Teorema 11 (01. Espaços Vetoriais, Slide 26)

PROVA:

Se $A = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_i, \ldots, \vec{v}_n\}$ é um conjunto LD, um dos coeficientes da CL

$$a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2 + \ldots + a_i\vec{v}_i + \ldots + a_n\vec{v}_n = \vec{0}$$

deve ser diferente de zero.

Supondo que o conjunto A é LD, então $\exists\, a_i \neq 0$, e portanto é possível escrever:

$$\vec{v}_i = \underbrace{\left(-\frac{a_1}{a_i}\right)}_{\alpha_1}\vec{v}_1 + \underbrace{\left(-\frac{a_2}{a_i}\right)}_{\alpha_2}\vec{v}_2 + \ldots + \underbrace{\left(-\frac{a_n}{a_i}\right)}_{\alpha_n}\vec{v}_n$$

e $\vec{v}_i$ é <u>CL</u> dos outros vetores do conjunto A.

Por outro lado, supondo que $\exists\, \vec{v}_i \in A$ que é CL dos outros vetores de A, é possível escrever:

$$\vec{v}_i = b_1\vec{v}_1 + \ldots + b_{i-1}\vec{v}_{i-1} + b_{i+1}\vec{v}_{i+1} + \ldots + b_n\vec{v}_n$$

Ou ainda:

$$b_1\vec{v}_1 + \ldots + b_{i-1}\vec{v}_{i-1} + \underbrace{(-1)}_{b_i}\vec{v}_i + b_{i+1}\vec{v}_{i+1} + \ldots + b_n\vec{v}_n = \vec{0}$$

Como $\exists\, b_i = -1\ (\neq 0)$, o conjunto A é <u>LD</u>.