

LISP

- Autor: John McCarthy
- Desenvolvido para computação simbólica
- Programas concisos e próximos das definições matemáticas, adequados para utilização em IA

Idéias Principais

- Programação aplicativa
 - definir uma função ao invés de escrever um programa
 - analisa uma expressão ao invés de executar um programa
- Sintaxe simples
- Recursão como estrutura principal de controle
- Diferença principal em relação à primeira linguagem é o conjunto básico de valores utilizado, chamado *s-expressions* (expressões simbólicas)
- funções **não** tem efeitos colaterais, i.é., não mudam valor dos args.

Expressões simbólicas (s-expressions)

- símbolo, número ou uma lista ,“(s1 s2 ... sn)”, com zero ou mais “s-expressions”
- lista com zero elementos, “()”, é chamada *nil*, ou *lista nil*
- *#f* é o valor falso
- *#t* é o valor verdadeiro

Operações Básicas - (op s₁ ... s_n)

- <, > → retornam #t se s₁ e s₂ forem números e obedecerem à comparação, #f caso contrário
- + → se s₁ e s₂ forem números, retorna sua soma, caso contrário retorna erro
- -, /, * → similares ao anterior
- remainder → retorna o resto da divisão do primeiro elemento pelo segundo [(remainder 10 5) → 0 (remainder 5 10) → 5]
- = → retorna símbolo #t se s₁ e s₂ são o mesmo número, o mesmo símbolo ou se ambos forem *null*, retorna #f caso contrário
- and, or, not → operações lógicas com #t e #f

Operações Básicas - (op $s_1 \dots s_n$)

- **number?**, **symbol?**, **list?**, **null?** - predicados que testam tipo de s_1
- **cons** - se s_2 for a lista $(s_{21} \dots s_{2n})$, (**cons** $s_1 s_2$) retorna a lista $(s_1 s_{21} \dots s_{2n})$. Se s_2 não for uma lista ocorre um erro.
- **car** - Se s_1 for a lista $(s_{11} s_{12} \dots s_{1n})$, retorna s_{11} . Se s_1 não for uma lista, erro.
- **cdr** - Se s_1 for a lista $(s_{11} s_{12} \dots s_{1n})$, retorna a lista $(s_{12} \dots s_{1n})$. Se s_1 não for uma lista, erro.

- input -> expression | fundef
- fundef -> (**define** (function arglist) expression)
- arglist -> (variable*)
- expression -> value
 - | variable
 - | (**if** expression expression expression)
 - | (**define** variable expression)
 - | (**begin** expression⁺)
 - | (**optr** expression*)
 - | (**display** expression)
- optr -> function | value-op

Sintaxe - 2

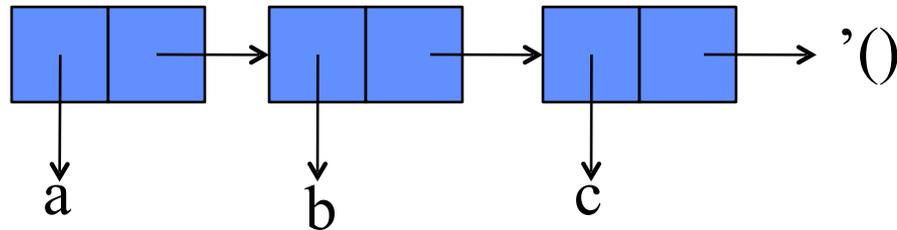
- value -> inteiro | quoted-const
- quoted-const -> 'S-expression
- S-expression -> inteiro | símbolo | (S-expression*)
- value-op -> + | - | * | / | = | < | > | **print** | **cons** | **car** | **cdr** | **number?** | **list?** | **null?** | **eq?** | **and** | **or** | **not** | **remainder**
 - (nota '=' só funciona para números, 'eq?' para quaisquer números/símbolos)
- function -> nome
- variable -> nome
- inteiro -> sequência de dígitos, talvez precedida do sinal '-'
- nome -> sequência de caracteres que não sejam um inteiro e não contenham brancos

Criando constantes simbólicas

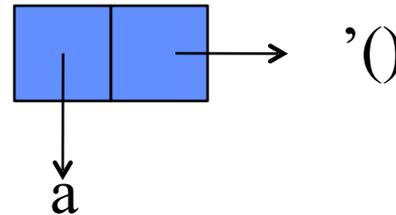
- podemos utilizar o símbolo de quotação simples “ ’ ” :
 - (cons 'a '())
(a)
 - (cons 'a '(b))
(a b)
 - (cdr '(a (b (c d)))) obs: lista com 2 elementos, 'a e '((b (c d)))
((b (c d)))
 - (null? '())
#t
 - (null? '(()))
#f

Notação Gráfica

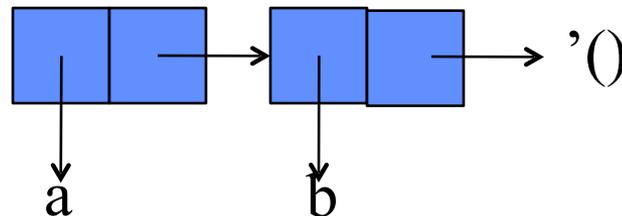
- '(a b c)



- (cons 'a '()) ou '(a)



- (cons 'a '(b)) ou '(a b)



– Assim, “car” indica a seta da esquerda e “cdr” a seta da direita

Exemplo:

```
(define (tamanho l)
```

```
  (if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))
```

Exemplo:

(define (tamanho (l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

(+ 1 (+ 1 (if (null? '()) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '()))))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

(+ 1 (+ 1 (if (null? '()) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '())))))

(+ 1 (+ 1 (if #t 0 (+ 1 (tamanho (cdr ())))))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

(+ 1 (+ 1 (if (null? '()) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '())))))

(+ 1 (+ 1 (if #t 0 (+ 1 (tamanho (cdr ())))))

(+ 1 (+ 1 0))

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

(+ 1 (+ 1 (if (null? '()) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '())))))

(+ 1 (+ 1 (if #t 0 (+ 1 (tamanho (cdr ())))))

(+ 1 (+ 1 0))

(+ 1 1)

Exemplo:

(define (tamanho l)

(if (null? l) 0 (+ 1 (tamanho (cdr l)))))

vamos ver como fica “(tamanho '(a b))”?

(tamanho '(a b))

(if (null? '(a b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(a b)))))

(+ 1 (tamanho (cdr '(a b))))

(+ 1 (tamanho '(b)))

(+ 1 (if (null? '(b)) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (if #f 0 (+ 1 (tamanho (cdr '(b))))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho (cdr '(b)))))

(+ 1 (+ 1 (tamanho '())))

(+ 1 (+ 1 (if (null? '()) 0 (+ 1 (tamanho (cdr '())))))

(+ 1 (+ 1 (if #t 0 (+ 1 (tamanho (cdr ())))))

(+ 1 (+ 1 0))

(+ 1 1)

2

Algumas funções auxiliares

- Segundo elemento de uma lista:

```
(define (cadr l) (car (cdr l)))
```

- Primeiro elemento do primeiro elemento de lista:

```
(define (caar l) (car (car l)))
```

- Terceiro elemento de lista:

```
(define (caddr l) (car (cdr (cdr l))))
```

- Pergunta de um elemento é atômico (não pode ser dividido):

```
(define (atom? x)
```

```
  (if (null? x) # lista nula não pode ser dividida
```

```
      #t
```

```
      (not (list? x))))
```

Exemplo - números primos $\leq n$

- Um bom exemplo para entendermos o funcionamento de listas e o uso de recursão é tentar solucionar o problema de, dado N , produzir a lista de todos os números primos menores que N .
- Intuitivamente podemos fazer isso primeiro criando uma lista de todos os números menores que N e depois removermos os números não primos.

Exemplo - números primos $\leq n$

- Para isso vamos inicialmente usar uma função que cria uma lista de números consecutivos para um intervalo definido

```
(define (intervalo m n)
```

```
  (if (> m n) '()
```

```
      (cons m (intervalo (+ m 1) n))))
```

Exemplo - números primos $\leq n$

- Para isso vamos inicialmente usar uma função que cria uma lista de números consecutivos para um intervalo definido

```
(define (intervalo m n)
  (if (> m n) '()
      (cons m (intervalo (+ m 1) n))))
```

- Em seguida vamos fazer uma função que, dada uma lista e um número, retorna uma nova lista que é a lista original sem os múltiplos do número

```
(define (remove-multiplos num lista)
  (if (null? lista) lista
      (if (divide? num (car lista))
          (remove-multiplos num (cdr lista))
          (cons (car lista) (remove-multiplos num (cdr lista))))))

(define (divide? a b) (= (remainder b a) 0))
```

Exemplo - números primos $\leq n$

- Agora, podemos usar `remove-multiplos` de maneira interativa usando uma função recursiva, que remove os múltiplos do primeiro elemento de uma lista e é aplicada recursivamente no restante da lista (cuidado! é sutil)

```
(define (filtro lista)
```

```
  (if (null? lista)
```

```
      lista
```

```
      (cons (car lista)
```

```
            (filtro (remove-multiplos (car lista) (cdr lista))))))
```

Exemplo - números primos $\leq n$

- Agora, podemos usar `remove multiples` de maneira interativa usando uma função recursiva, que remove os múltiplos do primeiro elemento de uma lista e é aplicada recursivamente no restante da lista (cuidado! é sutil)

```
(define (filtro lista)
```

```
  (if (null? lista)
```

```
      lista
```

```
      (cons (car lista)
```

```
            (filtro (remove-multiplos (car lista) (cdr lista))))))
```

- Basta finalmente usarmos *intervalo* e *filtro*:

```
(define (primos $\leq$ n n)
```

```
  (filtro (intervalo 2 n)))
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:
`(define (ultimo lista)`

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista))
      (car lista)
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista))
      (car lista)
      (ultimo (cdr lista))))
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista0))
      (car lista)
      (ultimo (cdr lista))))
```

- Ver se duas expressões simbólicas arbitrárias são iguais

```
(define (equal? e1 e2) ...
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista0))
      (car lista)
      (ultimo (cdr lista))))
```

- Ver se duas expressões simbólicas arbitrárias são iguais

```
(define (equal? e1 e2) ...
  (if (and (atom? e1) (atom? e2))
      (eq? e1 e2)
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista0))
      (car lista)
      (ultimo (cdr lista))))
```

- Ver se duas expressões simbólicas arbitrárias são iguais

```
(define (equal? e1 e2) ...
  (if (and (atom? e1) (atom? e2))
      (eq? e1 e2)
      (if (or (atom? e1) (atom? e2))
          #f
```

Exercícios-1

- Encontrar o último elemento de uma lista:

```
(define (ultimo lista)
  (if (null? (cdr lista0))
      (car lista)
      (ultimo (cdr lista))))
```

- Ver se duas expressões simbólicas arbitrárias são iguais

```
(define (equal? e1 e2) ...
  (if (and (atom? e1) (atom? e2))
      (eq? e1 e2)
      (if (or (atom? e1) (atom? e2))
          #f
          (and (equal? (car e1) (car e2))
                (equal? (cdr e1) (cdr e2))))))
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Como estamos trabalhando com listas, um problem interessante é modelar algoritmos de ordenação
- Vamos tentar o velho “insertion sort”.
- Neste algoritmo vamos acrescentando elementos de uma lista desordenada em uma nova lista.
- A cada passo inserimos um novo elemento colocando ele na posição correta na nova lista
- Assim, se tivermos a lista de números (8, 7, 1, 2) construiríamos a lista ordenada passo a passo:
 - ()
 - (8)
 - (7,8)
 - (1, 7, 8)
 - (1, 2, 7, 8)
- Vejamos como fica isso em Lisp

Exercícios - 2 \Rightarrow Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
```

```
  (if (null? lista)
```

```
      (cons novo '())
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
```

```
  (if (null? lista)
```

```
      (cons novo '())
```

```
      (if (< novo (car lista))
```

```
          (cons novo lista)
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< novo (car lista))
          (cons novo lista)
          (cons (car lista) (insert novo (cdr lista)))))))
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< novo (car lista))
          (cons novo lista)
          (cons (car lista) (insert novo (cdr lista))))))
```

- Agora podemos definir o insertion sort, recursivamente, ordenamos o final da lista, depois inserimos o primeiro elemento

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< novo (car lista))
          (cons novo lista)
          (cons (car lista) (insert novo (cdr lista))))))
```

- Agora podemos definir o insertion sort, recursivamente, ordenamos o final da lista, depois inserimos o primeiro elemento

```
(define (insertion-sort lista)
  (if (null? lista) lista
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< novo (car lista))
          (cons novo lista)
          (cons (car lista) (insert novo (cdr lista))))))
```

- Agora podemos definir o insertion sort, recursivamente, ordenamos o final da lista, depois inserimos o primeiro elemento

```
(define (insertion-sort lista )
  (if (null? lista) lista
      (insertion-sort (cdr lista))))
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< novo (car lista))
          (cons novo lista)
          (cons (car lista) (insert novo (cdr lista))))))
```

- Agora podemos definir o insertion sort, recursivamente, ordenamos o final da lista, depois inserimos o primeiro elemento

```
(define (insertion-sort lista)
  (if (null? lista) lista
      (insert (car lista)
              (insertion-sort (cdr lista)))))
```

Exercícios - 2 => Insertion Sort

- Primeiro definimos uma função para inserir um elemento em uma lista ordenada, produzindo uma nova lista ordenada, com o novo elemento

```
(define (insert novo lista)
  (if (null? lista)
      (cons novo '())
      (if (< x (car l))
          (cons x l)
          (cons (car l) (insert x (cdr l))))))
```

- Agora podemos definir o insertion sort, recursivamente, ordenamos o final da lista, depois inserimos o primeiro elemento

```
(define (insertion-sort l)
  (if (null? l) l
      (insert (car l)
              (insertion-sort (cdr l)))))
```

- Agora tentemos (insertion-sort '(4 3 1 2))

Exercícios - 3 \Rightarrow Listas de Associação

- Uma lista de associação é um dicionário onde associamos chaves arbitrárias (qualquer elemento da linguagem), a valores arbitrários.
- Vamos usar uma nova função do Racket para nos ajudar a criar listas sem usar tantos 'cons':
 - `(list arg1 arg2 ...argn)`
- Esta função cria uma lista com o numero de elementos passados como argumentos. Ela aceita numero arbitrário de argumentos
- Assim
 - `(list 'a 'b 'c) = (cons 'a (cons 'b (cons 'c '())))`
- Outra vantagem é que aceita expressões arbitrárias como argumento
 - `(list (+ 2 3) a 'a) \rightarrow (cons (+ 2 3) (cons a (cons 'a '())))`
 - Em outras palavras, uma lista de 3 elementos, o primeiro é o resultado de `(+ 2 3)`, o segundo o valor da variável "a" e o terceiro o símbolo 'a.

Exercícios - 3 => Listas de Associação

- Primeiramente devemos pensar em como vamos representar este dicionário. Como só temos listas, vamos usar uma lista de pares <chave, valor>
 - Ex: '((alan verde) (pedro amarelo) (wander roxo))
 - Lista com tres associações
 - chaves: {'alan, 'pedro, 'wander}
 - Valores { 'verde , 'amarelo, 'roxo}
- Agora precisamos decidir o nome das funções para criar e manipular:
 - (*mkassoc chave valor lista*) - recebe uma lista de associação, e um novo par <chave, valor> para acrescentar nesta lista
 - (*assoc chave lista*): recebe uma chave e uma lista de associação, e retorna o valos associado àquela chave, ou '() se não existir
 - (assoc 'wander '((alan verde) (wander roxo))) -> 'roxo
- Vejamos agora a definição das funções

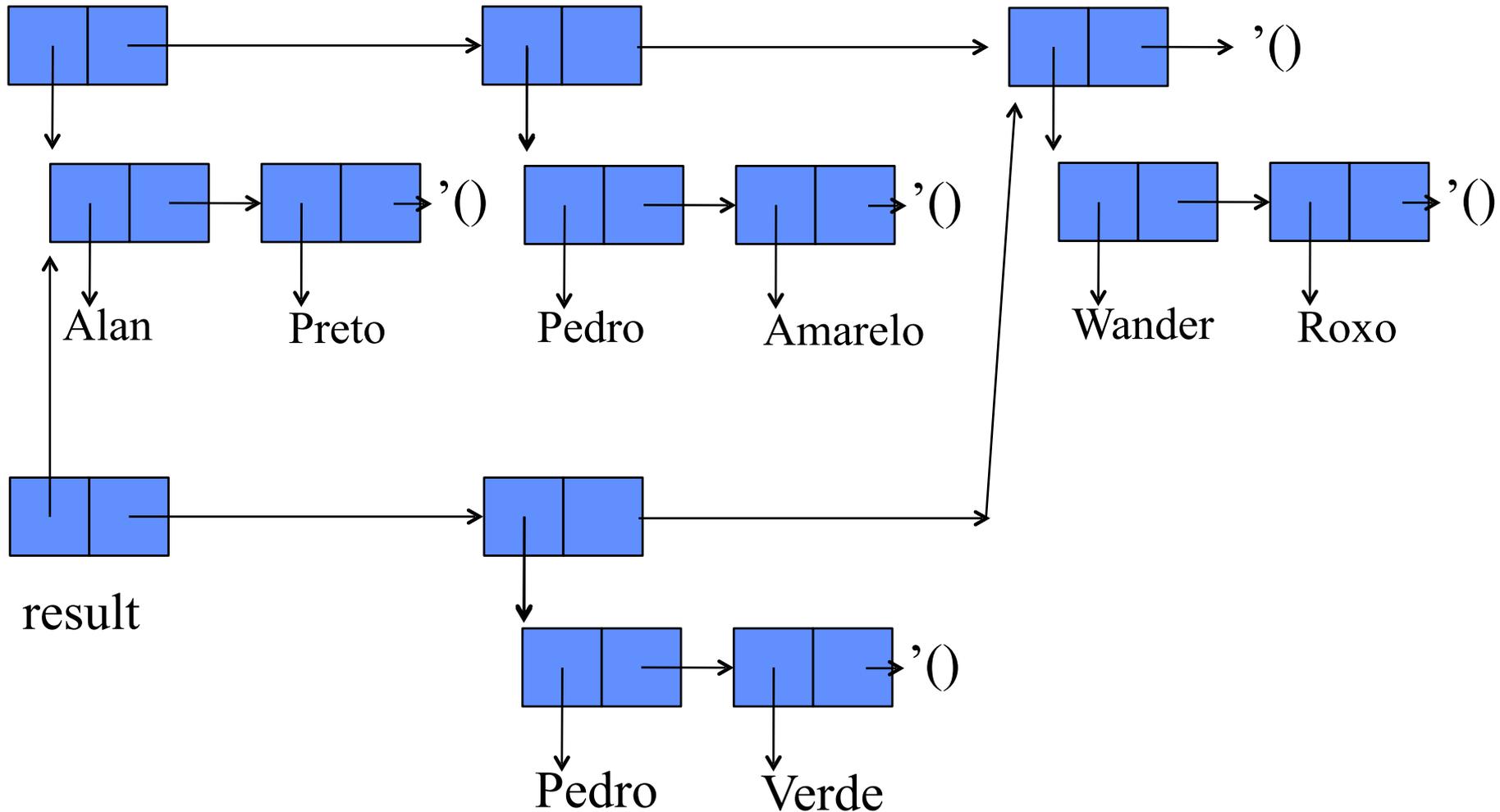
Exercícios - 3 => Listas de Associação

- primeiro representação: lista de pares <chave, valor>
- funções para criar e manipular: *mkassoc* e *assoc*:
- (define (**assoc** chave lista)
 - (if (null? lista) '())
 - (if (equal? chave (caar lista))
 - (cadar lista)
 - (assoc chave (cdr lista))))))
 - (define (**mkassoc** chave valor lista)
 - (if (null? lista) (list (list chave valor))
 - (if (= chave (caar lista))
 - (cons (list chave valor) (cdr lista))
 - (cons (car lista) (mkassoc chave valor (cdr lista))))))
 - Note que não modificamos a lista, criamos uma nova lista onde compartilhamos partes da lista anterior

Notação Gráfica

```
(define listaass '((Alan Preto) (Pedro Amarelo) (Wander Roxo))
(define result (mkassoc Pedro Verde listas))
```

listaass



Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

- Agora vamos representar conjuntos
- Precisaremos, claro usar listas para isso
 - Com ou sem repetição?
 - Eficiência em adição vs eficiência de espaço e de membresia
- Quais são as funções principais?
 - conj-vazio: Criação de novo conjunto
 - Membro? - testa se um elemento pertence a um conjunto
 - Adiciona - dado um elemento e um conjunto, retorna novo conjunto com o elemento adicionado ao conjunto original
 - Operações entre conjuntos:
 - união, intersecção, contido?, etc'

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())  
(define (membro? elem conj)  
  (if (null? conj) #f  
      (if (equal? elem (car conj)) #t  
          (membro? elem (cdr conj))))))  
(define (adiciona elem conj)  
  (if (membro? elem conj) conj (cons elem conj)))  
(define (uniao conj1 conj2)  
  (if (null? conj1) conj2  
      (uniao (cdr conj1) (adiciona (car conj1) conj2))))
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

(define conj-vazio

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

(define conj-vazio '());

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

ou (define (conj-vazio) '())

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

(define conj-vazio '()); obs: ou (define (conj-vazio) '())

(define (membro? elem conj))

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())

(define (membro? elem conj)

(if (null? conj) #f

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())
```

```
(define (membro? elem conj)
```

```
  (if (null? conj) #f
```

```
      (if (equal? elem (car conj)) #t
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())  
(define (membro? elem conj)  
  (if (null? conj) #f  
      (if (equal? elem (car conj)) #t  
          (membro? elem (cdr conj))))))
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())  
(define (membro? elem conj)  
  (if (null? conj) #f  
      (if (equal? elem (car conj)) #t  
          (membro? elem (cdr conj))))))  
(define (adiciona elem conj)
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())
```

```
(define (membro? elem conj)
```

```
  (if (null? conj) #f
```

```
      (if (equal? elem (car conj)) #t
```

```
          (membro? elem (cdr conj))))))
```

```
(define (adiciona elem conj)
```

```
  (if (membro? elem conj) conj (cons elem conj)))
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())
```

```
(define (membro? elem conj)
```

```
  (if (null? conj) #f
```

```
      (if (equal? elem (car conj)) #t
```

```
          (membro? elem (cdr conj))))))
```

```
(define (adiciona elem conj)
```

```
  (if (membro? elem conj) conj (cons elem conj)))
```

```
(define (uniao conj1 conj2)
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())
```

```
(define (membro? elem conj)
```

```
  (if (null? conj) #f
```

```
      (if (equal? elem (car conj)) #t
```

```
          (membro? elem (cdr conj))))))
```

```
(define (adiciona elem conj)
```

```
  (if (membro? elem conj) conj (cons elem conj)))
```

```
(define (uniao conj1 conj2)
```

```
  (if (null? conj1) conj2
```

Exercícios - 4 \Rightarrow Conjuntos

```
(define conj-vazio '()) ; obs: ou (define (conj-vazio) '())  
(define (membro? elem conj)  
  (if (null? conj) #f  
      (if (equal? elem (car conj)) #t  
          (membro? elem (cdr conj))))))  
(define (adiciona elem conj)  
  (if (membro? elem conj) conj (cons elem conj)))  
(define (uniao conj1 conj2)  
  (if (null? conj1) conj2  
      (uniao (cdr conj1) (adiciona (car conj1) conj2))))
```

Escopo de variáveis - cuidado!

- `(define (soma-sexpr l)`
 - `(if (null? l) 0`
 - `(f (number? l) l`
 - `(+ (soma-sexpr (car l)) (soma-sexpr (cdr l))))))`
- e se usássemos variáveis globais?
- `(define (soma-errada l)`
 - `(if (null? l) 0`
 - `(if (number? l) l`
 - `(begin (define tmp (soma-errada (car l)))`
 - `(+ (soma-errada (cdr l)) tmp))))))`

Atenção isso não funciona

No nosso Dr. Racket atual, defines não são permitidos dentro de expressões, apenas em 'begin'

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
(define (soma-certa-aux l tmp))

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

```
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
```

```
(define (soma-certa-aux l tmp)
```

```
  (if (null? l) tmp
```

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

```
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
```

```
(define (soma-certa-aux l tmp)
```

```
  (if (null? l) tmp
```

```
      (if (number? l) (+ tmp l)
```

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

```
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
```

```
(define (soma-certa-aux l tmp)
```

```
  (if (null? l) tmp
```

```
      (if (number? l) (+ tmp l)
```

```
          (begin (set! tmp (soma-certa-aux (car l) tmp))
```

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

```
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
```

```
(define (soma-certa-aux l tmp)
```

```
  (if (null? l) tmp
```

```
      (if (number? l) (+ tmp l)
```

```
          (begin (set! tmp (soma-certa-aux (car l) tmp))
```

```
                (soma-certa-aux (cdr l) tmp))))))
```

Criando variáveis locais

- utilizamos argumentos para criar variáveis locais

```
(define (soma-certa l) (soma-certa-aux l 0))
```

```
(define (soma-certa-aux l tmp)
```

```
  (if (null? l) tmp
```

```
      (if (number? l) (+ tmp l)
```

```
          (begin (set! tmp (soma-certa-aux (car l) tmp))
```

```
                (soma-certa-aux (cdr l) tmp))))))
```

- Recursão eficiente: recursão de cauda

Exemplo: “Eval” em Lisp - 1

- programas em Lisp podem ser representados facilmente como expressões simbólicas
- => extensibilidade
- interpretador “meta-circular” => interpretador de Lisp escrito em Lisp
- representação: (+ x (* y 4)) como:

```
'(+ x (* y 4))
```

- Ou

```
(list '+
      'x
      (list '* 'y '4))
```

- Ou

```
(cons '+
      (cons 'x
            (cons (cons '*
                      (cons 'y
                            (cons 4 '())))
                  '())))
```

“Eval” em Lisp - 2

- problema: como representar constantes simbólicas, i.e. $'x$, $'(a (b c))$, etc
- solução: novo operador *quote*:
 - $'x = (\text{quote } x)$
 - $'(a (b c)) = (\text{quote } (a (b c)))$

“Eval” em Lisp - versão 1

- obs: só ‘numeros ou operações com dois argumentos

```
(define (eval exp)
```

```
  (if (number? exp) exp
```

```
      ; notem que vou usar uma função auxiliar para
```

```
      ; tratar cada operador, mas antes preciso avaliar
```

```
      ; os argumentos
```

```
      (apply-op (car exp)
```

```
                (eval (cadr exp))
```

```
                (eval (caddr exp))))))
```

“Eval” em Lisp - versão 1

- obs: só ‘numeros ou operações com dois argumentos

```
(define (eval exp)
```

```
  (if (number? exp) exp
```

```
      ; notem que vou usar uma função auxiliar para
```

```
      ; tratar cada operador, mas antes preciso avaliar
```

```
      ; os argumentos
```

```
      (apply-op (car exp)
```

```
              (eval (cadr exp))
```

```
              (eval (caddr exp))))))
```

;Agora tratamos as operações aritméticas

```
(define (apply-op f x y)
```

```
  (if (equal? f '+)
```

```
      (+ x y)
```

```
      (if (equal? f '-') (- x y)
```

```
          (if (equal? f '/')
```

```
              (/ x y)
```

```
              (if (equal? f '*)
```

```
                  (* x y)
```

```
                  ‘erro))))))
```

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (if (number? '(+ 2 (* 3 4))
 '(+ 2 (* 3 4))
 (apply-op '(car (+ 2 (* 3 4)))
 (eval '(cadr '(+ 2 (* 3 4)))
 (eval (caddr '(+ 2 (* 3 4)))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
(if (number? '(+ 2 (* 3 4)))
 '+ 2 (* 3 4)
 (apply-op '(car (+ 2 (* 3 4)))
 (eval '(cadr '(+ 2 (* 3 4)))
 (eval (caddr '(+ 2 (* 3 4)))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))

```
(apply-op '+  
          (eval '2)  
          (eval '(* 3 4)))
```

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 (eval '2)
 (eval '(* 3 4)))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (eval '(* 3 4)))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (if (number? '(* 3 4))
 '(* 3 4)
 (apply-op (car '(* 3 4))
 (eval (cadr '(* 3 4)))
 (eval (caddr '(* 3 4)))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (if (number? '(* 3 4))
 '(* 3 4)
 (apply-op (car '(* 3 4))
 (eval (cadr '(* 3 4)))
 (eval (caddr '(* 3 4)))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4))
 (apply-op '+
 2
 (apply-op (car '(* 3 4))
 (eval (cadr '(* 3 4)))
 (eval (caddr '(* 3 4))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4))
 (apply-op '+
 2
 (apply-op '*
 (eval (cadr '(* 3 4)))
 (eval (caddr '(* 3 4))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (apply-op '*
 (eval 3)
 (eval (caddr '(* 3(4))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (apply-op '*
 (eval 3)
 (eval 4)))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (if (equal? '* '+)
 (+ 3 4)
 (if (equal? '* '-)
 (- 3 4)
 (if (equal? '* '/')
 (/ 3 4)
 (if (equal? '* '*)
 (* 3 4)
 'erro))))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
(apply-op '+
2
(if (equal? '* '*)
(* 3 4)
'erro))))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
 (apply-op '+
 2
 (* 3 4))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4))
 (apply-op '+
 2
 12))

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))

```
(if (equal? '+ '+)
```

```
    (+ 2 12)
```

```
    (if (equal? '+ '-)
```

```
        (- 2 12)
```

```
        (if (equal? '+ '/)
```

```
            (/ 2 12)
```

```
            (if (equal? '+ '*
```

```
                (* 2 12)
```

```
                'erro))))))
```

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
(+ 2 12)

“Eval” em Lisp - versão 1

- Exemplo: (eval '(+ 2 (* 3 4)))
14

“Eval” em Lisp - acrescentando variáveis

- para acrescentar variáveis precisamos ser capazes de manter valores para variáveis
- Podemos usar uma estrutura já desenvolvida anteriormente: lista de associações
 - Associa “nome” de uma variável a um valor
- chamamos esta lista de *Ambiente* (“environment”)
- Para que isso funcione, agora o Ambiente precisa ser parâmetro de eval
- Para representar o nome das variáveis usaremos símbolos

“Eval” em Lisp - versão 2

```
(define (eval exp ambiente)  
  (if (number? exp) exp
```

“Eval” em Lisp - versão 2

```
(define (eval exp ambiente)
```

```
  (if (number? exp) exp
```

```
      (if (symbol? exp)
```

```
          (assoc exp ambiente)
```

“Eval” em Lisp - versão 2

```
(define (eval exp ambiente)  
  (if (number? exp) exp  
      (if (symbol? exp)  
          (assoc exp ambiente)  
          (apply-op (car exp)  
                    (eval (cadr exp) ambiente)  
                    (eval (caddr exp) ambiente))))))
```

“Eval” em Lisp - versão 2

```
(define (eval exp ambiente)  
  (if (number? exp) exp  
      if (symbol? exp)  
        (assoc exp ambiente)  
        (apply-op (car exp)  
                   (eval (cadr exp) ambiente)  
                   (eval (caddr exp) ambiente))))))
```

exemplo: (eval '(+ i (/ 9 i)) (mk-assoc 'i 3 '()))

“Eval” em Lisp - versão 2

```
(define (eval exp ambiente)
  (if (number? exp) exp
      if (symbol? exp)
        (assoc exp ambiente)
        (apply-op (car exp)
                   (eval (cadr exp) ambiente)
                   (eval (caddr exp) ambiente))))))
```

exemplo: (eval '(+ i (/ 9 i)) (mk-assoc 'i 3 '()))

EXPRESSÃO **AMBIENTE**

“Eval” em Lisp - acrescentando expr. simb.

- Lembrando, vamos precisar indicar ao interpretador o que é o nome de uma variável e o que é um símbolo

`(eval '(car (cdr '(a b c))) '()) ==> não funciona`

“Eval” em Lisp - acrescentando expr. simb.

- Lembrando, vamos precisar indicar ao interpretador o que é o nome de uma variável e o que é um símbolo

`(eval '(car (cdr '(a b c))) '())` ==> **não funciona**

- a solução é criar um novo operador como `'`, mas que nosso interpretador possa "ver":

`(eval '(car (cdr (quote (a b c)))) '())`

“Eval” em Lisp - acrescentando expr. simb.

- Precisamos assim atualizar nossa função *eval*:

```
(define (eval exp ambiente)
```

```
  (if (number? exp) exp
```

```
      (if (symbol? exp) (assoc exp ambiente)
```

```
          (if (equal? (car exp) 'quote)
```

```
              (cadr expr)
```

```
          (apply-op (car exp)
```

```
                  (eval (cadr exp) ambiente)
```

```
                  (eval (caddr exp) ambiente))))))
```

O Lisp como ele é -1

- A linguagem Lisp não é limitada como nossa linguagem exemplo
- Vejamos algumas diferenças importantes
- (cond (e11 e12) (e21 e22)... (eN1 eN2))
- expressões simbólicas: “cons” junta quaisquer dois elementos
- outros tipos de dados
 - números: precisão infinita para inteiros, complexos, ponto flutuante
 - vetores

O Lisp como ele é - 2

- Operador *cond*:
 - $(\text{cond } (e_{11} e_{12}) (e_{21} e_{22}) \dots (e_{N1} e_{N2}))$
- Expressões simbólicas: “cons” junta quaisquer dois elementos
 - $(\text{cons } 3 (\text{cons } 4 '())) \implies (3 4)$
 - $(\text{cons } 3 4) \implies (3 . 4)$
 - Na verdade nosso racket já faz isso!
- outros tipos de dados
 - números: precisão infinita para inteiros, complexos, ponto flutuante
 - vetores (acesso indexado rápido)

O Lisp como ele é 3

efeitos colaterais

- efeito colateral = qualquer mudança nos valores do ambiente causada por uma função
- nosso interpretador altera apenas variáveis globais
- perigoso: chamadas de uma função podem alterar valor retornado por outra função
- `rplaca`, `rplacd`:

O Lisp como ele é - 4: rplaca, rplacd

```
=>(set L1 '(a b c))
```

```
(a b c)
```

```
=>(set L2 L1)
```

```
(a b c)
```

```
=>(rplaca L2 'd)
```

```
(d b c)
```

```
=> L2
```

```
(d b c)
```

```
=> L1
```

```
(d b c)
```

O Lisp como ele é - 5

- código mais eficiente (menos cons, menos car, menos cdr)
- listas circulares (com rplacd)
- macros
 - aplicada a expressões não a valores
 - permite estender linguagens (if, for)
 - “economiza” chamada
- coleta de lixo

O Lisp como ele é - 6

"Coleta de Lixo"

- Vocês devem ter notado que manipulação de listas sem uso de efeitos colaterais gera muitas células “mortas”
 - Por exemplo quando queremos mudar uma lista, reaproveitamos os elementos iguais e as células finais da lista mas criamos novas células para o início da lista.
 - Se a lista anterior não for mais usada, temos células que não tem utilidade: isso pode ocasionar preenchimento total da memória para um programa que roda muito tempo
 - Em C++ e C podemos descartadas estruturas explicitamente, quando sabemos que elas não serão mais usadas (“delete” e “free” vs “new” e “malloc”).
 - Em Lisp, não precisamos fazer esta deslocação explicitamente, o sistema faz uma operação chamada coleta de lixo que detecta automaticamente as células que não podem ser usadas e as “descarta”

Scheme

- Scheme é uma linguagem derivada do Lisp, com o mesmo princípio de funcionamento, mas que trata funções de maneira mais elegante e genérica
-

Racket

- Em nosso curso vamos usar a linguagem Racket.
- Em sua versão “crua” ela funciona como a linguagem Scheme
- Porém Racket contém várias extensões que devem ajudar no nosso curso como facilidades para
 - Tipar a linguagem
 - Criar tipos e mecanismos de teste
 - Funções para nos ajudar a criar interpretadores
- Faça download e instalação do Racket
 - Foi este o sistema que utilizamos nas demonstrações desta aula
- Leia a introdução à linguagem (o link está no PACA)

Usando Racket

- Racket é um sistema interativo que você pode usar diretamente da linha de comando, digitando os programas na medida que vai prosseguindo
- Porém ele tem um ambiente que facilita muito o uso, e é o que vamos utilizar
- Ao baixar o pacote, você pode utilizar a linguagem racker chamando-a da linha de comando
 - Neste caso você deve ver uma interface semelhante ao que usamos nesta aula.

Um interpretador em Racket

- Neste curso vamos implementar interpretadores das linguagens que estamos atendendo.
- Para isso usaremos um dialeto de Racket tipado
- Para isso devemos indicar “#lang plai-typed” no início de nossos programas
- Uma das diferenças de plai-typed para scheme é o suporte para tipos
 - Este pacote precisa ser instalado (veja no e-disciplinas)
- Tipos são definidos colocando-se “:” e o tipo após especificação de argumentos e de perfil da função
- Ex (obs: cuidado com os espaços antes e depois do “:”)
(define (soma-tipada [x : number] [y : number]) : number
 (+ x y))
- Veja a documentação para mais detalhes.