1$

   b) $f(x) = x$ e $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

   c) $f(x) = 1$ e $g(x) = \sqrt{x-1}$

   d) $f(x) = 1$ e $g(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2}$

   e) $f(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } x \in \mathbb{Q} \\ -1 \text{ se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} -1 \text{ se } x \in \mathbb{Q} \\ 1 \text{ se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

2. Verifique que $\operatorname{Im} f \subset D_g$ e determine a composta $h(x) = g(f(x))$.

   a) $g(x) = 3x + 1$ e $f(x) = x + 2$

   b) $g(x) = \sqrt{x}$ e $f(x) = 2 + x^2$

   c) $g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ e $f(x) = x^2 + 3$

   d) $g(x) = -x^2 + 3x + 1$ e $f(x) = 2x - 3$

   e) $g(x) = \dfrac{2}{x-2}$ e $f(x) = x + 1, x \neq 1$

   f) $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ e $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

   g) $g(x) = \sqrt{x}$ e $f(x) = x^2 - x, x \leqslant 0$ ou $x \geqslant 1$

   h) $g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ e $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$

3. Determine o "maior" conjunto A tal que $\operatorname{Im} f \subset D_g$; em seguida, construa a composta $h(x) = g(f(x))$.

   a) $g(x) = \dfrac{2}{x+2}$ e $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$

   b) $g(x) = \sqrt{x-1}$ e $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$

   c) $g(x) = \sqrt{x-1}$ e $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

   d) $g(x) = \dfrac{1}{x}$ e $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 - x^2$

   e) $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ e $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2$

4. Determine f de modo que $g(f(x)) = x$ para todo $x \in D_f$, sendo g dada por

   a) $g(x) = \dfrac{1}{x}$

   b) $g(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$

   c) $g(x) = x^2, x \geqslant 0$

   d) $g(x) = x^2 - 2x, x \geqslant 1$

   e) $g(x) = 2 + \dfrac{3}{x+1}$

   f) $g(x) = x^2 - 4x + 3, x \geqslant 2$