Leis de Kirchoff e Associação de Bipolos

EXERCÍCIOS

EXERCÍCIOS E SOLUÇÕES

3.10 — Os resistores de resistência $R_1 = 3{,}0\ \Omega$, $R_2 = 7{,}0\ \Omega$, $R_3 = 4{,}0\ \Omega$ e $R_4 = 6{,}0\ \Omega$ estão conectados conforme o esquema da Fig. 3.29. Determinar a resistência equivalente entre os pontos:

a) A e B

b) C e D

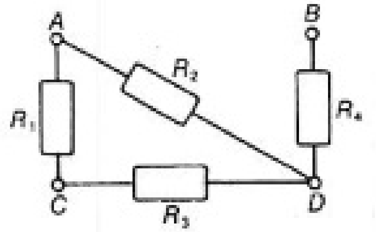

Fig. 3.29

Solução

a) Cálculo de R_{AB}

O trecho AD está em série com o ramo DB, portanto:

$$R_{AB} = R_{AD} + R_{DB} \text{ ou } R_{AB} = R_{AD} + R_4$$

Sendo o trecho AD constituído de dois ramos em paralelo, temos:

$\dfrac{1}{R_{AD}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_{ACD}}$ com $R_{ACD} = R_1 + R_3$, pois R_1 e R_3 estão

em série. Portanto:

$R_{ACD} = 7\ \Omega$; $\dfrac{1}{R_{AD}} = \dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{7} = \dfrac{2}{7}$ ou $R_{AD} = \dfrac{7}{2} = 3{,}5\ \Omega$

Finalmente:

$$R_{AB} = 3{,}5 + 4 \text{ ou } R_{AB} = 7{,}5\ \Omega.$$

b) Cálculo de R_{CD}

Neste caso o resistor R_4 não influi. Assim, temos, da análise da Fig. 3.30, R_1 e R_2 em série e em paralelo com R_3. Portanto,

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \text{ ou}$$

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{3 + 7} + \frac{1}{4}\text{, donde}$$

$$R_{CD} = \frac{20}{7}\ \Omega \text{ ou } R_{CD} = 2{,}86\ \Omega$$

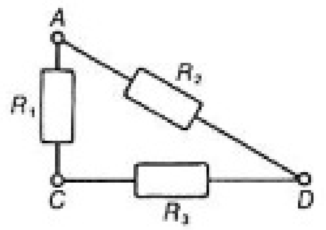

Fig. 3.30

3.11 — Na associação esquematizada na Fig. 3.31, determinar a resistência equivalente entre:
a) AB
b) CD

Dados:

$$R_1 = 120\ \Omega$$
$$R_2 = 180\ \Omega$$
$$R_3 = 60\ \Omega$$
$$R_4 = 360\ \Omega$$
$$R_5 = 125\ \Omega$$

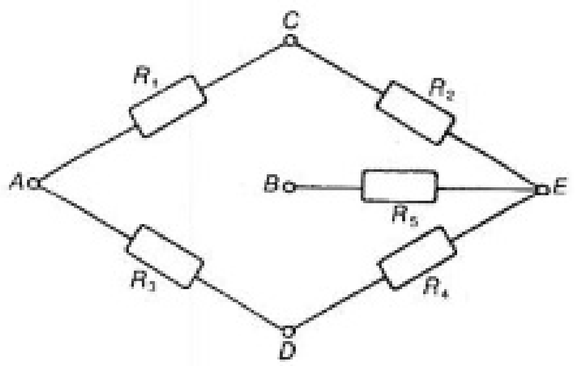

Fig. 3.31

Solução

Redesenhando o circuito da Fig. 3.31, temos:

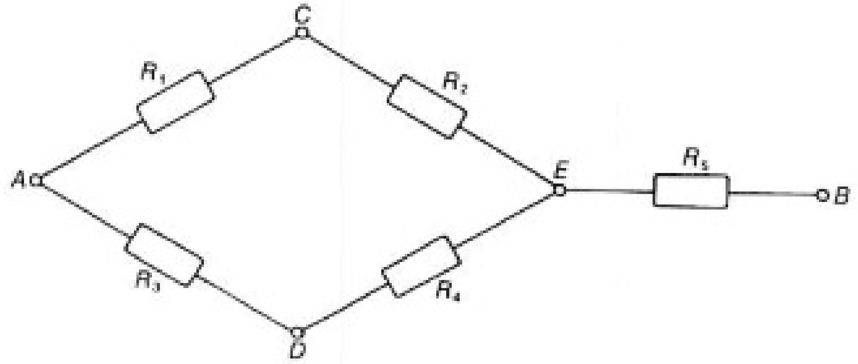

Fig. 3.32

Assim:

$$R_{AB} = R_{AE} + R_5, \text{ sendo } \frac{1}{R_{AE}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$

Substituindo os valores numéricos e calculando, vem

$$\frac{1}{R_{EA}} = \frac{1}{300} + \frac{1}{420} \text{ ou } R_{EA} = 175\ \Omega \text{ logo } R_{AB} = 300\ \Omega$$

Por outro lado:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4}$$

Substituindo e calculando, vem:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{180} + \frac{1}{540}\text{, donde } R_{CD} = 135\ \Omega$$

3.12 — Determinar a resistência equivalente entre os pontos A e B da associação dada na Fig. 3.33: $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 15\ \Omega$.

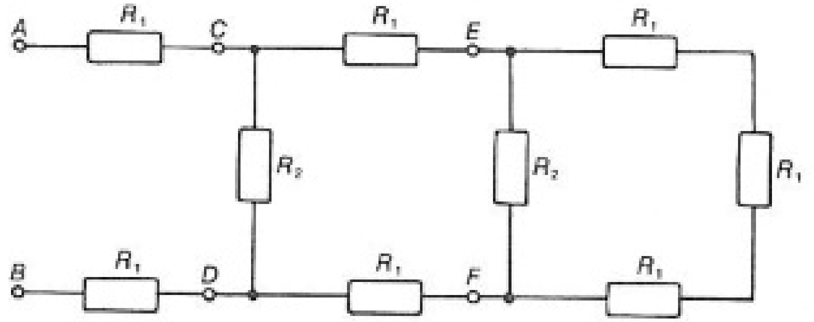

Fig. 3.33

Solução

A resistência do trecho à direita de EF é R_{EF}, onde:

$$\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{3R_1}$$

ou seja:

$$R_{EF} = \frac{3R_1 R_2}{3R_1 + R_2}$$

Substituindo os valores numéricos, vem:

$$R_{EF} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 15}{3 \cdot 10 + 15} = \frac{450}{45} \text{ ou } R_{EF} = 10\ \Omega = R_1$$

Substituindo R_{EF} pelo seu equivalente na Fig. 3.33, obtém-se:

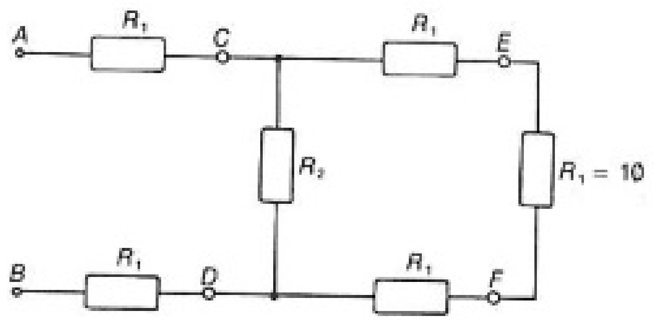

Fig. 3.34

A resistência equivalente à direita de CD será também:

$$R_{CD} = \frac{R_2 \cdot 3R_1}{R_2 + 3R_1} = 10\ \Omega = R_1$$

Assim, a resistência equivalente entre A e B será:

$$R_{AB} = R_1 + R_{CD} + R_1 = 3R_1, \text{ ou seja, } R_{AB} = 30\ \Omega$$

3.16 — Na associação de resistores da Fig. 3.42 a potência dissipada por efeito joule é $p = 270$ W, quando a tensão entre A e B é 90 V. Determinar a resistência equivalente à associação e o valor de R.

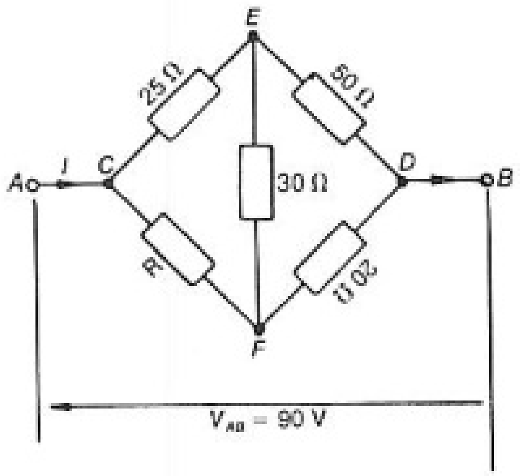

Fig. 3.42

Solução

A potência dissipada na associação é:

$$p = R_{6eq} \cdot I^2 = \frac{v_{AB}^2}{R_{eq}}$$, onde R_{eq} é a resistência equivalente procurada.

Assim:

$$R_{eq} = \frac{v_{AB}^2}{p} = \frac{(90)^2}{270} = 30\ \Omega$$

Vamos agora determinar a resistência R.

Primeiramente, vamos transformar o triângulo *EDF* em estrela:

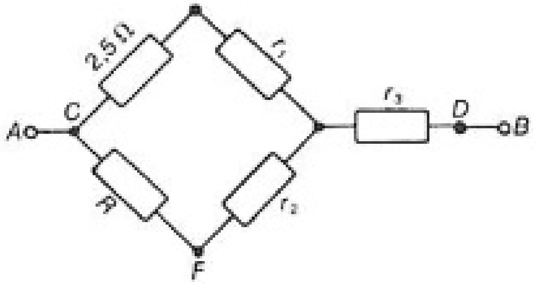

Fig. 3.43

$$r_1 = \frac{30 \times 50}{20 + 30 + 50} = 15\ \Omega$$

$$r_2 = \frac{30 \times 20}{20 + 30 + 50} = 6\ \Omega$$

$$r_3 = \frac{20 \times 50}{20 + 30 + 50} = 10\ \Omega$$

Portanto:

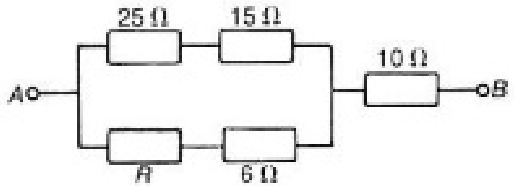

Fig. 3.44

ou

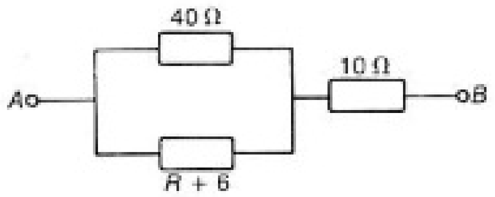

Fig. 3.45

A resistência equivalente entre A e B será:

$$R_{eq} = 10 + \frac{40(R + 6)}{40 + R + 6} \text{ ou } R_{eq} = \frac{700 + 50R}{46 + R}$$

Mas como já foi calculada antes $R_{eq} = 30\ \Omega$, vem:

$$30 = \frac{700 + 50R}{46 + R}$$

Donde, $R = 34\ \Omega$.

3.28 — No circuito da Fig. 3.62, com a chave K na posição (1) o bipolo ativo S não consome nem fornece potência. Se a chave K estiver na posição (2), a potência dissipada na resistência $R = 10\,\Omega$ é 90 W. Determinar os parâmetros $(e_S; r)$ do bipolo S.

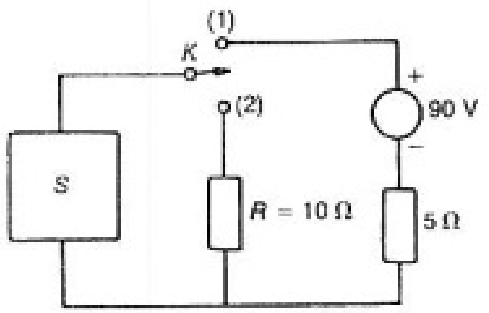

Fig. 3.62

Solução

Com a chave na posição (1), Fig. 3.63, o bipolo não fornece nem consome potência, o que nos leva a concluir que a corrente no circuito é nula nessa situação.

Portanto:

$$90 + 5I + rI - e_s = 0.$$

Como $i = 0$, vem $e_s = 90$ V.

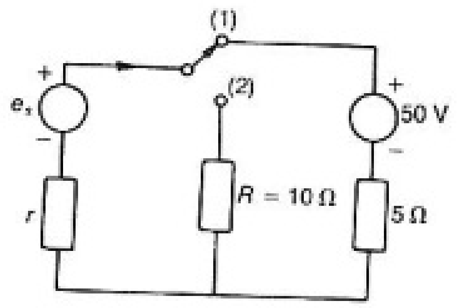

Fig. 3.63

Para a chave K na posição (2), Fig. 3.64, a potência dissipada em R é 90 W, logo;

$$p = R \cdot I_1^2 \quad \text{ou} \quad I_1 = \sqrt{\frac{p}{r}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3 \text{ A}.$$

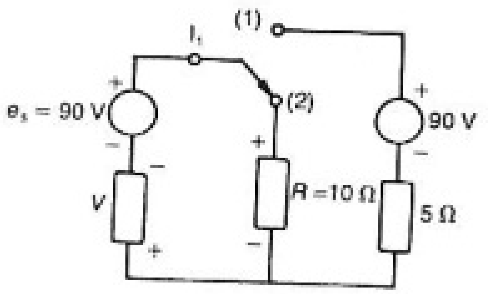

Fig. 3.64

Pela lei das tensões, temos:

$$10I_1 + rI_1 - 90 = 0$$

ou seja:

$$30 + 3r - 90 = 0$$

donde: $r = 20\ \Omega$.