

Lógica

Aula 2

Renata Wassermann

`renata@ime.usp.br`

2020

Proposições

Teve greve de ônibus.

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

Está chovendo?

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~

Feche a porta!

Proposições

Teve greve de ônibus.

Maria trouxe o guarda-chuva.

João atrasou para a aula

...

~~Está chovendo?~~

~~Feche a porta!~~

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação,
então João atrasou para a aula.

Combinando Proposições

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva,
então Maria se molhou.

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação,
então João atrasou para a aula.

Se está chovendo e Maria não trouxe o
guarda-chuva, então Maria se molhou.

Combinando Proposições

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Se p e não q , então r .

Argumentos

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação,
então João atrasou para a aula.

Teve greve de ônibus.

João **não** se atrasou.

Argumentos

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação,
então João atrasou para a aula.

Teve greve de ônibus.

João **não** se atrasou.

Havia táxi na estação.

Argumentos

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Está chovendo.

Maria **não** se molhou.

Argumentos

Se está chovendo e Maria não trouxe o guarda-chuva, então Maria se molhou.

Está chovendo.

Maria **não** se molhou.

Maria trouxe o guarda-chuva.

Argumentos

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:
 - $\neg$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:
 - $\neg$
 - $\vee$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:
 - $\neg$
 - $\vee$
 - $\wedge$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:
 - $\neg$
 - $\vee$
 - $\wedge$
 - $\rightarrow$

Sintaxe

- Conjunto infinito de *símbolos proposicionais* (ou *átomos*).
- Conectivos lógicos:
 - $\neg$
 - $\vee$
 - $\wedge$
 - $\rightarrow$
- Parênteses

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \vee \psi)$ é fbf

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \vee \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fbf

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \vee \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \rightarrow \psi)$ é fbf

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \vee \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \rightarrow \psi)$ é fbf

Fórmulas bem formadas (fbf)

- Átomos
- Se φ é fbf, então $(\neg\varphi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \vee \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \wedge \psi)$ é fbf
- Se φ e ψ são fbfs, então $(\varphi \rightarrow \psi)$ é fbf

Backus Naur Form (BNF)

$$\varphi ::= p | (\neg\varphi) | (\varphi \vee \varphi) | (\varphi \wedge \varphi) | (\varphi \rightarrow \varphi)$$

Fórmulas

p

Fórmulas

p
 $(\neg q)$

Fórmulas

p

$(\neg q)$

$(p \wedge (\neg q))$

Fórmulas

p

$(\neg q)$

$(p \wedge (\neg q))$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$\neg$ $\ggg$ $\wedge, \vee$ $\ggg$ $\rightarrow$

Convenção

$\neg$ $\ggg$ $\wedge, \vee$ $\ggg$ $\rightarrow$

p

$(\neg q)$

$(p \wedge (\neg q))$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$\neg$ $\ggg$ $\wedge, \vee$ $\ggg$ $\rightarrow$

p

$(\neg q) \implies \neg q$

$(p \wedge (\neg q))$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$\neg \ggg \wedge, \vee \ggg \rightarrow$

p

$(\neg q) \implies \neg q$

$(p \wedge (\neg q)) \implies p \wedge \neg q$

$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

Convenção

$\neg \ggg \wedge, \vee \ggg \rightarrow$

p

$$(\neg q) \implies \neg q$$

$$(p \wedge (\neg q)) \implies p \wedge \neg q$$

$$((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r) \implies p \wedge \neg q \rightarrow r$$

$$p \wedge q \rightarrow r \quad = \quad (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\begin{aligned} p \wedge q \rightarrow r &= (p \wedge q) \rightarrow r \\ \neg p \wedge r &= \end{aligned}$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r =$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r =$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r = (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r = (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r = (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r) \quad (\text{associativa})$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r = (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r) \quad (\text{associativa})$$

$$p \rightarrow q \rightarrow r =$$

$$p \wedge q \rightarrow r = (p \wedge q) \rightarrow r$$

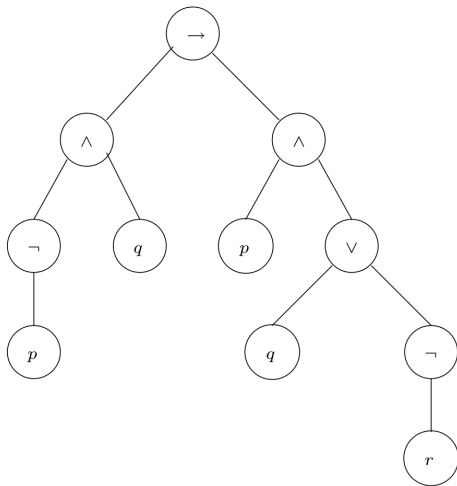
$$\neg p \wedge r = (\neg p) \wedge r$$

$$p \wedge q \vee r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

$$p \wedge q \wedge r = (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r) \quad (\text{associativa})$$

$$p \rightarrow q \rightarrow r = ??? \text{ Precisa de parênteses!}$$

Árvore de análise



Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação,
então João atrasou para a aula.

Teve greve de ônibus.

João **não** se atrasou.

Havia táxi na estação.

Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Sequente: $p \wedge \neg q \rightarrow r$

Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Sequente: $p \wedge \neg q \rightarrow r, p$

Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Sequente: $p \wedge \neg q \rightarrow r, p, \neg r$

Dedução Natural

Queremos verificar a validade de argumentos:

Se p e não q , então r .

p .

Não r .

q .

Sequente: $p \wedge \neg q \rightarrow r, p, \neg r \vdash q$

Regras de Reescrita

Para cada conectivo, regras para introdução e eliminação.

Regras da conjunção

Introdução

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge_i$$

Regras da conjunção

Introdução

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge_i$$

Eliminação

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge_{e1}$$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge_{e2}$$

Exemplos

- $p \wedge q, r \vdash q \wedge r$

Exemplos

- $p \wedge q, r \vdash q \wedge r$
- $(p \wedge q) \wedge r, s \wedge t \vdash q \wedge s$