

**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Química
PQI-3202- Fenômenos de Transporte I**

LISTA DE EXERCÍCIOS, QUESTIONÁRIOS E ANEXOS.

**INFORMAÇÕES DESTE MATERIAL SÃO DA APOSTILA DE FENÔMENOS
DE TRANSPORTE I DO PROFESSOR TAH WUN SONG.**

Lista de Exercícios N° 1	4
Lista de Exercícios N° 2	12
Lista de Exercícios N° 3	19
Lista de Exercícios N° 4	28
Lista de Exercícios N° 5	38
Lista de Exercícios N° 6	40
Questionário N° 1	43
Questionário N° 2	47
Questionário N° 3	49
Questionário N° 4	51
Balanço Global de Massa	53
Balanço Global de Energia	55
Balanço Global de Energia Mecânica	59
Casos Particulares da equação de Bernoulli	60
Balanço Global de Quantidade de Movimento	61
Equações de Fator de Atrito em Tubulação	62
Balances Diferenciais e Camada Limite	63
Balances Diferenciais de Quantidade de Movimento	65
Solução de Casos Particulares da Equação de Navier-Stokes	68
Camada Limite Laminar em Placa Plana	72
Balanço Global em Camada Limite	76
Balanço Global de Massa na Camada Limite	76
Balanço Global de Quantidade de Movimento na Camada Limite	76
Aplicações para a Camada Limite Turbulenta	79
TABELAS E GRÁFICOS DE PROPRIEDADES	81
VÁLVULAS E TUBULAÇÕES	90
Velocidades e Perdas de Pressão Recomendadas para Escoamento em Tubulações	103
BOMBAS	106
Fluidos Não-Newtonianos	115

Fator de Atrito de Fanning	123
Perda por Atrito em Singularidades	124
Roteiro de aula de laboratório: Experiência nº. 1	146
Roteiro de aula de laboratório: Experiência nº. 2	148
Roteiro de aula de laboratório: Experiência nº. 3	150
Roteiro de aula de laboratório: Experiência nº. 4	152
Roteiro de aula de laboratório: Experiência nº. 5ª e 5B	 Erro! Indicador não definido.

Lista de Exercícios Nº 1

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Um fluido newtoniano incompressível, de densidade ρ e viscosidade μ , escoar em estado estacionário, regime laminar, escoamento desenvolvido unidimensional, à temperatura constante, no interior de um tubo circular horizontal, de raio interno constante R e comprimento L . As pressões na entrada e na saída do tubo são iguais a P_1 e P_2 respectivamente.

Determinar (a) o perfil da tensão de cisalhamento; (b) a tensão de cisalhamento no centro do tubo; (c) o perfil de velocidade; (d) a velocidade no centro do tubo; (e) a velocidade média de escoamento; (f) a vazão volumétrica de escoamento; (g) a vazão mássica de escoamento; (h) As expressões obtidas valem para o escoamento num tubo vertical? Justificar todas as passagens da solução.

Resposta: (a) $\tau = (P_1 - P_2)r/2L$; (b) $\tau_c = 0$; (c) $v = [(P_1 - P_2) R^2/4\mu L] [1 - (r/R)^2]$; (d) $v_{max} = [(P_1 - P_2) R^2/4\mu L]$; (e) $v_b = [(P_1 - P_2) R^2]/8\mu L$; (f) $\phi = [(P_1 - P_2) \pi R^4/8\mu L]$; (g) $w = [\rho (P_1 - P_2) \pi R^4]/8\mu L$

(2) Ensaaios são feitos para o levantamento da curva característica de uma bomba centrífuga, usando-se água à temperatura ambiente. Medem-se a vazão de escoamento, ajustada por meio de uma válvula globo, e o correspondente aumento de pressão pela bomba. A curva obtida é a mostrada na figura 13-5 do livro-texto, onde a vazão é em gpm (galões por minuto) e o aumento de pressão em psi.

Estimar a potência suprida à bomba quando a vazão de escoamento é de $10 \text{ m}^3/\text{min}$. (Problema 4-17 do livro-texto).

Resposta: Potência = - 34300 W.

(3) Água é bombeada de um reservatório, à temperatura de 23°C , até um nebulizador, localizado no topo de uma torre de absorção. A tubulação é em aço carbono, de 3" Schedule N° 40. Pode-se admitir que o perfil de velocidades na tubulação é achatado e que a troca de calor com o ambiente é desprezível. A diferença de cotas entre a superfície livre de água no reservatório e a saída do nebulizador é de 30 m. A pressão relativa na entrada do nebulizador é de $0,21 \text{ kgf/cm}^2$. A vazão de escoamento é de $0,75 \text{ m}^3/\text{min}$. A potência fornecida à bomba é de 14 CV.

Determinar a temperatura da água ao entrar no nebulizador. (Problema 4-3 do livro-texto).

Resposta: $T_2 = 23,12^\circ\text{C}$

(4) Água é descarregada na base de um tanque grande, onde a pressão relativa é de $3,5 \text{ kgf/cm}^2$, e é bombeada para um bocal aberto a atmosfera. O bocal está localizado a 15m acima da base do tanque. A vazão de escoamento é de 45 kg/s . A velocidade média no bocal é de 20 m/s . A potência suprida ao eixo da bomba é de 10 CV. O rendimento da bomba é de 75%.

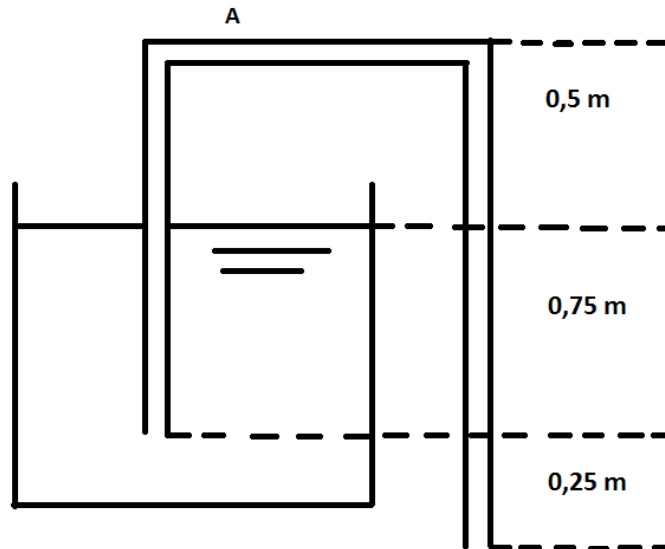
Determinar a perda de energia devida ao atrito, por unidade de massa, na bomba e no restante do sistema. (Problema 4- 10 do livro-texto).

Resposta: $l_{wf} = 119 \text{ J/kg}$; $l_{wp} = 41 \text{ J/kg}$.

Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(5) Deseja-se retirar água de um recipiente aberto a atmosfera (pressão atmosférica = 101325 Pa), conforme o esquema abaixo. A temperatura do sistema é de 20°C. O diâmetro interno do tubo usado no sifão é de 0,5 cm. Pode-se desprezar o atrito no escoamento.

(a) Determine a vazão de escoamento. (b) Determinar a pressão no ponto A (ver esquema a seguir). (c) Há restrição para o valor do desnível entre o ponto A (o ponto mais alto do sifão) e o nível de água no recipiente? Por quê?



Resposta: (a) $w = 0,087 \text{ kg/s}$. (b) $P_A = 86625 \text{ Pa (abs)}$; (c) Sim

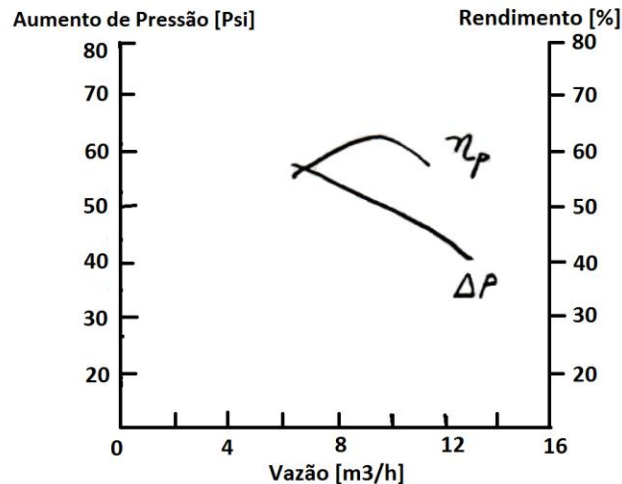
(6) Um fluido newtoniano de densidade relativa igual a 0,998 e viscosidade de 0,8 cP, escoar em regime permanente, laminar, num tubo circular horizontal de diâmetro interno igual a 0,003 m. A velocidade no centro do tubo é de 0,01 m/s.

(a) Determinar a tensão de cisalhamento na parede interna desse tubo. (b) Haveria alteração na solução do problema se o escoamento fosse turbulento? Justificar.

Resposta: (a) $\tau_s = 0,0107 \text{ Pa}$; (b) sim.

(7) Uma bomba centrífuga cuja curva característica está mostrada a seguir é usada para transportar água a 20°C, de um reservatório a outro, com vazão de 10 m³/h. Tanto o reservatório de alimentação como o de recebimento são abertos a atmosfera, com níveis de líquido mantidos constantes. A altura de água no tanque de alimentação é desprezível. A tubulação é em aço carbono, de 1^{1/2}" Schedule N° 40. A perda de energia por atrito no sistema (em J/kg), excluindo-se a bomba, é dada por 1,54 L, onde L é o comprimento total da tubulação (em metros). Como o trecho na sucção (entrada) da bomba é muito curto e não há praticamente trechos horizontais no recalque (saída) da bomba, pode-se admitir que L é o próprio desnível entre a saída da bomba até a descarga da tubulação.

Determinar o valor desse desnível. Justificar sucintamente as passagens da solução.



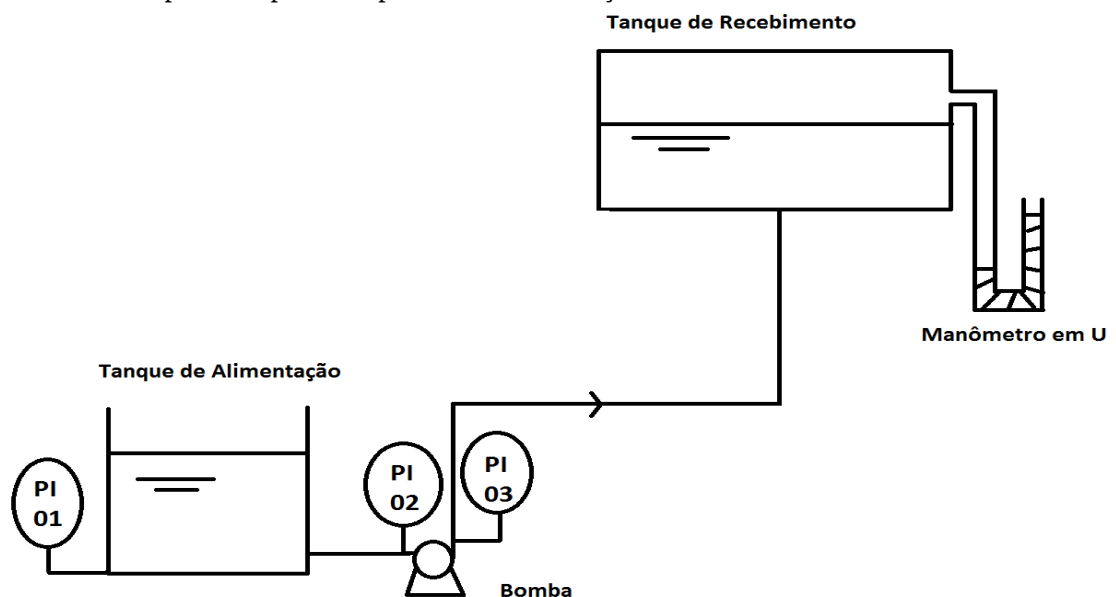
Resposta: $H = 30,4\text{m}$

(8) Água a 20°C é bombeada à vazão de $11,4\text{ m}^3/\text{h}$, de acordo com o esquema mostrado a seguir. O tanque de alimentação é aberto a atmosfera e o tanque de recebimento é pressurizado. A tubulação é em aço carbono, sendo a parte antes da bomba de $2^{1/2}"$ Sch N°40 e a parte depois da bomba de $2"$ Sch N°40. A diferença de cotas entre a entrada da bomba e a superfície livre de água no tanque de recebimento é de 10 m . As leituras dos indicadores de pressão (PI) instalados no sistema são as seguintes:

Indicador de Pressão	Leitura (kPa relativa)
PI-01 (base do tanque de alimentação)	10,0
PI-02 (imediatamente antes da bomba)	8,5
PI-03 (imediatamente depois da bomba)	175,0

A densidade relativa do fluido manométrico usado no manômetro em U, para medir a pressão no tanque de recebimento, é de $13,6$ e o seu desnível é de $0,5\text{ m}$.

Determinar a perda de potência por atrito na tubulação.



Resposta: Perda de potência = 36W

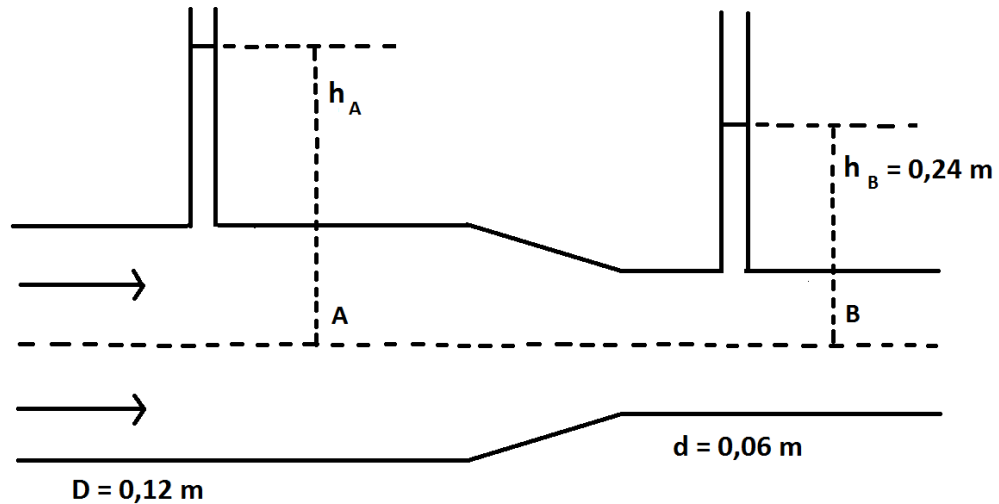
(9) Um fluido newtoniano de densidade igual a $1,32 \text{ g/cm}^3$ e viscosidade igual a $18,3 \text{ cP}$ está escoando num tubo reto horizontal, de raio interno de $0,21 \text{ in.}$

Para que diferença de pressão por comprimento de tubo, o escoamento deixa de ser laminar? Admitir que o número de Reynolds de transição seja igual a 2100.

Resposta: $-\Delta P/L = 1430 \text{ (dina/cm}^2\text{)/cm}$

(10) Um líquido escoar de uma seção A para B, num tubo horizontal, de acordo com o esquema mostrado a seguir. A vazão de escoamento é de $0,02 \text{ m}^3/\text{s}$. A dissipação de energia devido ao atrito entre as duas seções consideradas é de 5 J/kg .

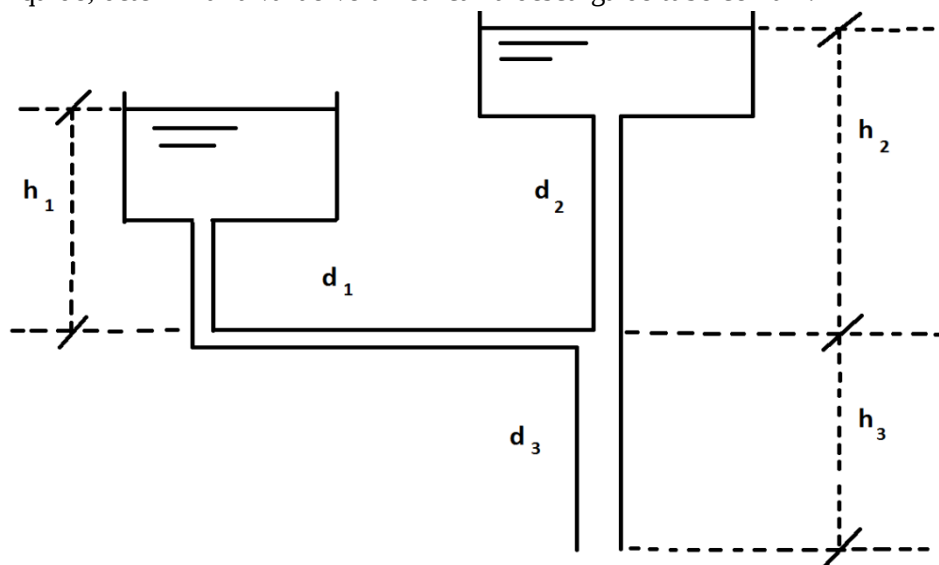
Qual o valor da altura h_A ? Justificar sucintamente as passagens da solução.



Resposta: $h_A = 3,14 \text{ m}$

(11) Os escoamentos a partir de dois reservatórios, abertos a atmosfera, juntam-se e o escoamento resultante é descarregado através de um tubo comum, cuja saída também é atmosférica. Os diâmetros internos dos tubos e as cotas estão indicados no esquema a seguir.

Desprezando-se o atrito no sistema e sabendo-se que os dois reservatórios contêm o mesmo líquido, determinar a vazão volumétrica na descarga do tubo comum.



Resposta: $\phi = \pi (2g)^{0,5} [r_1^2 (h_1 + h_3)^{0,5} + r_2^2 (h_2 + h_3)^{0,5}]$.

(12) Um fluido newtoniano incompressível, com perfil de velocidades constante, entra num tubo de raio interno R . A vazão mássica w . Numa secção distante da entrada, o escoamento está totalmente desenvolvido, em regime laminar. A velocidade média de escoamento é v_b .

Determinar a variação de energia cinética total entre a entrada e essa secção, considerando-se os perfis de velocidade específicos em cada secção. Justificar sucintamente as etapas da solução.

Resposta: $\Delta E_C = [wv_b^2]/2$

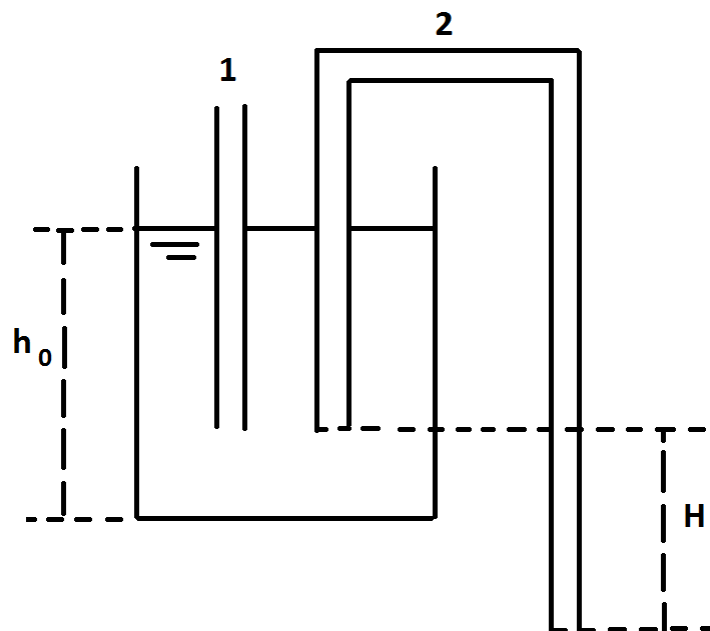
(13) Um fluido newtoniano, incompressível, de densidade ρ e viscosidade dinâmica μ , escoar em regime permanente, laminar, sobre uma placa plana, inclinada de ângulo β com a vertical. O comprimento da placa é L e a sua largura W . A espessura do filme de fluido sobre a placa é δ . A temperatura do escoamento é constante.

(a) A partir de um balanço de forças, deduzir a expressão do perfil de velocidades. (b) Obter a expressão da velocidade média. (c) Obter a expressão da força do fluido sobre a superfície da placa. Justificar todas as passagens das deduções.

Resposta: (a) $v = [\rho g \delta y \cos\beta/\mu] [1-(y/2\delta)]$; (b) $v_b = \rho g \delta^2 \cos\beta/3\mu$ (c) $F = \rho g \delta LW \cos\beta$

(14) Um dispositivo muito usado, em escoamento por gravidade, para se ter uma vazão mais ou menos constante, quando esta não é muito elevada, é o frasco de Mariotti, cujo esquema esta mostrado a seguir. O frasco é fechado e contém um líquido de densidade constante, até a altura inicial h_0 . Pelo tubo 1, entra ar atmosférico. O ar borbulha no líquido, na base desse tubo e, portanto, o tubo 1 é todo preenchido de ar. Pelo tubo 2, o líquido escoar por meio do sifão formado. A diferença de cotas entre a entrada do tubo 2 e a sua saída (que é atmosférica) é mantida fixa e igual a H . A diferença de cotas entre a entrada do tubo 2 e o ponto mais alto do sifão também é mantida fixa. Por simplificação do problema, como a vazão não é elevada, todo o atrito no sistema pode ser desprezado.

Demonstrar que a vazão de escoamento pelo sifão é constante, mesmo que a altura da superfície livre de líquido abaixe com o tempo. Qual a situação limite para a vazão permanecer constante?



(15) Carregam-se, numa unidade de destilação descontínua, 150 moles de uma mistura líquida que contém 60% em moles de benzeno e 40% de tolueno. A equação que relaciona as frações molares de benzeno no vapor removido do sistema (y_A) e no líquido remanescente no recipiente (x_A) é dada por $y_A = \alpha x_A / [1 + (\alpha - 1) x_A]$, onde α é a volatilidade relativa entre benzeno e tolueno, admitida constante e igual a 2,57.

Qual a composição do destilado coletado, se a destilação é conduzida até que sobrem 30 moles de líquido no recipiente de carga? (Problema 3-2 do livro-texto).

Resposta: $x_D = 0,69$.

(16) Num escoamento desenvolvido, em regime turbulento, no interior de um tubo circular liso, o número de Reynolds é igual a 110000 e o perfil de velocidades numa secção transversal é dado por $v = v_{\max} [(r_i - r)/r_i]^{1/7}$, onde r_i é o raio interno do tubo, r é a distância do centro do tubo ao ponto considerado e $v_{\max}$ é a velocidade máxima desse perfil.

Obter a relação $v_b/v_{\max}$, sendo v_b a velocidade média de escoamento. Sugestão: Substituir $(r_i - r)$ pela variável y , para simplificar a integração. (Problema 3-3 do livro-texto).

Resposta: $v_b/v_{\max} = 0,817$.

(17) Vapor d'água entra num tubo reto, longo, em aço carbono de 3 polegadas de diâmetro nominal e N° de Schedule 40, com uma pressão absoluta de 14 kgf/cm², temperatura de 315,5°C e velocidade média de escoamento igual a 3,0 m/s. Num dado ponto distante da entrada, a pressão absoluta passa para 10 kgf/cm² e a temperatura é igual a 315,0°C.

Qual a velocidade média de escoamento nesse ponto? Calcular também o número de Reynolds nesse ponto e na entrada do tubo. Admitir regime permanente. (Problema 3-5 do livro-texto)

Resposta: $v_{b2} = 4,13 \text{ m/s}$; $Re_2 = 56600$; $Re_1 = 56500$.

(18) O perfil de velocidade no escoamento de água, entre duas placas planas paralelas (ver figura 10-1 do livro-texto, apresentada na apostila da disciplina) é dado pela relação $v = v_{\max} [1 - (y/y_0)^2]$. Não há escoamento nem variação de propriedades na direção z .

Usando-se a equação do perfil de velocidades, deduzir a relação $v_b/v_{\max}$ para esse sistema, onde v_b é a velocidade média de escoamento. (Problema 3-7 do livro-texto).

Resposta: $v_b = 0,667 v_{\max}$.

(19) Uma bomba à vácuo opera de modo que a vazão volumétrica de sucção do gás, baseada nas condições de entrada, seja constante.

Para uma vazão de 0,01 m³/min, quanto tempo levará para esvaziar um tanque de 0,1m³ que contém ar, abaixando a sua pressão absoluta de 1 atm até 0,01 atm? O processo é suficientemente lento de modo que se pode considerar a temperatura do gás no tanque como constante. (Problema 3-8 do livro-texto).

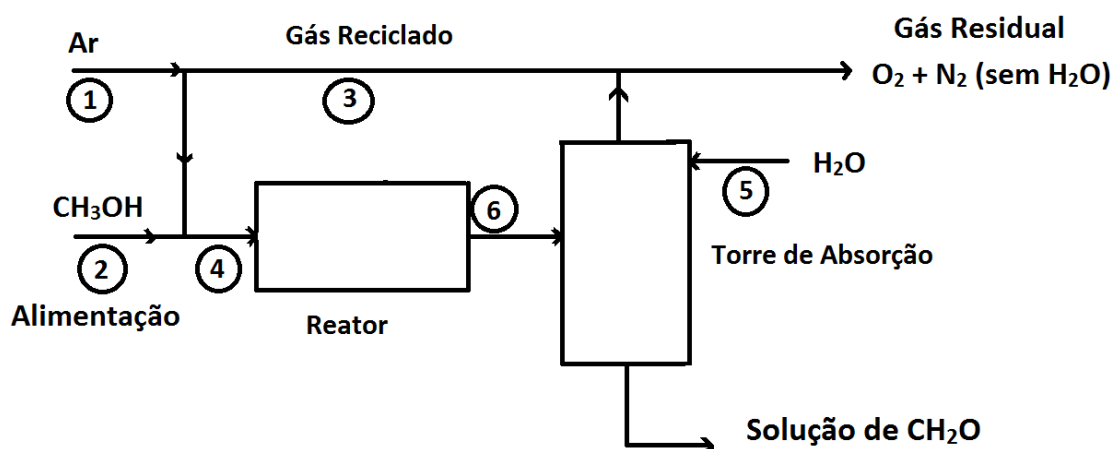
Resposta: $\theta = 46 \text{ min}$.

(20) Formaldeído é produzido a partir da oxidação parcial de metanol, segundo a reação química $\text{CH}_3\text{OH} + \frac{1}{2}\text{O}_2 \rightarrow \text{CH}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$. A mistura de gás alimentado no reator (corrente 4 no esquema mostrado a seguir) contém 8% em moles de metanol e 10% de oxigênio. O metanol alimentado é completamente convertido a formaldeído no reator, o qual contém um leito de partículas do catalisador Fe_2O_3 MoO_3 .

Calcular as composições e as vazões molares das correntes 1, 2, 3, 4 e 5, necessárias à fabricação de 30 kg/s de uma solução de formaldeído, de concentração igual a 37 % em massa. (Problema 3-10 do livro-texto).

Resposta:

Corrente	Vazão (kmol/s)	Fração molar
1	1,22	$O_2 = 0,21$; $N_2 = 0,79$
2	0,37	$CH_3OH = 1,0$
3	3,04	$O_2 = 0,068$; $N_2 = 0,932$
4	4,62	$O_2 = 0,1$; $CH_3OH = 0,08$; $N_2 = 0,82$
5	0,68	$H_2O = 1,0$



(21) Vapor d'água expande através de um bocal convergente adiabático, entrando com a velocidade média de 60 m/s, pressão absoluta de 25 kgf/cm² e temperatura de 315°C.

Calcular a velocidade média de escoamento do vapor d'água no local onde o bocal afunila, sabendo-se que, neste ponto, a pressão absoluta do vapor é de 15 kgf/cm² e a temperatura é de 240°C. Pode-se admitir que o perfil de velocidades é achatado em todas as secções ao longo do bocal. (Problema 4-4 do livro-texto).

Resposta: $v_{b2} = 538$ m/s.

(22) Um gás escoar no interior de uma tubulação horizontal de 3" Schedule N° 40, com uma vazão constante de 0,3 kg/s. O gás encontra-se à temperatura de 20,0°C e pressão absoluta de 1,15 atm e tem peso molecular igual a 29. A tubulação é envolta por uma serpentina de aquecimento elétrico, com potência de 80 kW, a qual por sua vez é coberta com uma espessa camada de isolante térmico. No ponto de descarga, a pressão absoluta do gás é de 1,05 atm.

Determinar a temperatura do gás nesse ponto. Considerar que o gás tem comportamento ideal e que seu calor específico é de 0,24 kcal/(kg.°C). (Problema 4-5 do livro-texto).

Resposta: $T = 283^\circ\text{C}$.

(23) Água sai da base de um tanque grande onde a pressão relativa é de 7 kgf/cm², e escoar através de um tubo conectado à sua base. Em seguida, passa por uma turbina que produz 5,82 CV. A tubulação de saída da turbina está a 18 m abaixo da base do tanque. Nessa tubulação, a pressão relativa é de 3,5 kgf/cm², a velocidade média de escoamento de 20 m/s e vazão igual a 45 kg/s.

Sabendo-se que a perda de energia por atrito no sistema, excetuando-se a na turbina, é igual a 13 kgf.m/kg, calcular o rendimento da turbina. (Problema 4-11 do livro-texto).

Resposta: $\eta_t = 50 \%$.

(24) Um tanque cilíndrico isolado termicamente, com diâmetro interno de 60 cm, está cheio de água a 25°C, até uma altura de 60 cm. Adiciona-se ao tanque água a 80°C, à vazão de 45 kg/min, até que a altura de líquido seja de 1,8 m. O conteúdo no tanque está, em qualquer instante, bem homogeneizado.

(a) Quanto tempo se levará para que o tanque atinja a altura final e qual a temperatura da água no tanque nesse instante?

(b) Para acelerar o aquecimento da água, uma serpentina é colocada no interior do tanque, por onde circula vapor d'água saturado. A taxa de calor fornecida pode ser calculada de acordo com a expressão:

$$Q = UA(T_{\text{VAPOR}} - T)$$

Onde Q é a carga térmica suprida ao tanque (kcal/h), U é o coeficiente global de troca térmica igual a 245 kcal/(h.m².°C), A é a área de troca térmica igual a 2,8 m², T_{VAPOR} é a temperatura do vapor d'água de aquecimento igual a 110°C e T é a temperatura da água no tanque, variável ao longo do processo.

Qual será a nova temperatura final, quando a altura de água é de 1,8 m? (Problema 4-16 do livro-texto).

Resposta: (a) $\theta = 7,54 \text{ min}$, $T_1 = 61,7^\circ\text{C}$; (b) $T_2 = 70,7^\circ\text{C}$.

Lista de Exercícios N° 2

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Um medidor de vazão de placa de orifício, com tomadas de pressão do tipo flange, é instalado numa tubulação em aço carbono de 4" Schedule N° 40, para medir a vazão de uma fração de petróleo a 40°C (densidade relativa = 0,88; viscosidade = 5,45 cP). Um trecho adequado de tubo reto horizontal antecede o medidor. A vazão máxima esperada é de 12000 barris/dia (1 barril = 42 USgal; 1 USgal = 3,785 litros). A queda de pressão pelo medidor de orifício é lida através de um manômetro em U. Usa-se mercúrio (densidade relativa = 13,6) como fluido manométrico e glicol (densidade relativa = 1,11) como fluido de selo. A máxima leitura desse manômetro é de 75 cm.

Determinar o diâmetro do orifício e a perda de potência no medidor.

Resposta: $D_o = 5,5\text{cm}$; perda de potência = 2 CV.

Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(2) A escala de um rotâmetro tem 25 divisões. O flutuador é de um material de construção desconhecido e o seu volume também é desconhecido. Num teste de calibração, faz-se passar ar. A vazão medida pelo método direto foi de 85 L em 122 s. Foram obtidos os seguintes dados no teste: temperatura do ar = 33 °C; pressão estática relativa = 5,21 cm de água; pressão barométrica absoluta = 74,90 cmHg; leitura no rotâmetro = 13; peso do flutuador no ar = 4,62 gf; peso do flutuador na água = 2,96 gf; diâmetro do flutuador = 1,27 cm; diâmetro do topo do rotâmetro = 1,6464 cm; diâmetro do fundo do rotâmetro = 1,3025 cm.

Determinar o coeficiente do rotâmetro. (Problema 6-8 do livro-texto).

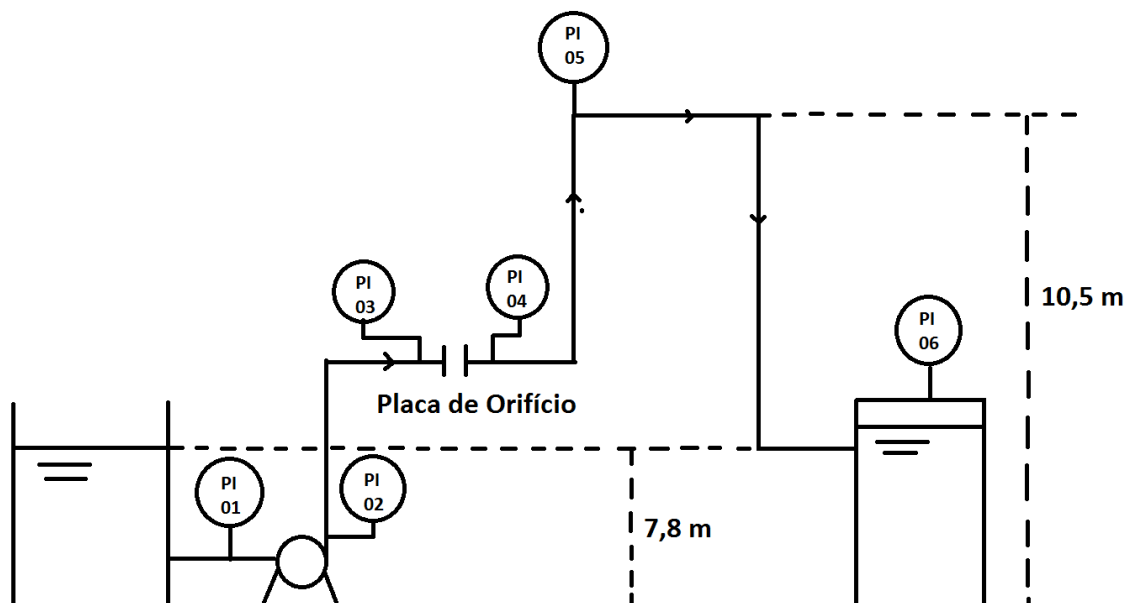
Resposta: $C_r = 0,61$.

(3) Água a 40°C é bombeada, em regime permanente, através do esquema mostrado a seguir. A densidade da água a 40°C pode ser adotada igual a 1000 kg/m³. O tanque de alimentação é aberto à atmosfera e o nível da superfície livre é mantido constante. O nível de água nesse tanque e a saída da tubulação no tanque de recebimento estão na mesma cota (7,8 m) em relação ao solo. A relação entre o aumento de pressão pela bomba (ΔP) e a vazão de líquido (Φ) é dada por $\Delta P = 6 \times 10^5 - 3,96 \times 10^6 \Phi$, onde ΔP é expresso em Pa e Φ em m³/s. A cota da bomba em relação ao solo é praticamente nula. Toda a tubulação é em aço carbono, de 2" Schedule N° 40. Ao longo da tubulação, estão colocados vários medidores de pressão (PI - "pressure indicator"). No sistema, está instalado um medidor de vazão com placa de orifício, com tomadas de pressão do tipo canto. Os instrumentos PI-03 e PI-04 estão instalados imediatamente antes e depois da placa de orifício respectivamente. O diâmetro do furo da placa é de 0,021 m. A perda de energia por atrito, excluída a parte perdida no medidor de vazão, no trecho da tubulação entre a saída da bomba e o ponto onde está localizado o manômetro PI-05, é de 40 J/kg. A cota desse ponto é de 10,5 m em relação ao solo. As leituras dadas pelos manômetros, em pressão relativa, estão mostradas na tabela a seguir.

Medidor de pressão	Leitura (kPa)	Observação
PI-01	71,5	Instrumento aferido e confiável
PI-02	-	Instrumento avariado
PI-03	582,0	Instrumento aferido e confiável
PI-04	244,7	Instrumento aferido e confiável
PI-05	108,0	Instrumento duvidoso
PI-06	120,0	Instrumento aferido e confiável

Não são dadas a cota onde está instalado o medidor de vazão nem a perda de energia por atrito no trecho de tubulação entre PI-05 e a entrada no tanque de recebimento.

(a) Determinar a leitura correta do PI-02. (b) Calcular a perda de potência por atrito pelo medidor de vazão. (c) Verificar se o manômetro duvidoso (PI-05) fornece leitura coerente com certeza, seguramente incoerente ou "depende" (não conclusivo, isto é, a leitura pode ser coerente ou incoerente). Se o valor é julgado incoerente, dizer se o valor correto deveria ser maior ou menor em relação à leitura original. Se o valor é julgado não conclusivo, dizer de quê depende para o valor poder ser coerente. Justificar as respostas por meio de equacionamento.



Resposta: (a) $P = 650 \text{ kPa}$ (relativa); (b) perda de potência = 1537 W; (c) leitura errada.

(4) Numa experiência de laboratório para calibração de um medidor de vazão do tipo placa de orifício, usando-se água a 20°C (densidade = 1000 kg/m^3), o coeficiente do medidor encontrado foi de 0,715. Mas, presumivelmente, esse valor deveria ser de 0,63. A discrepância foi explicada porque havia um bolsão de ar numa das linhas do manômetro em U, acoplado ao medidor de vazão.

Supondo que o valor correto do coeficiente do medidor seja de fato 0,63, qual a coluna vertical de ar para causar o erro observado e em qual dos ramos do manômetro (de pressão alta ou pressão baixa), esse bolsão de ar está localizado? São dados: velocidade real de escoamento no orifício = 2 m/s; diâmetro interno do orifício = 1,4 cm; diâmetro interno da tubulação = 2 cm; desnível observado no manômetro em U = 41 cm; massa específica do fluido manométrico = 1,75 g/cm³.

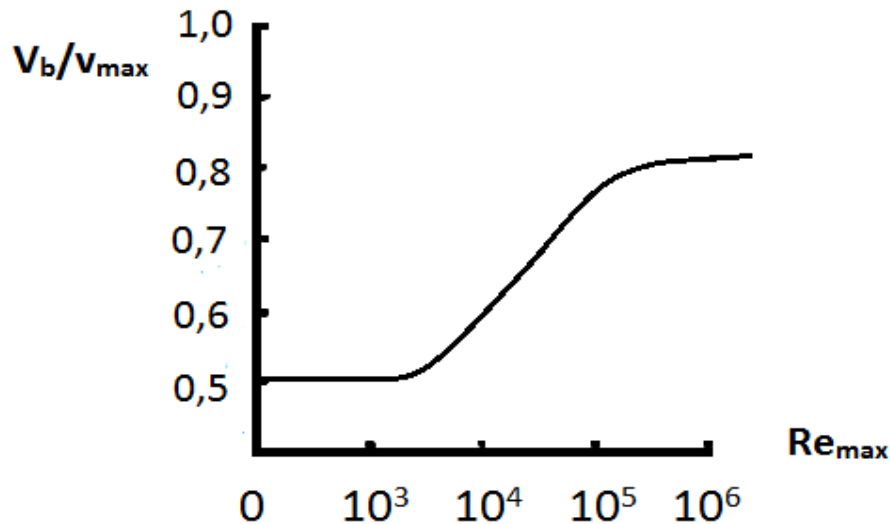
Resposta: $h = 8,8$ cm.

(5) Deseja-se instalar um medidor de orifício com tomadas de pressão do tipo canto, numa tubulação em aço carbono de 3" Sch 40, para medir a vazão do escoamento de um líquido (densidade = 800 kg/m³, viscosidade = 2cP), bombeado por uma bomba de potência no eixo igual a 5kW e rendimento de 60 %. A diferença das pressões antes e depois do medidor será lida através de um manômetro em U, usando-se mercúrio como fluido manométrico (densidade = 13600 kg/m³). A máxima altura de desnível que pode ser lido nesse manômetro é de 60 cm. Sabe-se que a vazão de escoamento pode variar entre 20 m³/h até 100 m³/h. Uma engenheira responsável pelo projeto dimensionou o diâmetro do orifício igual a 6,23 cm.

Verificar se o valor calculado atende a todas as condições de processo especificadas. Justificar o seu laudo por meio de cálculos e comentários.

(6) Ar usado num secador é pré-aquecido a 90°C e escoar através de um duto de diâmetro interno igual a 90 cm. Um tubo de Pitot é instalado a uma distância conveniente, isenta de perturbações, para assegurar um perfil de velocidades desenvolvido. Ele é posicionado no centro do duto. A leitura do tubo de Pitot fornece um desnível de 1,37 cm de água. A pressão estática relativa no ponto de medição é de 39 cm de água. O coeficiente do medidor é igual a 0,98. Pode-se adotar a viscosidade do ar igual a 0,022 cP. É dado o gráfico anexo entre $v_b/v_{\max}$ e $Re_{\max} = \rho v_{\max} D/\mu$, onde v_b é a velocidade média de escoamento, $v_{\max}$ é a velocidade máxima, D é o diâmetro interno do duto, ρ e μ são respectivamente a densidade e a viscosidade do ar. Deseja-se acoplar ao tubo de Pitot uma escala graduada para facilidade da leitura da vazão volumétrica de processo. O valor da vazão ensaiada, por se tratar de uma condição nominal da planta, deve constar mais ou menos no meio da escala. Para torná-la mais genérica, a escala deve corresponder às condições padronizadas do ar ambiente, a saber, 60°F e 1 atm.

Determinar a vazão de escoamento nessas condições e sugerir a faixa de escala do medidor. Justificar sucintamente as etapas da solução.



Resposta: $\Phi = 6,63 \text{ m}^3/\text{s}$; Escala de 0 a $14 \text{ m}^3/\text{s}$.

(7) Ar a 60°F (densidade = $0,0864 \text{ lb}/\text{ft}^3$, viscosidade = $1,17 \times 10^{-5} \text{ lb}/(\text{ft} \cdot \text{s})$) é soprado por um ventilador e escoa à vazão de $300 \text{ ft}^3/\text{min}$, através de um duto de diâmetro interno igual a 12 in, até a entrada de um secador do tipo nebulizador ("spray drier"). A vazão de escoamento é medida por meio de uma placa de orifício, acoplada a um manômetro em U, usando-se água (densidade = $62,4 \text{ lb}/\text{ft}^3$) como fluido manométrico. A pressão estática na saída do ventilador é de 2psig. Para vencer a perda de carga pelo secador e periféricos subsequentes, a pressão do ar, na entrada do secador, deve ser de no mínimo 1,8 psig. A linha entre o ventilador e a entrada do secador é relativamente curta, de modo que toda a perda de energia por atrito pode ser atribuída ao medidor de orifício.

Determinar a máxima diferença de pressão no manômetro em U, compatível às condições descritas.

Resposta: $-\Delta P = 0,22 \text{ psi}$.

(8) Um medidor de orifício, com diâmetro de furo igual a 1 cm e tomadas de pressão do tipo flange, é instalado num tubo em aço carbono de 2" Sch 40, para medir a vazão de ar que será usado num desumidificador. As condições do ar antes do medidor são: temperatura = 21°C , pressão relativa = $1,034 \times 10^5 \text{ Pa}$, viscosidade = 0,02 cP. A leitura dada pelo manômetro em U, acoplado ao medidor de orifício, é de 35 cm, sendo a massa específica do fluido manométrico igual a $790 \text{ kg}/\text{m}^3$.

Determinar: (a) a vazão mássica de escoamento; (b) a perda de pressão permanente pelo medidor; (c) a perda de potência pelo medidor.

Resposta: (a) $w = 0,0055 \text{ kg}/\text{s}$; (b) $\Delta P = 2574 \text{ Pa}$; (c) perda de potência = $5,84 \text{ W}$.

(9) Um hidrocarboneto líquido (densidade = $50 \text{ lb}/\text{ft}^3$, viscosidade = $0,003 \text{ lb}/(\text{ft} \cdot \text{s})$) escoa num tubo em aço carbono de 4" Sch 40, no qual está instalada uma placa de orifício, com diâmetro de furo igual a 1,5 in. As tomadas de pressão, do tipo canto, são ligadas a um manômetro em U, que contém mercúrio (densidade relativa = 13,6) como fluido manométrico. Acidentalmente, um pouco de água entrou nesse manômetro. Então, além de um desnível de 12 in de mercúrio, há uma coluna de 3 in de água no topo do mercúrio, no ramo de pressão alta do manômetro.

Qual a vazão mássica de escoamento? Se o operador responsável pelas leituras não tivesse notado a presença de água no manômetro, qual a vazão que ele teria obtido nos seus cálculos?

Resposta: $w = 5,484 \text{ kg/s}$; $w' = 5,498 \text{ kg/s}$.

(10) Um rotâmetro é usado para medir a vazão de escoamento de água a 20°C numa tubulação. A escala do rotâmetro tem 25 divisões. Os diâmetros no topo e no fundo do corpo do rotâmetro são respectivamente de 1,65 cm e 1,30 cm. O flutuador é do tipo "a" (ver figura 6-8 do livro-texto, na apostila da disciplina), com massa específica de $8,8 \text{ g/cm}^3$. O volume do flutuador é de 10 cm^3 e o diâmetro na sua seção maior é de 1 cm.

Determinar a vazão mássica de escoamento quando a leitura no rotâmetro indica 13 na escala graduada.

Resposta: $w = 406 \text{ g/s}$

(11) Um medidor de orifício, com diâmetro de furo igual a 5,66 cm, é usado para medir a vazão de escoamento de um óleo (densidade relativa = 0,878, viscosidade = 4,1 cP). O diâmetro interno da tubulação é de 15,41 cm. A diferença de pressões lida entre os pontos imediatamente antes e depois do medidor é de 93,2 kPa. As tomadas de pressão são do tipo flange.

Calcular a vazão volumétrica de escoamento.

Resposta: $\Phi = 0,0226 \text{ m}^3/\text{s}$.

(12) Um tubo de Pitot é colocado a uma distância suficientemente longa, livre das perturbações do escoamento, no centro de um duto, em aço carbono de 2" Sch 40, por onde escoam um óleo (densidade relativa = 0,8, viscosidade = 1,5 cP). A leitura dada pelo tubo de Pitot é de 0,4 cm, sendo usada água (densidade = 1 g/cm^3) como fluido manométrico. Ao mesmo tempo em que é feita essa medição, foi obtida a vazão de escoamento pelo método direto, coletando-se 26 kg de óleo em 4 minutos.

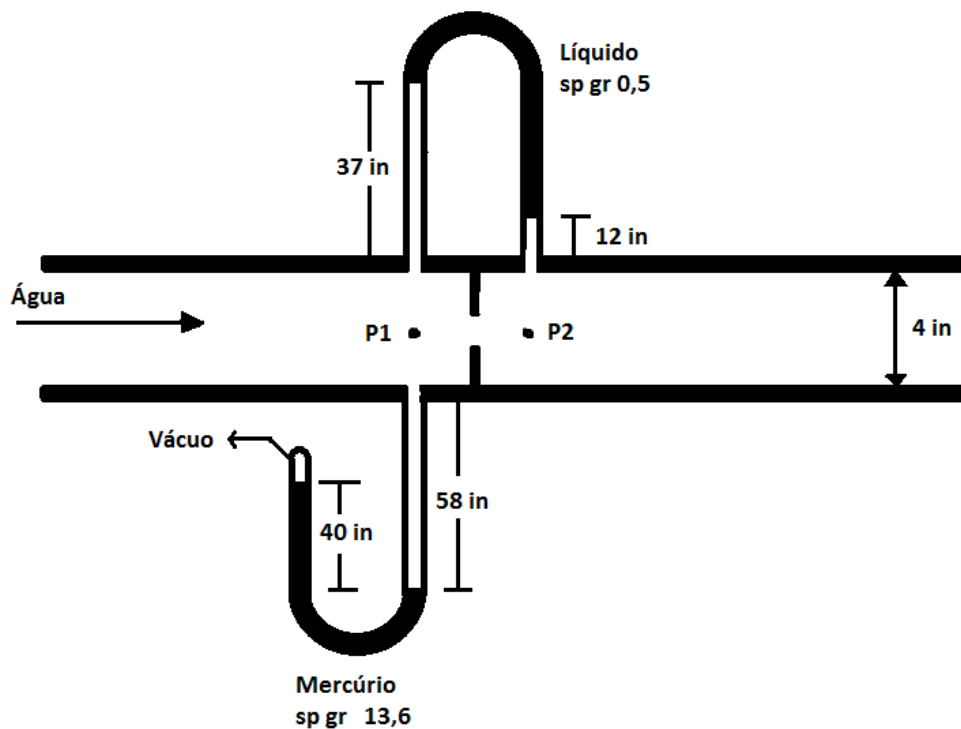
Determinar o valor do coeficiente do tubo de Pitot.

Resposta: $C = 0,89$.

(13) Um manômetro de tubos em U, contendo mercúrio e com um de seus ramos fechado, está ligado à face inferior de uma tubulação que transporta água, conforme mostrado na figura a seguir. No ponto situado imediatamente acima, encontra-se ligada a tomada de pressão a jusante de um manômetro invertido (ver esquema). A densidade relativa do fluido manométrico deste manômetro é igual a 0,5.

Determinar as pressões P_1 e P_2 (em psia), indicadas no esquema. (Problema 6-1 do livro-texto).

Resposta: $P_1 = 17,56 \text{ psia}$; $P_2 = 17,10 \text{ psia}$.



(14) Durante uma experiência de laboratório, faz-se passar ar, através de um orifício. A pressão absoluta na entrada é de 749,5 mmHg e a temperatura, de 29°C. O volume de ar coletado em 131 s é de 128 L. O diâmetro do orifício é de 0,64 cm e é pequeno, comparado com o do tubo. A queda de pressão através do orifício é de 14,2 cm de água.

Calcular o coeficiente do orifício. (Problema 6-4 do livro-texto).

Resposta: $C_o = 0,618$

(15) Um rotâmetro está equipado com um flutuador do tipo "c" (ver figura 6-8 do livro-texto, apresentada na apostila da disciplina), com densidade de 1,5 g/cm³. Para a leitura 100 no rotâmetro, a vazão correspondente é de 100 cm³/min, quando passa água a 20°C.

Calcular a nova vazão, para a mesma leitura 100, se o fluido é: (a) acetona a 10°C; (b) uma solução aquosa de K₂CO₃ de 20 % em massa, a 60°C; (c) H₂SO₄ a 40 % em massa, a 10°C. (Problema 6-14 do livro-texto).

Resposta: $\Phi = 133,5 \text{ cm}^3/\text{min}$; $\Phi' = 75,1 \text{ cm}^3/\text{min}$; $\Phi'' = 53,7 \text{ cm}^3/\text{min}$.

(16) A tabela a seguir apresenta os dados obtidos para um tubo de Pitot, ao longo de uma seção transversal de uma tubulação de 3" Sch 40, pela qual escoava água a 15°C.

Distância à parede (cm)	Leitura no manômetro (cm de CCl ₄ a 15°C)
0,71	5,59
1,35	6,10
1,98	6,60
2,62	7,11
3,25	7,62
3,89	7,87
4,52	7,24
5,16	6,86
5,79	6,10
6,43	5,08
7,06	4,19

Ao mesmo tempo em que eram feitas essas leituras, foram realizadas diversas medidas de vazão, coletando-se a quantidade de água num tanque durante o intervalo de tempo correspondente e o resultado obtido foi de 635 kg em 194,4 s.

Calcular o coeficiente do tubo de Pitot. (Problema 6-2 do livro-texto).

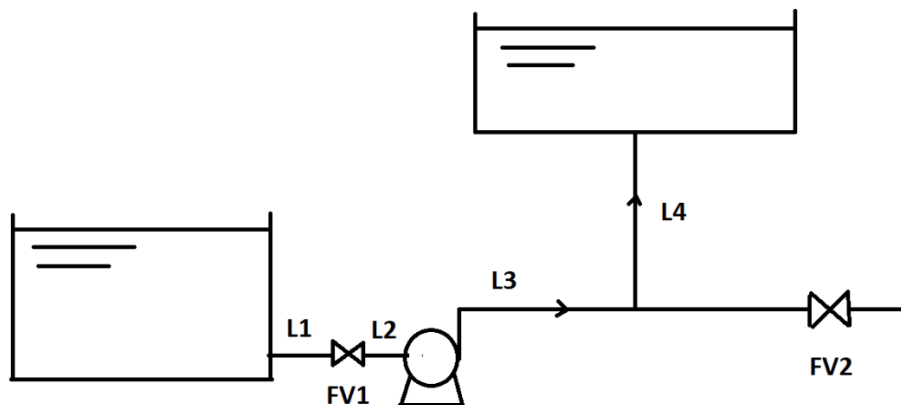
Resposta: $C = 0,99$.

Lista de Exercícios N°3

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Água a 15°C é bombeada, à vazão de 380L/min, conforme o esquema mostrado a seguir. Os dois tanques estão abertos a atmosfera. Os níveis de líquido nos dois tanques são mantidos constantes. A diferença de cotas entre as superfícies livres é de 5,2m. Toda a tubulação é em aço carbono. O trecho de tubo antes da bomba é de 3" Schedule N° 40 e o trecho após a bomba é de 2" Schedule N° 40. Os comprimentos dos trechos retos são: L1= 6,10m, L2 = 9,14m, L3 = 30,48 m e L4 = 4,57m. A válvula FV1 é do tipo gaveta e está totalmente aberta; FV2 é uma válvula globo e está fechada. O tê é do tipo padrão. A ligação entre a base do tanque de alimentação e o tubo é uma "entrada de Borda" O rendimento da bomba é de 70 %.

Calcular a potência da bomba. (Exemplo 14-1 do livro-texto).



Resposta: Potência = - 1,48 HP

(2) Água a 43°C é descarregada da base de um tanque aberto a atmosfera cujo nível é mantido constante. Em seguida, a água escoar através de um tubo em aço carbono, de 2" Sch 40. A saída do tubo é atmosférica e está a 12,2 m abaixo do nível de líquido no tanque. O comprimento total da tubulação, incluindo-se o do trecho reto e os comprimentos equivalentes das singularidades, é de 45,11 m.

Determinar a vazão de escoamento. (Exemplo 14-2 do livro-texto).

Resposta: $\phi = 7,9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

(3) Água a 20°C é retirada a partir de um ramo de uma linha principal. A pressão relativa no ponto de ramificação é de 2,5 atm. A tubulação é em aço carbono, de Schedule N° 40, tem comprimento total de 53 m e descarrega à atmosfera. A saída está a 6,7 m acima do ponto de bifurcação.

Qual o mínimo diâmetro nominal desse ramo para que se tenha uma vazão de escoamento de 1050 L/min? Comentar sobre o resultado. (Problema 14-2 do livro-texto).

Resposta: $D = 3''$ Schedule N° 40.

(4) Água a 20°C esco da base de um tanque grande, através de um tubo em aço carbono de 2" Sch 40 e comprimento total de 15,20 m, até um ponto situado a 4,5m abaixo da superfície livre de água no tanque. Nesse ponto, as correntes se bifurcam. Parte da água esco através de um tubo, também em aço carbono, de 1½" Sch 40 e comprimento total de 9 m; o ponto de descarga desse ramo está a 9 m abaixo do nível de água no tanque de alimentação. O restante do fluxo de água esco através de um tubo em aço carbono, de 1" Sch 40 e comprimento total de 12 m, com ponto de descarga a 6 m abaixo do nível no tanque. As duas descargas são abertas à atmosfera.

Calcular as velocidades médias de escoamento nas três linhas. (Exemplo 14-3 do livro-texto).

Resposta: $v_{b1} = 3,29 \text{ m/s}$; $v_{b2} = 4,57 \text{ m/s}$; $v_{b3} = 2 \text{ m/s}$

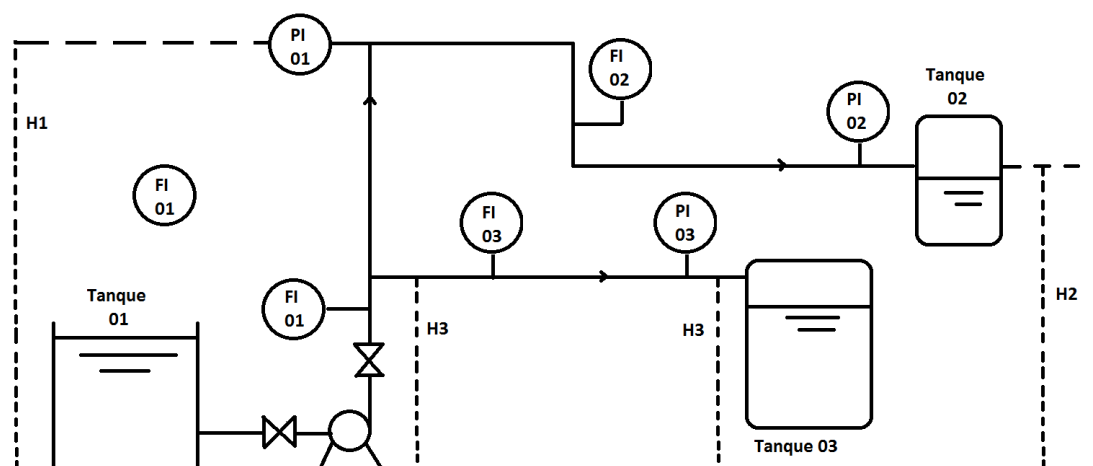
Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(5) Um filtro é constituído de um leito de partículas granulares, sendo 50 % em volume com superfície específica de 8 cm^{-1} e o restante com superfície específica de 12 cm^{-1} . A porosidade média do leito é de 0,43. O diâmetro do leito é de 90 cm e sua altura, de 150 cm. Água a 24°C esco por gravidade através desse filtro. A pressão relativa na entrada do leito é de 25 cm de água e a pressão na saída é atmosférica.

Determinar a vazão de escoamento. (Problema 14-12 do livro-texto).

Resposta: $\phi = 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$

(6) Um líquido é bombeado conforme o fluxograma mostrado a seguir. São instalados diversos medidores de pressão (PI - pressure indicator) e medidores de vazão (FI - flow indicator) ao longo do sistema.



Os níveis dos tanques podem ser considerados constantes.

As cotas estão indicadas no esquema, sendo $H1 > H2 > H3$.

As características das tubulações estão relacionadas na Tabela I

O comprimento equivalente indicado é o "total", incluindo-se o do trecho reto e o das singularidades.

Tabela I - Características das tubulações

Linha	Diâmetro interno	Comprimento equivalente	Rugosidade
Da saída da bomba até a bifurcação	D1	L1	e1
Da bifurcação até o tanque 02	D2	L2	e2
Da bifurcação até o tanque 03	D3	L3	e3

Sabe-se que $D1 > D3 > D2$, $L1 > L2 > L3$, $e1 = e2 = e3$.

Os valores das leituras dos instrumentos estão mostrados nas Tabelas II e III. Conforme mostrado nessas tabelas, alguns instrumentos podem não estar corretamente aferidos e apresentam portanto, indicações duvidosas.

Tabela II - Leituras dos medidores de vazão

Medidor	Leitura (m³/h)	Laudo da aferição
FI-01	100	Leitura correta
FI-02	70	Leitura duvidosa
FI-03	30	Leitura duvidosa

Tabela III - Leituras dos medidores de pressão

Medidor	Leitura (kPa)	Laudo da aferição
PI-01	150	Leitura duvidosa
PI-02	200	Leitura correta
PI-03	200	Leitura correta

Para cada instrumento considerado duvidoso (FI-02, FI-03 e PI-01), dizer se o valor da leitura com certeza está coerente, seguramente é incoerente ou "depende" (não conclusivo, isto é, pode ser coerente ou incoerente). Justificar por meio de equacionamento.

Para os valores julgados incoerentes, dizer se o valor correto deveria ser maior ou menor em relação à leitura original. Justificar por meio de equacionamento e comentários.

Para os valores julgados não conclusivos, dizer de quê depende para o valor poder ser coerente. Justificar por meio do equacionamento e comentários.

(7) Gasolina a 50°C (densidade = 680 kg/m³, viscosidade = 0,22 cP) entra, à vazão de 50 L/s, numa rede de dois tubos paralelos horizontais, que se juntam ao final. Um dos ramos é em aço carbono, tem comprimento equivalente total de 50 m e diâmetro interno igual a 5 cm. O outro

ramo é em ferro fundido, tem comprimento equivalente total de 100 m e diâmetro interno igual a 10 cm.

Determinar a vazão de escoamento em cada um dos ramos.

Resposta: $\phi_1 = 11 \text{ L/s}$, $\phi_2 = 39 \text{ L/s}$

(8) Um derivado de petróleo é bombeado, à vazão de $200 \text{ m}^3/\text{h}$, através de um oleoduto de 180 km de extensão. O diâmetro da tubulação é constante. A diferença de cotas ao longo do trajeto é desprezível. A pressão relativa na saída da bomba é de $5 \times 10^6 \text{ Pa}$. A descarga dá-se num tanque aberto a atmosfera. Num dado dia, constatou-se que a vazão de descarga passou para $150 \text{ m}^3/\text{h}$. Por outro lado, o operador da bomba disse que a pressão relativa na saída da bomba continuava a mesma, mas a vazão nesse ponto passou para $280 \text{ m}^3/\text{h}$. Portanto, há um enorme vazamento de produto em algum ponto do trajeto.

Supondo que o regime de escoamento seja laminar em todos os casos, determinar a posição do vazamento.

Resposta: $L = 68 \text{ km}$.

(9) Através de um tubo liso horizontal, escoar um líquido com $10^4 < Re < 10^5$

(a) Se a vazão de escoamento é triplicada, por que fator será multiplicado a queda de pressão ao longo do tubo? (b) Qual deverá ser o diâmetro interno do novo tubo para manter a queda de pressão original, mas a vazão de escoamento triplicada? Justificar sucintamente as passagens da solução.

Resposta: (a) $\Delta P_2 = 6,84 \text{ ou } 7,22 \Delta P_1$; (b) $D_2 = 1,49 \text{ ou } 1,51 D_1$.

(10) Água a 60°F é bombeada à vazão de 240 gpm (galões por minuto) num duto formado pelo espaço anular de dois tubos concêntricos. O comprimento do duto é de $20,3 \text{ ft}$ e os diâmetros interno e externo do espaço anular são iguais a 3 in e 7 in respectivamente. O duto pode ser considerado como hidraulicamente liso. A entrada do duto está a 5 ft abaixo da saída. Tanto a entrada como a saída estão à pressão atmosférica.

Determinar a potência necessária para esse bombeamento, sabendo-se que o rendimento da bomba usada é de 70% .

Resposta: $\text{Potência} = 0,44 \text{ HP}$.

(11) Água a 20°C escoar longitudinalmente na parte externa de um feixe, formado por 9 tubos, circunscrito por um casco de diâmetro interno igual a 5 in . Os tubos são horizontais, têm comprimento de $1,5 \text{ m}$ cada, diâmetro externo e diâmetro interno iguais a 1 in e $3/4 \text{ in}$ respectivamente e podem ser considerados como hidraulicamente lisos. A variação de pressão ao longo do escoamento é de 7000 Pa .

Determinar a vazão de escoamento.

Resposta: $\phi = 0,0322 \text{ m}^3/\text{s}$

(12) Esferas de quartzo (densidade = $2,65 \text{ g/cm}^3$) são colocadas em água a 20°C . Qual o maior diâmetro das esferas para que a decantação por gravidade ainda ocorra em regime viscoso, que segue a chamada lei de Stokes?

Resposta: $D = 4,81 \times 10^{-5} \text{ m}$

(13) Foi realizada uma experiência para determinar o comprimento equivalente de um cotovelo padrão em aço galvanizado, de diâmetro interno igual a 2 in . A queda de pressão entre

as duas tomadas, distantes de 10 ft de cada ramo do cotovelo colocadas num plano horizontal, foi de 11 psi, quando a vazão de escoamento era de 26 lb/s de água a 20°C.

Qual o comprimento equivalente desse cotovelo?

Resposta: $L_{eq} = 8,3 \text{ ft}$

(14) Uma bomba envia água a 20°C através de uma tubulação horizontal em aço carbono de 2" Sch 40. A vazão de escoamento é de 7 L/s. Tanto a pressão na entrada da bomba como a da saída da tubulação são atmosféricas. Uma segunda bomba, idêntica à primeira, é colocada na linha, em série com a bomba anterior. Pode-se admitir que a variação de pressão na primeira bomba não se altera pela presença da segunda. O regime de escoamento, em todos os casos, é completamente turbulento ou completamente rugoso.

Qual a nova vazão de escoamento nesse sistema de associação de bombas?

Resposta: $\phi = 9,87 \text{ L/s}$

(15) Um líquido viscoso armazenado num tanque aberto a atmosfera é drenado, em regime laminar, através de dois tubos verticais distintos, ligados ao fundo do tanque. Os tubos são idênticos, exceto que um deles é duas vezes mais comprido que o outro. Ambos descarregam à atmosfera. Especula-se que o tubo mais curto deveria oferecer menor resistência ao escoamento e, portanto, propiciar uma vazão de escoamento maior. Mas, por outro lado, o tubo mais longo deveria prover uma carga potencial maior e então permitiria um fluxo mais favorável. Com isso, fica-se com a seguinte dúvida: em qual dos tubos, a vazão é maior, ou ainda, a situação é indiferente.

Admitindo-se desprezível a perda de carga devida aos efeitos de entrada e de eventuais válvulas, e desprezando-se também a variação de energia cinética, determinar uma expressão para a velocidade média de escoamento em cada tubo e concluir, em qual dos casos, a vazão é maior.

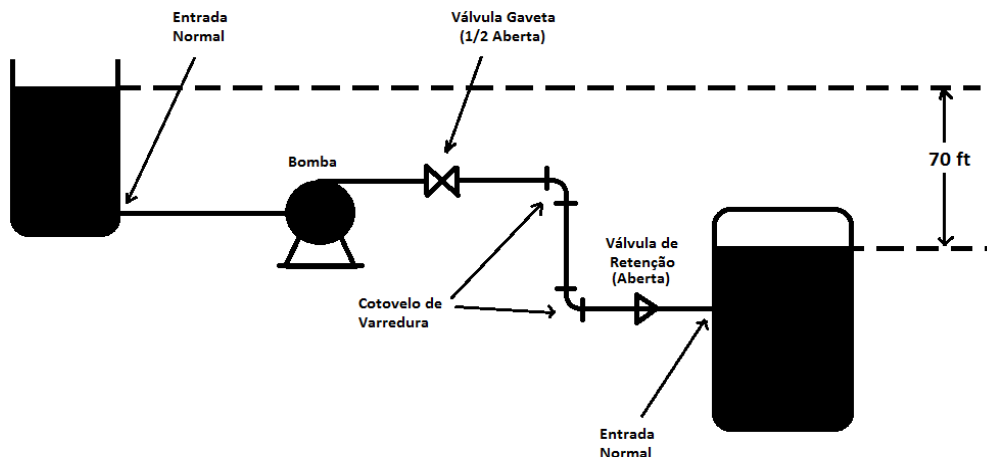
Resposta: v_b maior no tubo mais curto.

(16) Determinar a força de atrito numa antena de rádio de altura igual a 3 ft e diâmetro médio de 0,2 in, submetida a um vento de 96 km/h. As condições do ar ambiente são: pressão absoluta = 1 atm, temperatura = 20°C, viscosidade do ar = 0,02 cP.

Resposta: $F = 2,38 \text{ N}$.

(17) Um destilado de 35°API (API = American Petroleum Institute) é transferido de um tanque de armazenagem, a 1 atm absoluta e 27°C, para um tanque pressurizado, com pressão relativa de 3,5 atm, através do sistema de tubulação mostrado a seguir. O líquido escoar à vazão de 10500 kg/h, num tubo de 3" Sch 40, de 140 m de comprimento. As propriedades desse destilado a 27°C são: viscosidade = 3,4 cP e densidade = 0,83 g/cm³.

Calcular o valor mínimo de potência que deve ser fornecida a uma bomba que trabalha com rendimento de 60 %. (Problema 14-1 do livro-texto).



Resposta: Potência = 1,55 HP

(18) Água a 20°C sai de um reservatório de alimentação e é bombeada através de um tubo circular horizontal de concreto, de comprimento igual a 3218 m e diâmetro interno de 25cm, com rugosidade de 0,30 cm. No fim deste tubo, o escoamento divide-se em dois tubos em aço carbono de 4" Sch 40 e 3" Sch 40 respectivamente. A tubulação de 4" tem comprimento total de 60 m e sobe até um ponto situado a 5 m acima do nível de água no reservatório de alimentação, com descarga atmosférica; a vazão de escoamento nesse trecho é de 4000 L/min. A tubulação de 3" também descarrega à atmosfera, num ponto situado a 210 m da bifurcação e na mesma cota do nível de água no reservatório de alimentação. Pode-se desprezar a altura de líquido no reservatório de alimentação.

Calcular a potência que deve ser fornecida à bomba, se a sua eficiência é de 70% (Problema 14-4 do livro-texto).

Resposta: Potência = 187,9 HP

(19) Avalie a velocidade terminal de uma esfera de vidro ($\rho_{\text{vidro}} = 2250 \text{ kg/m}^3$) de diâmetro 7,5 mm em queda livre nos diferentes meios (adaptado de White – 8th ed.):

- A) Ar (300K)
- B) Água (300K)
- C) Glicerina (300K)

Resposta: $v_{t,ar} \sim 21,6 \text{ m/s}$, $v_{t,\text{água}} = 0,744 \text{ m/s}$, $v_{t,\text{glicerina}} = 0,0773 \text{ m/s}$

(20) Plote a curva de arrasto por velocidade de uma esfera de diâmetro de 1,65 in. imersa em ar, para velocidades entre 50 fps e 400 fps. (pés/segundo). (adaptado de White – 8th ed.):

(Dica: Utilize correlações de coeficiente de arrasto, como por exemplo, a de Morrison (2013))

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{2,6 \left(\frac{Re}{5,0} \right)}{1 + \left(\frac{Re}{5,0} \right)^{1,52}} + \frac{0,411 \left(\frac{Re}{2,63 \times 10^5} \right)^{-7,94}}{1 + \left(\frac{Re}{2,63 \times 10^5} \right)^{-8,00}} + \frac{0,25 \left(\frac{Re}{10^6} \right)}{1 + \left(\frac{Re}{10^6} \right)}$$

(21) Um trocador de calor horizontal, do tipo casco-feixe tubular, é constituído de 70 tubos de diâmetro nominal 1" e BWG 16 (diâmetro interno = 0,0228 m). O comprimento de cada tubo é de 4,20 m. Os tubos estão montados dentro de um casco de diâmetro interno igual a 40 cm. Água entra e sai nas extremidades do lado dos tubos, através de bocais de 3" Sch 40, ligados ao trocador de calor na direção do eixo do trocador de calor. A vazão total da água de 1200 L/min, com temperatura média de 38°C.

Calcular a queda de pressão total no lado dos tubos do trocador de calor. (Problema 14-5 do livro-texto).

Resposta: $-AP = 8950 \text{ Pa}$.

(22) Água escoar em regime permanente, sob ação da gravidade, através de um leito de enchimento contido num cilindro vertical, constituído de partículas esféricas de diâmetro igual a 2,0 cm e porosidade de 0,4. As pressões na entrada e na saída são atmosféricas.

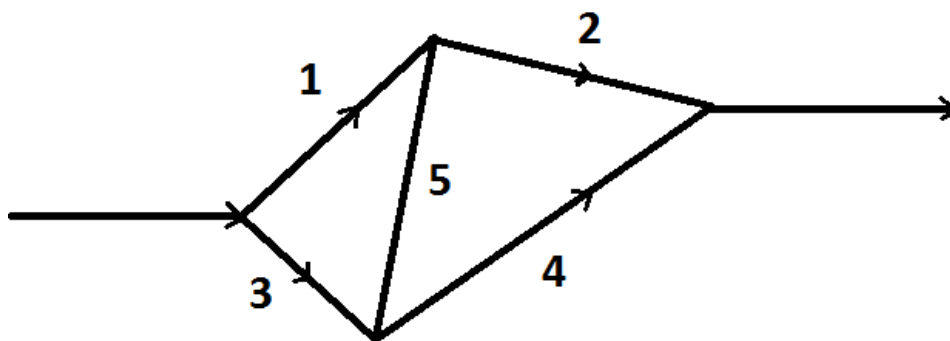
Calcular a velocidade superficial de escoamento. (Problema 14-13 do livro-texto).

Resposta: $v_{bs} = 10,8 \text{ cm/s}$.

(23) A figura a seguir mostra esquematicamente o arranjo de um sistema pneumático constituído de tubos capilares. A tabela que acompanha a figura apresenta os comprimentos e os diâmetros internos das linhas, com exceção do diâmetro da linha 4.

Calcular o diâmetro interno dessa linha que provocaria velocidade nula na linha 5, admitindo-se que o escoamento seja laminar em todas as secções do sistema a desprezando-se a variação de energia cinética e potencial. (Problema 14-22 do livro-texto).

	Comprimento	ID
Linha 1	3 m	$1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$
Linha 2	3,6 m	$2,4 \times 10^{-3} \text{ m}$
Linha 3	2,5 m	$3,0 \times 10^{-3} \text{ m}$
Linha 4	6 m	?
Linha 5	4,5 m	$1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$



Resposta: $D = 0,571 \text{ cm}$.

(24) Gotas de óleo de 20 μm de diâmetro necessitam ser separadas de uma corrente de ar por sedimentação. Nessas condições, a corrente de ar se encontra na pressão ambiente e possui uma temperatura de 311 K. Calcule a velocidade terminal de sedimentação dessas gotas, adotando-se uma densidade de 900 kg/m^3 para o óleo. (adaptado de Geankopolis – 3rd ed.)

Resposta: $v_t = 0,013 \text{ m/s}$

(25) Água a 24 °C escoam com velocidade de 1 m/s ao redor de um cilindro longo, com diâmetro de 9 cm, posicionado dentro de um canal suficientemente grande de forma a não se ter efeitos de borda. O eixo axial do cilindro se encontra perpendicular ao escoamento. Obtenha a força por comprimento do cilindro aplicada pelo escoamento. (adaptado de Geankopolis – 3rd ed.)

Resposta: 62,82 N/m

(26) Determinar a velocidade terminal para uma pessoa de 90 kg descendo com paraquedas de um avião. Admitir que o paraquedas tenha massa de 10 kg, um diâmetro de 9 m quando totalmente aberto e as características de um disco em termos de resistência por atrito. Adotar para densidade do ar o valor de 1,28 kg/m³ e para a viscosidade do ar, 1,734 x 10⁻⁵ kg/(m.s). (Problema 14-24 do livro-texto).

Resposta: $v = 4,68$ m/s

(27) Adotando-se o critério de velocidade recomendada, estimar o diâmetro comercial de uma tubulação em aço carbono por onde escoam vapor d'água saturado, à pressão absoluta de 120,82 kPa a vazão de 121 kg/h.

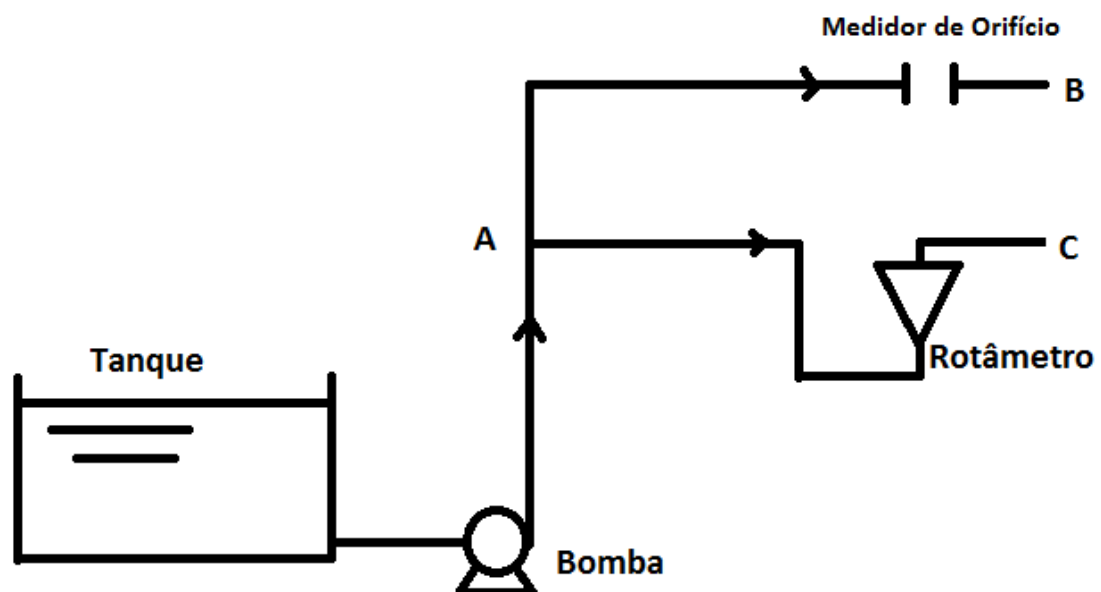
(28) Água (densidade=1000 kg/m³, viscosidade= 0,001 kg/(m.s)) é bombeada conforme o esquema mostrado abaixo. O tanque de alimentação e as duas descargas são abertos a atmosfera. A cota do nível de líquido no tanque é de 3 m em relação ao solo. O ponto A (em que ocorre a bifurcação dos fluxos) está a 5 m do solo. A saída B está a 6 m do solo e a saída C está a 5 m do solo. A bomba está instalada no nível do solo. Por simplificação, pode-se considerar que o valor do fator de atrito de Fanning em todas as linhas é o mesmo.

No trecho AB, está instalado um medidor de vazão do tipo orifício. A vazão de escoamento indicada é de 0,0003 m³/s. Essa linha AB é de 1" Schedule N° 40 (diâmetro interno = 0,02664 m) e apresenta comprimento total de 74 m (já inclusos os dos trechos retos e os comprimentos equivalentes das singularidades e do medidor de orifício).

O trecho AC tem comprimento total de 60 m e é de 1½" Schedule N° 40 (diâmetro interno = 0,04089 m). Nesse ramo, há um rotâmetro que indica uma leitura de 0,0002 m³/s.

Mas, há indícios de que, eventualmente, os medidores podem estar descalibrados. Foi então solicitada uma verificação no Serviço de Instrumentação que enviou o seguinte "e-mail". "Foi feita a aferição dos dois medidores de vazão. O medidor de orifício estava CORRETO e o rotâmetro..." A mensagem foi interrompida pela "queda" de energia elétrica que só deve ser restabelecida à tarde.

Com as informações disponíveis, é possível saber se o rotâmetro estava marcando leitura correta ou não? Em caso afirmativo, dizer se estava aferido ou não, e justificar a resposta por meio de cálculos e/ou equacionamento devido. Não é preciso determinar o valor correto da vazão pelo rotâmetro, se o diagnóstico for de rotâmetro descalibrado. Em caso negativo, isto é, se achar que não é possível saber se o rotâmetro estava calibrado ou não, relacionar todas as informações complementares que devem ser fornecidas para um laudo conclusivo e justificar a resposta por meio de cálculos e/ou equacionamento devido.



Resposta: A leitura do rotâmetro está errada.

Lista de Exercícios N°4

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Estimar a espessura da camada limite para o escoamento sobre uma placa plana horizontal, com velocidade de aproximação constante de 3 m/s, na posição distante de 0,15 m da borda de ataque, admitida com incidência nula, considerando-se os seguintes casos:

Caso	Fluido	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (cP)	Difusividade de quant. de mov. (m ² /s)
a	Água	1000	1	1×10^{-6}
b	Ar	1	0,02	2×10^{-5}
c	Glicerina	1260	1500	$1,19 \times 10^{-3}$

Resposta: (a) $\delta_a = 0,0011$ m; (b) $\delta_b = 0,005$ m; (c) $\delta_c = 0,0386$ m.

(2) Repetir o problema anterior para a posição distante de 4 m da borda do ataque. Comentar sobre os resultados.

Resposta: (a) $\delta'_a = 0,058$ m; (b) $\delta'_b = 0,105$ m; (c) $\delta'_c = 0,199$ m.

Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(3) Ar a 60°F e pressão absoluta de 1 atm (viscosidade cinemática = $0,160 \times 10^{-3}$ ft²/s) escoar sobre uma placa plana horizontal de incidência nula, a uma velocidade de aproximação uniforme igual a 30 ft/s.

(a) Qual a espessura da camada limite no ponto distante de 1 ft da borda de ataque?

(b) Determinar o módulo e a direção da velocidade no ponto de abscissa de 1 ft e ordenada igual à metade da espessura da camada limite.

(c) Determinar a força de atrito na placa de comprimento igual a 1 ft (medido na direção de escoamento, a partir da borda de ataque) e largura também de 1 ft.

Resposta: (a) $\delta = 0,354$ cm; (b) $v = 22,5$ ft/s, ângulo com a horizontal = $0,08^\circ$; (c) $F = 0,0033$ lbf.

(4) Água escoar a 20°C num tubo de diâmetro interno de 0,05 m. O comportamento da camada limite formada na entrada do tubo pode ser considerado como igual ao daquela sobre uma placa plana.

Estimar a distância necessária, medida na direção de escoamento, a partir da entrada, para que o escoamento seja totalmente desenvolvido, isto é, para a borda da camada limite atinja o eixo do tubo, nos seguintes casos de velocidade de aproximação: (a) 15 m/s; (b) 1,5 m/s; (c) 0,015 m/s.

Resposta: (a) $L = 2,1$ m; (b) $L' = 1,18$ m; (c) $L'' = 0,375$ m.

(5) O perfil de velocidades na camada limite laminar sobre uma placa plana pode ser aproximado por um polinômio do tipo: $v_x/v_o = a_o + a_1 (y/\delta) + a_2 (y/\delta)^2$, onde v_x é a velocidade na direção de escoamento x , v_o é a velocidade de aproximação, suposta constante, y é a direção normal à placa plana e δ é a espessura da camada limite.

Determinar os valores das constantes da expressão polinomial.

Resposta: $a_o = 0$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$.

(6) Um fluido newtoniano incompressível de densidade ρ e viscosidade dinâmica μ está confinado entre duas placas planas verticais, espaçadas de distância L . A placa à esquerda é fixa e a da direita é movida no sentido ascendente, com velocidade constante V .

Considerando que o escoamento do fluido seja em regime permanente, laminar, determinar, a partir dos balanços diferenciais, o perfil de velocidades resultante.

Resposta: $v_y = [1/2\mu] [-\rho g - dP/dy] [Lx - x^2] + Vx/L$.

(7) Água a 20°C escoa sobre uma placa plana horizontal, com velocidade de aproximação uniforme de 3ft/s.

Determinar a velocidade no ponto distante de $[x_{cr}/2]$ a partir da borda de ataque, medido na direção de escoamento e de $[\delta/4]$, medido na direção normal à placa, sendo x_{cr} e δ medidos em ft.

Resposta: $v = 1,29 \text{ ft/s}$.

(8) Ar a 50°C e 20 psig (viscosidade = 0,02 cP) escoa sobre uma placa horizontal de incidência nula, com uma velocidade de aproximação uniforme de 10 m/s.

(a) Determinar, usando a solução exata de Blasius, as componentes de velocidade v_x e v_y no ponto dado por $x = 0,05 \text{ m}$ e $y = \delta/2$, onde x é a direção de escoamento, y é a direção normal à placa e δ é a espessura da camada limite nessa posição. (b) Determinar a força de atrito numa placa de comprimento igual a 10 m (medido na direção de escoamento a partir da borda de ataque) e largura também de 10 m.

Resposta: (a) $v_x = 7,2 \text{ m/s}$, $v_y = 0,017 \text{ m/s}$; (b) $F = 35,1 \text{ N}$.

(9) Água a 20°C escoa sobre uma placa plana horizontal com incidência nula. A velocidade de aproximação é constante e igual a 10 cm/s.

Fazer, a partir da solução de Blasius, os gráficos de v_x e v_y em função de y , na posição $x = 5 \text{ cm}$, medida na direção de escoamento a partir da borda de ataque.

(10) Considere uma corrente de ar escoando com uma velocidade de 30 m/s sob uma placa plana. Para esse caso, estime a distância da borda de entrada em que a transição ocorrerá. (adaptado de White – 8th ed.)

Resposta: $x_{cr} \sim 0,262 \text{ m}$

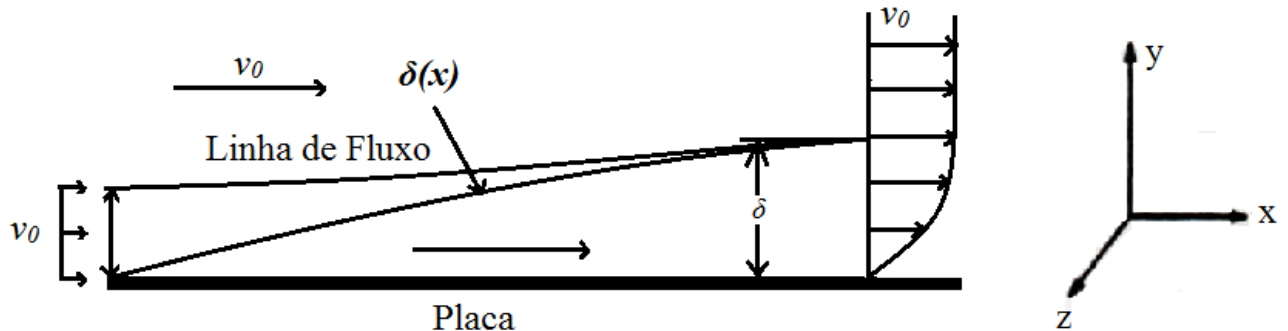
(11) Um fluido incompressível, de densidade ρ , escoa sobre um lado de uma placa plana de largura unitária, conforme mostrado na figura a seguir. O escoamento principal é paralelo à placa. O fluido próximo à placa sofre efeito viscoso. Forma-se então uma camada limite a partir da origem da placa, cuja espessura cresce ao longo do escoamento. Essa camada limite é definida como a região em que a velocidade varia desde o valor nulo para o fluido aderido à placa, até v_o para a região afastada da placa, no escoamento principal. O perfil de velocidades v_x , em função da distância normal à placa y , pode ser aproximado por:

$$\frac{V_x}{V_o} = \frac{3}{2} \left(\frac{Y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{\delta} \right)^3 \quad \text{para } 0 \leq \frac{Y}{\delta} \leq 1$$

$$\frac{V_x}{V_o} = 1 \quad \text{para } \frac{Y}{\delta} \geq 1$$

onde δ é a espessura da camada limite numa dada posição x .

A partir de um balanço global de quantidade de movimento, determinar a força de atrito sobre a placa, em função de v_o , δ e ρ . Considera-se que não há variação de pressão. Pode-se escolher a superfície de controle mostrada na figura a seguir, tal que haja escoamento na direção x apenas na entrada e na saída, isto é, não escoar fluido através da linha (superfície) de corrente; portanto, a vazão mássica de fluido que entra em "a" é igual a que sai em "b" (Problema 5-3 do livro-texto).



Resposta: $F(x) = -0,139 \rho v_o^2 \delta(x)$.

(12) O escoamento de um fluido é dado por $\vec{v} = x^3 y \vec{i} + 2x^2 y z \vec{j}$. O fluido é incompressível? Justificar a resposta.

Resposta: Não

(13) Obter a equação do balanço diferencial de quantidade de movimento na direção z , em coordenadas retangulares, Para o escoamento unidirecional de um fluido newtoniano incompressível, de viscosidade constante.

Resposta: —

(14) A velocidade de um escoamento unidirecional de um fluido incompressível varia em relação à direção de escoamento? Justificar a resposta.

Resposta: Não

(15) Os componentes de velocidade num escoamento de um fluido incompressível são dados por $v_x = x^3 y$; $v_y = 2x^2 y z$. Determinar a equação do componente de velocidade v_z . Justificar a resposta.

Resposta: $\vec{v}_z = [(-x^2 z)(3y + z) + C(x, y)] \vec{k}$

(16) Um fluido newtoniano incompressível é colocado no espaço entre duas placas planas horizontais, de largura infinita, separadas da distância L . Os eixos de coordenadas, assim como a sua origem, são adotados conforme mostrados no esquema a seguir.



A placa superior é puxada com uma força constante e com isso, a placa superior move-se com uma velocidade V_0 constante, no sentido de x positivo. A placa inferior é fixa. O gradiente de pressão ao longo de x é desprezível. A temperatura do fluido é mantida constante. Considere-se o escoamento em regime permanente, laminar e unidirecional.

(a) Simplificar a equação do balanço diferencial de massa. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

(b) Simplificar a equação do balanço diferencial de quantidade de movimento na direção x . Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

(c) Deduzir e obter a expressão para o perfil de velocidades de escoamento $V_x = V_x(y)$. Justificar sucintamente as passagens da dedução.

Observação: A falta das justificativas em todos os itens solicitados comprometerá totalmente a avaliação, ainda que as respostas estejam corretas.

Resposta: (c) $V_x = V_0 y/L$

(17) Considere um escoamento bidimensional em estado estacionário, incompressível e fluido newtoniano, no qual a velocidade é conhecida: $v_x = -2xy$; $v_y = y^2 - x^2$; $v_z = 0$. Decida se este escoamento satisfaz a conservação de massa. (adaptado de White – 8th ed.)

(18) Considere o escoamento bidimensional com componentes de velocidade:

$$v_x = U_0 \cos(kx) e^{-ky}; v_y = U_0 \sin(kx) e^{-ky}.$$

Nas quais U_0 e k são constantes. Decida se este escoamento é incompressível e verifique se o escoamento é irrotacional. (adaptado de Pozrikidis – 3rd ed.)

(19) Considere um escoamento tridimensional com componentes de velocidade:

$$\begin{aligned} v_x &= U_0 \left(\frac{k_x}{k} \right) \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-kz} \\ v_y &= U_0 \left(\frac{k_y}{k} \right) \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-kz} \\ v_z &= -U_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-kz} \end{aligned}$$

Nas quais U_0 , k_x e k_y são constantes, com $k = (k_x^2 + k_y^2)^{0,5}$. Verifique se o escoamento é irrotacional. (adaptado de Pozrikidis – 3rd ed.)

(20) Um tubo capilar longo horizontal de comprimento igual a 0,45 m e diâmetro interno de 0,00076 m é usado como viscosímetro. Nos testes de calibração, foi usada água a 23°C (densidade = 998 kg/m³). Para uma diferença de pressão ao longo desse tubo igual a 60355 Pa, a vazão de escoamento medida é de 1 cm³/s. Determinar o valor da viscosidade obtido a partir dessa determinação experimental, considerando os seguintes casos:

(a) Desprezar o efeito de entrada

(b) Levar em conta o efeito de entrada. Sabe-se que o comprimento de entrada no caso pode ser estimado por $Le/D = 0,0575 Re$, onde Le é o comprimento de entrada, D é o diâmetro

interno do tubo e Re é o número de Reynolds no escoamento desenvolvido (no cálculo deste número de Reynolds, pode-se adotar o valor da viscosidade obtido na literatura). Sabe-se outrossim que, no problema em questão, a variação de pressão por unidade de comprimento de tubo na zona de entrada é duas vezes a do escoamento desenvolvido. A queda de pressão total continua sendo de 60355 Pa.

(c) Comparar os valores de viscosidade obtidos nos dois itens anteriores com o da literatura e comentar a diferença.

Resposta: (a) $\mu = 1,098 \text{ cP}$, (b) $\mu = 0,936 \text{ cP}$

(21) A teoria da camada limite desenvolvida no início do século XX é, segundo alguns autores, um dos últimos grandes avanços teóricos no campo da Mecânica dos Fluidos. A possibilidade de previsão teórica da força de arrasto em corpos submersos com diversas geometrias forneceu uma maior consistência aos projetos envolvendo esse parâmetro. Uma geometria típica neste tipo de problema é a placa plana, cujos procedimentos de cálculo podem ser adaptados a outras geometrias. Determine a força de arrasto em uma placa plana (3,0 m x 1,5 m), de espessura desprezível, quando o ar (fluido newtoniano com $\rho = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ e $\mu = 2,0 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) se desloca a uma velocidade de 5 m s^{-1} , na direção normal à aresta de 3 m. Considere que o escoamento sobre as duas superfícies da placa (ver Figura) ocorre em regime laminar e pode ser descrito por:

$$\frac{v_x}{v_\infty} = 2 \left(\frac{Y}{\delta} \right) - \left(\frac{Y}{\delta} \right)^2$$

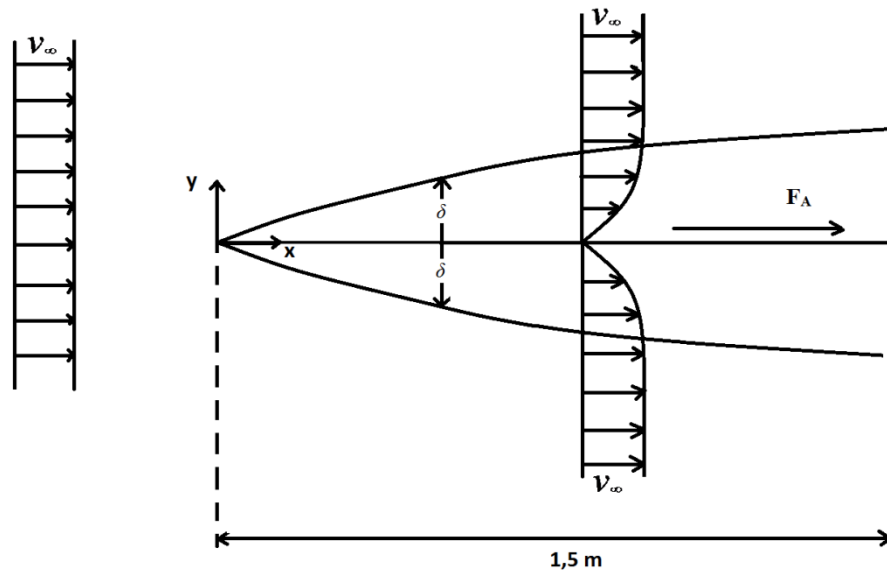
$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,48}{Re_x^{0,5}}$$

$$Re_x = \frac{\rho V_\infty x}{\mu}$$

Onde V_∞ é a velocidade de escoamento na região afastada da placa; δ é a espessura da camada limite; Re_x é o número de Reynolds local; ρ e μ são respectivamente a densidade e a viscosidade do fluido escoando.

Lembre-se de que a tensão cisalhante local na superfície da placa é dada por:

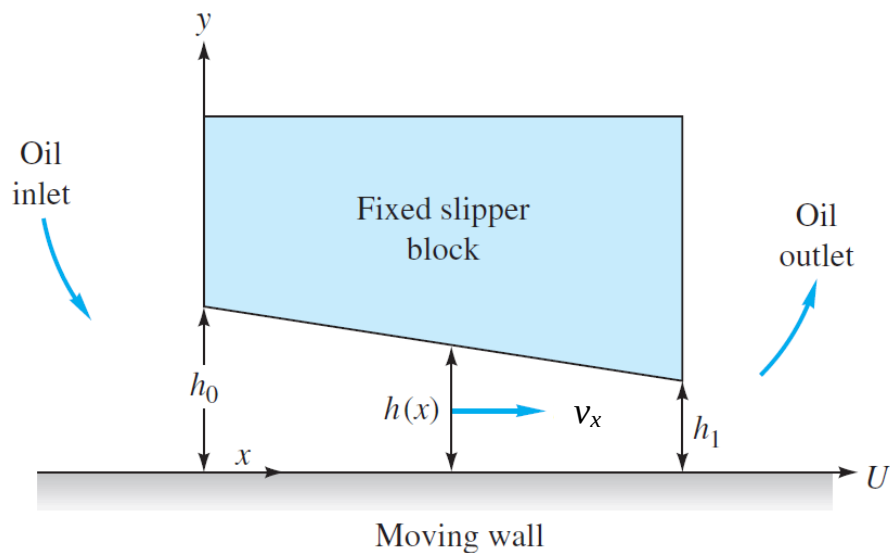
$$\tau_p = \mu \left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|_{y=0}$$



Resposta: $F = 0,294 \text{ N}$

(22) O escoamento de óleo na lubrificação de rolamentos pode ser ilustrado pela figura abaixo, onde um fluido viscoso é inserido pela abertura h_0 e devido a uma pressão imposta, escoar até a abertura h_1 . Para uma abertura $h \ll L$, pode-se obter a simplificação de que a $p = p(x)$, $v_x = v_x(y)$, $v_y = v_z = 0$. Desconsiderando a gravidade, deduza as equações de movimento para este sistema. Quais são as condições de contorno? Integre e obtenha: (adaptado de White – 8th ed.).

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - yh) + U \left(1 - \frac{y}{h} \right)$$



23) Considere o escoamento paralelo de um fluido newtoniano entre duas placas paralelas planas distantes H . O perfil de velocidades é dado por: $u = U y/H$. Determine: a) $\text{div } \mathbf{V}$; b) a vorticidade; c) a taxa de deformação angular.

(24) Considere um escoamento com $v_r = 0$, $v_z = 0$ e $v_\theta = r\omega$. Calcule a vorticidade e esboce o campo de velocidades no plano $r\theta$.

(25) Considere um escoamento com $v_r = 0$, $v_z = 0$ e $v_\theta = C/r$. Calcule a vorticidade e esboce o campo de velocidades no plano $r\theta$.

$$\rho \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

$$\rho \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{\partial v_r}{\partial t} + \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)$$

$$\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = \mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right)$$

$$\tau_{rz} = \tau_{zr} = \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$$

$$\text{rot } \vec{V} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

(26) Um bastão cilíndrico longo de raio R é colocado verticalmente em um tanque grande contendo líquido e rodado a uma velocidade angular ω . Para região muito distante do cilindro, o nível da interface líquido-ar é $z = h_0$.

- Determine a velocidade e pressão no líquido.
- Admitindo-se que o comprimento do bastão imerso é L , calcule o torque para manutenção da rotação constante.
- Desprezando-se os efeitos da tensão superficial, determine a altura da interface líquido-ar, $h(r)$.
- Calcule $\text{grad } \mathbf{v}$ e $\text{rot } \mathbf{v}$.

(27) Um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ , viscosidade dinâmica μ) escoa em regime permanente, laminar, sobre uma placa plana inclinada (ângulo formado com vertical = α). Adota-se o sistema de coordenadas com origem no início da placa. O comprimento da placa é L (direção x) e a sua largura, W (direção z). A espessura do filme de fluido sobre a placa é constante e igual a δ (direção y). A superfície livre do fluido está exposta à pressão atmosférica. A temperatura do sistema é constante. Pode-se desprezar os efeitos de extremidade. (a) A partir dos balanços diferenciais pertinentes, deduzir a expressão do perfil de velocidades do escoamento. (b) Obter a expressão da velocidade média de

escoamento. (c) Obter a expressão da força do fluido sobre a placa. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

$$\text{Resposta: (a) } v = \frac{\rho g \delta y \cos \alpha}{\mu} \left[1 - \left(\frac{y}{2\delta} \right) \right]; \text{ (b) } v_b = \frac{\rho g \delta^2 \cos \alpha}{3\mu}; \text{ (c) } F = \rho g \delta L W \cos \alpha$$

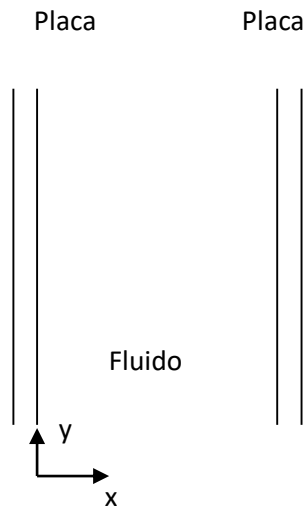
(28) Determinar o perfil de velocidades num escoamento unidirecional (direção axial) sob regime laminar, estado estacionário, isotérmico, desenvolvido, de um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ e viscosidade μ), no interior de um tubo circular horizontal de raio constante R e comprimento L , com pressões de entrada e saída iguais a P_1 e P_2 respectivamente. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

$$\text{Resposta: } v_z = \frac{(P_1 - P_2) R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

(29) Repetir o problema anterior para o escoamento no espaço anular formado por dois tubos circulares concêntricos horizontais de raios constantes respectivamente iguais a R_1 e R_2 e comprimento L . Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

$$\text{Resposta: } v_z = \frac{(P_2 - P_1)}{2\mu L} \left[\frac{(r^2 - R_1^2)}{2} - R_{\max}^2 \ln \left(\frac{r}{R_1} \right) \right] \text{ onde } R_{\max} = \sqrt{\frac{(R_2^2 - R_1^2)}{2} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$$

(30) Um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ , viscosidade dinâmica μ) está confinado entre duas placas planas verticais, espaçadas de distância L , conforme o esquema mostrado a seguir. A placa à esquerda é fixa e a da direita é movida no sentido ascendente, com velocidade constante V_p . Considerando que o escoamento seja em regime permanente, desenvolvido, laminar, determinar a partir dos balanços diferenciais o perfil de velocidades resultante.



$$\text{Resposta: } v_y = \frac{1}{2\mu} \left(-\rho g - \frac{dP}{dy} \right) (Lx - x^2) + \frac{V_p x}{L}$$

(31) Repetir o problema anterior para o caso de a placa da direita ser movida no sentido descendente com velocidade constante V_p .

Resposta: $v_y = \frac{1}{2\mu} \left(-\rho g - \frac{dP}{dy} \right) (Lx - x^2) - \frac{V_p x}{L}$

(32) Repetir o problema anterior para o caso de as duas placas estarem paradas.

Resposta: $v_y = \frac{1}{2\mu} \left(-\rho g - \frac{dP}{dy} \right) (Lx - x^2)$

(33) Um fluido newtoniano incompressível (densidade ρ , viscosidade dinâmica μ) escoa em regime permanente, laminar, desenvolvido, através de um duto reto horizontal de seção quadrada, com comprimento L (direção z) e contornos $x = \pm B$ e $y = \pm B$ (a aresta da seção é igual a $2B$ portanto). As pressões na entrada e na saída do duto são iguais a P_0 e P_L respectivamente. Foi proposto o seguinte perfil de velocidades para o escoamento descrito:

$$v_x = 0$$

$$v_y = 0$$

$$v_z = \frac{(P_0 - P_L) B^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{y}{B} \right)^2 \right]$$

(a) Verificar se o perfil proposto satisfaz as condições de contorno. Justificar a resposta. (b) Verificar se o perfil proposto satisfaz os balanços diferenciais de conservação pertinentes. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

(34) Demonstre a partir de

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} \phi = - \text{div } \vec{j}_\phi + \dot{\sigma}_{\nabla \phi}$$

que:

a) $\rho \frac{D\phi}{Dt} = - \text{div } \vec{j}_\phi + \dot{\sigma}_{\nabla \phi}$

b) $\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \text{grad } \phi = - \text{div } \vec{j}_\phi + \dot{\sigma}_{\nabla \phi}$

c) $\frac{D\rho\phi}{Dt} + \rho\phi \text{ div } \vec{v} = - \text{div } \vec{j}_\phi + \dot{\sigma}_{\nabla \phi}$

(35) Drenagem de líquidos.

Quanto de líquido é retido em um tanque na superfície interna de um tanque durante a sua drenagem? Como pode ser visto na figura, há um fino filme de líquido na parede do tanque enquanto o nível deste tanque baixa. A espessura do filme local é função de z (distância do topo) e do tempo t decorrido. Trata-se de um problema cotidiano, porém de alta complexidade envolvendo escoamento e fenômenos de superfície. A abordagem simplificada é discutida na sequência.

a) A partir de um balanço diferencial de massa em Δz , obtenha a expressão abaixo.

$$\frac{\partial(\bar{v}_z \delta)}{\partial z} = - \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

b) Considerando-se como uma primeira aproximação, adote a expressão da velocidade média de um filme descendente deduzida em aula (exemplo discutido em aula). Obtenha a seguinte expressão na condição de regime pseudopermanente:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\rho g}{\mu} \delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial z} = 0$$

c) Resolva a equação de forma a obter a expressão abaixo. Quais as principais considerações e hipóteses para a obtenção desse resultado?

$$\delta(z, t) = \sqrt{\frac{\mu}{\rho g} \frac{z}{t}}$$

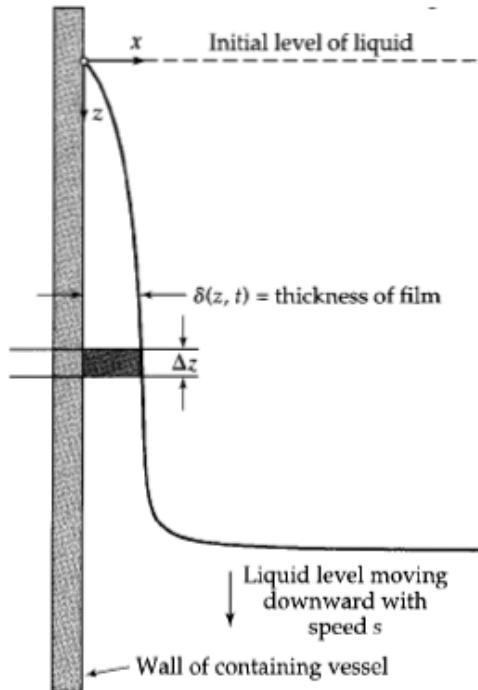


Fig. 2D.2 Clinging of a viscous fluid to wall of vessel during draining.

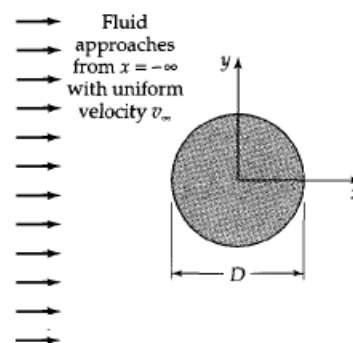
(36) Escoamento lento e normal a um cilindro. Um fluido newtoniano escoa por sobre um cilindro de raio R com velocidade ao longe v . No caso do escoamento com baxíssimo número de Reynolds (*creeping flow*) as velocidades e pressão nas proximidades do cilindro são expressas por (estas expressões não são válidas longe do cilindro):

$$p(r, \theta) = p_\infty - C\mu \frac{v_\infty \cos \theta}{r} - \rho g r \sin \theta$$

$$v_r = C v_\infty \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \cos \theta$$

$$v_\theta = -C v_\infty \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{r}{R} \right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] \sin \theta$$

$$\text{sendo : } C = \frac{2}{\ln(7,4/\text{Re})}; \quad \text{Re} = \frac{2\rho R v_\infty}{\mu}$$



a) A continuidade foi respeitada?

b) O escoamento é incompressível?

c) Obtenha expressões para a pressão p e as tensões tangencial $\tau_{r\theta}$ e normal τ_{rr} .

Lista de Exercícios N° 5

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Ar escoar num tubo capilar de diâmetro interno igual a 4 mm, com velocidade média de 50 m/s. O comprimento do tubo é de 0,1 m. A pressão absoluta na entrada do tubo é de 101 kPa. Adota-se que a densidade do ar é de $1,23 \text{ kg/m}^3$ e sua viscosidade igual a $1,79 \times 10^{-5} \text{ Pas}$. Podem-se desprezar os efeitos de entrada

(a) Determinar a perda de energia por atrito no escoamento para os casos de o tubo ser (a1) de vidro; (a2) extrudado; (a3) em aço carbono. Comentar sobre os resultados.

(b) É razoável admitir que a densidade do ar seja constante ao longo do escoamento? Justificar a resposta.

(c) Qual o erro cometido no resultado se o regime de escoamento tivesse sido considerado como laminar?

Resposta: (a1) $\Delta P_1 = 1076 \text{ Pa}$; (a2) $\Delta P_2 = 1076 \text{ Pa}$; (a3) $\Delta P_3 = 1614 \text{ Pa}$; (b) sim; (c) $\Delta P_{\text{lan}} = 179 \text{ Pa}$.

(2) Ar a 1 atm e 50°C escoar, em regime turbulento, num tubo liso, reto, longo, horizontal, de 1" Schedule N° 40. A queda de pressão num trecho de 100 m é de 2500 Pa. Pode-se adotar que a viscosidade do ar seja igual a 0,02 cP.

Determinar (a) a espessura da subcamada limite laminar; (b) a velocidade máxima de escoamento; (c) a distância da parede na qual a relação entre a velocidade "média" e a máxima é igual a 0,4.

Resposta: (a) $\delta = 0,235 \times 10^{-3} \text{ m}$; (b) $v = 7,66 \text{ m/s}$; (c) $y = 0,415 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(3) Água a 20°C escoar num tubo liso horizontal de diâmetro interno igual a 0,05 m, à velocidade média de 1,5 m/s.

Determinar a velocidade e o comprimento de mistura de Prandtl, num ponto distante de 0,02 m da parede interna do tubo.

Resposta: $v = 1,76 \text{ m/s}$; $l = 0,0033 \text{ m}$.

(4) Obter uma expressão para a viscosidade turbulenta, para o escoamento desenvolvido de um fluido newtoniano no núcleo turbulento, a partir do perfil logarítmico de velocidades ou perfil universal de velocidades. São dados: densidade do fluido = ρ ; raio interno do tubo = R ; tensão de cisalhamento na parede = τ_s .

Respostas: $\mu_e = [\tau_s (1-y/R) y] / [2,5 (\tau_s/\rho)^{0,5}]$

(5) Água a 20°C escoar num tubo liso, horizontal, de diâmetro interno igual a 0,05 m, à velocidade média de 1,5 m/s.

Determinar a tensão de cisalhamento e a viscosidade turbulenta, num ponto distante de 0,02 m da parede interna do tubo.

Resposta: $\tau = 1,095 \text{ Pa}$; $\mu_e = 0,117 \text{ Pas}$

(6) Água a 20°C escoam entre duas placas planas, conforme o esquema mostrado na figura 10-1 do livro-texto, onde $y_0 = 2$ cm. O perfil da tensão de cisalhamento no duto retangular é dado pela figura 12-5 do livro-texto, onde $a = \tau_{yx} t/\rho$, $b = \tau_{yx}/\rho$ e $c = \tau_{yx}r/\rho$, sendo a, b e c indicados nessa figura.

(a) Determinar a viscosidade turbulenta para $y = 1,8$ cm. (b) Para qual posição a partir da qual se tem o núcleo turbulento? Justificar a resposta (c) Determinar a tensão de cisalhamento de Reynolds para $y = 1,8$ cm.

Resposta: (a) $\mu_e = 12$ cP; (b) $y = 1,5$ cm; (c) $\tau_{yx}^r = 0,0466$ lbf/ft².

(7) Água a 40°C escoam num tubo liso horizontal de 1" Schedule N° 40, em regime turbulento. A queda de pressão num trecho de 100 ft é de 30 psi.

Determinar a espessura da zona de transição.

Resposta: $\delta = 7,7 \times 10^{-5}$ m

(8) Num tubo circular, reto, liso, horizontal, de 1" Schedule N° 40, está escoando água a 40°C, à velocidade média de 0,5 m/s.

Determinar o comprimento de mistura de Prandtl no ponto em que a relação entre a velocidade médio-temporal e a velocidade máxima é de 0,2.

Resposta: $l = 3,9 \times 10^{-5}$ m

(9) Ar (densidade = 1,12 kg/m³, viscosidade = 0,02 cP) escoam à velocidade média de 15 m/s num tubo circular liso de diâmetro interno igual a 25 cm.

Determinar a espessura da subcamada limite viscosa e as velocidades locais a 50 mm e 0,5 mm da parede interna do tubo respectivamente.

Resposta: $\delta = 1,35 \times 10^{-4}$ m; $v_1 = 16,1$ m/s; $v_2 = 7,65$ m/s

(10) Água a 20°C escoam através de um tubo liso horizontal, de diâmetro interno igual a 2 in. A tensão de cisalhamento na parede interna é de 0,33 Pa.

Usando a figura 12-6 do livro-texto, determinar: (a) a velocidade máxima de escoamento; (b) a distância da parede em que a relação entre a velocidade médio-temporal e a velocidade máxima é de 0,2.

Resposta: (a) $v_{max} = 0,364$ m/s; (b) $y = 0,274 \times 10^{-3}$ m

11) Analise a influência da viscosidade na espessura da camada limite laminar e na turbulenta. Considere uma posição x num escoamento em placa plana e uma velocidade de aproximação U .

12) Qual a relação entre a espessura da subcamada viscosa e a camada limite turbulenta em placa plana? Depende do fluido?

13) Medidas indicam que em um escoamento turbulento em placa plana a velocidade para uma distância da placa de 6 mm é 15,85 m/s, sendo a velocidade na corrente livre 33 m/s e o fator de atrito igual a 0,003. Sabe-se que a viscosidade do fluido é $1,5 \cdot 10^{-5}$ m²/s. A placa é hidraulicamente lisa ou rugosa? Se rugosa, qual a rugosidade?]

Lista de Exercícios N° 6

Problemas a serem discutidos em classe:

(1) Para um fluido não-newtoniano incompressível (densidade ρ e índice de consistência K) que segue a lei de potências e que escoar em regime laminar, em estado estacionário, num tubo com seção circular de raio R , num trecho L de tubulação horizontal onde se verifica a diferença de pressão P_1 e P_2 entre a entrada e a saída do fluido no trecho, mostrar que:

(a) o fator de atrito é dado por:

$$f = \frac{16}{Re_{PL}}, \text{ em que}$$

$$Re_{PL} = \frac{\rho V_b^{(2-n)} D^n}{8^{(n-1)} K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (\text{número de Reynolds para o fluido que segue a Lei de Potências})$$

PL=Power Law)

(b) a velocidade média do escoamento é:

$$V_b = \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left(\frac{-\Delta P R}{2KL} \right)^{1/n} R$$

$$(c) \frac{V_{\max}}{V_b} = \frac{3n+1}{n+1}$$

(2) Três placas planas extensas de área A são dispostas paralelamente. A distância entre duas placas adjacentes é L . Entre as placas tem-se um fluido plástico de Bingham com tensão de cisalhamento inicial τ_o e viscosidade plástica η_B . (a) Determine a força mínima necessária para puxar a placa do meio. (b) Determine o valor da velocidade V_1 desta placa no caso de se aplicar uma força $F_1 > F$ mínima. (c) Qual a nova força a ser aplicada se a velocidade for o dobro de V_1 ?

Problemas a serem resolvidos fora de classe:

(3) Uma solução polimérica (densidade 1075 kg/m^3) é bombeada a uma vazão de 2500 kg/h , num tubo de 25 mm de diâmetro. O escoamento é laminar e o fluido segue a lei de potências com $K = 3 \text{ Pa.s}^n$ e $n = 0,5$. Estimar:

(a) a queda de pressão para um trecho de 10 m de tubulação horizontal e reta.

(b) a velocidade na linha de centro da tubulação.

(c) o novo valor da queda de pressão se a tubulação tiver 50 mm de diâmetro.

Respostas: (a) $\Delta P = 110 \text{ kPa}$; (b) $2,2 \text{ m/s}$; (c) $19,4 \text{ kPa}$.

(4) Um fluido plástico de Bingham incompressível (densidade ρ e viscosidade aparente η) escoar num tubo de seção circular de raio R . A tubulação tem comprimento L . O escoamento ocorre em regime permanente e laminar. O valor da tensão de cisalhamento mínima para que ocorra escoamento é τ_o e este valor é encontrado no perfil da tensão de cisalhamento em $r = R_p$ (r = raio da tubulação). O fluido escoar sob uma diferença de pressão ($-\Delta P$) entre a entrada e a saída da tubulação. O modelo para a tensão de cisalhamento é:

$$\tau_{rz} = \tau_o + \eta \left(-\frac{dV_z}{dr} \right).$$

Determinar:

- (a) o perfil de velocidades para $\tau_{rz} > \tau_o$ e $r \geq R_p$.
 (b) a velocidade na região em que $0 \leq r < R_p$ ($\tau_{rz} < \tau_o$).
 (c) a vazão volumétrica do escoamento.

Respostas: (a) $V_z = \left(\frac{-\Delta P}{L} \right) \left(\frac{R^2}{4\eta} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) - \frac{\tau_o R}{\eta} \left(1 - \frac{r}{R} \right);$

(b) $V_z = \left(\frac{-\Delta P}{L} \right) \frac{R^2}{4\eta} \left[1 - \left(\frac{R_p}{R} \right) \right]^2;$ (c) $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \left(\frac{-\Delta P}{L} \right) \left(1 - \frac{4}{3} \Phi + \frac{1}{3} \Phi^4 \right)$ com

$\Phi = \frac{\tau_o}{\tau_w} = \frac{R_p}{R}$ onde τ_w é a tensão de cisalhamento na parede.

(5) Duas placas planas paralelas e infinitas têm entre si um líquido não-newtoniano incompressível. A distância entre as placas é δ e está totalmente preenchida pelo líquido. A placa superior é mantida com velocidade constante v_o e a placa inferior está parada. O líquido segue a lei de potências tal que:

$\tau_{yx} = -K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n$, K=índice de consistência, n=índice de comportamento

a) verificar o perfil de velocidades.

b) se a velocidade da placa superior for dobrada, de quanto aumenta a tensão de cisalhamento?

Resposta: (b) 2^n .

(6) Um fluido incompressível não-newtoniano escoar num tubo horizontal de seção circular com raio a e comprimento L . O fluido segue a lei de potências, o escoamento é laminar e em regime permanente. Determinar o perfil de velocidades e a vazão volumétrica nesse escoamento.

(7) Analisar a natureza do perfil de velocidades e da tensão de cisalhamento para o escoamento de um fluido plástico de Bingham com tensão de cisalhamento inicial τ_o e viscosidade plástica η_B , num tubo com seção circular de raio r e comprimento L . A pressão na entrada do tubo é P_1 e, na saída, é P_2 .

(8) Considere o escoamento de um filme de um líquido plástico de Bingham com tensão de cisalhamento inicial τ_o e viscosidade plástica η_B sobre uma placa plana inclinada de 30° em relação à horizontal. Determine a espessura limite do filme para que ocorra o escoamento. Dados: $\tau_o = 70 \text{ dina/cm}^2$, $\eta_B = 1 \text{ cP}$ e $\rho = 1,4 \text{ g/cm}^3$.

Resposta: 0,1 cm.

(9) Uma solução polimérica foi medida a uma temperatura constante de 291 K, sendo apresentados os dados de tensão de cisalhamento por taxa de deformação. (adaptado de Chhabra e Richardson – 2nd ed.)

$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(Pa)$	$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(Pa)$
0,140	0,120	4,43	3,08

0,176	0,140	5,57	3,79
0,222	0,170	7,02	4,68
0,352	0,280	11,1	6,53
0,557	0,446	17,6	9,46
0,883	0,690	27,9	13,5
1,40	1,08	44,3	18,9
2,22	1,63	70,2	26,1
3,52	2,53	111,2	34,8

- (a) Verifique a validade do modelo de lei de potência para toda a validade da faixa de dados
- (b) Obtenha os parâmetros K e n da lei de potência. Plote os dados experimentais e a lei de potência e compare o resultado obtido
- (Dica: Caso o ajuste do item b não esteja satisfatório, tente dividir o domínio experimental em dois, ajustando-se 2 curvas. ($\dot{\gamma} < \sim 5 \text{ s}^{-1} \gg 0,75\dot{\gamma}^{0,96} \mid 5 \text{ s}^{-1} \leq \dot{\gamma} \leq 100 \text{ s}^{-1} \gg 1,08\dot{\gamma}^{0,76}$))

(10) A seguir se é apresentado dados de viscosidade obtidos em um viscosímetro capilar de um polímero fundido à 263 K. Obtenha os valores reais da tensão de cisalhamento e taxa de deformação para este polímero, assumindo que os efeitos de borda sejam negligenciáveis. (adaptado de Chhabra e Richardson – 2nd ed.)

$(8V/D) (\text{s}^{-1})$	$\tau_w (\text{kPa})$
10	22,4
20	31,0
50	43,5
100	57,5
200	75,0
400	97,3
600	111
1000	135
2000	164

(11) Os dados experimentais a seguir foram levantados para uma solução polimérica (4% caboximetilcelulose em água), utilizando-se um capilar de 0,408 mm de diâmetro e um tubo de entrada de 23,3 mm de diâmetro. Obtenha a taxa de cisalhamento e a taxa de deformação para essa solução. (adaptado de Chhabra e Richardson – 2nd ed.)

Velocidade na entrada (mm/s)	$(-\Delta p) (\text{kPa})$		
	$L = 49,5 (\text{mm})$	$L = 74,5 (\text{mm})$	$L = 99,5 (\text{mm})$
0,09	448,16	655,0	882,5
0,12	489,53	717,1	965,3
0,15	537,80	779,1	1048
0,21	606,74	882,5	1165
0,24	620,53	910,1	1186

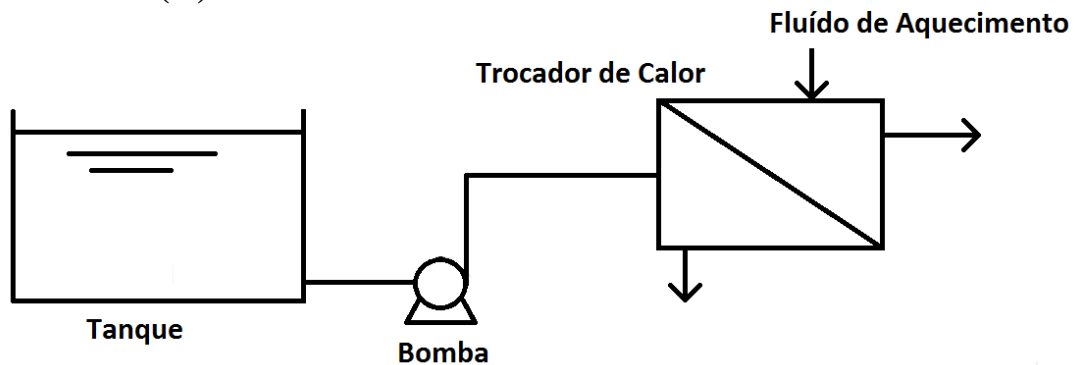
Questionário N° 1

(1) Por que uma corrente de água, ao sair da torneira, torna-se progressivamente mais fina?

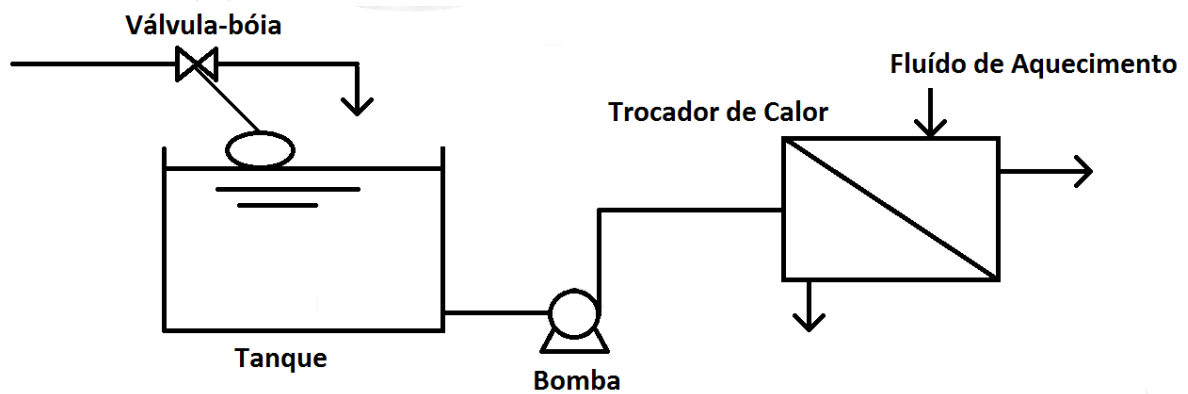
(2) O fiscal de trânsito, conhecido como "marronzinho", desempenha a sua função sob ponto de vista Lagrangeano ou Euleriano? Explicar.

(3) Para cada um dos processos mostrados nos esquemas a seguir, selecionar os volumes de controle apropriados e dizer se o regime é permanente, pseudo-permanente ou não permanente. Explicar.

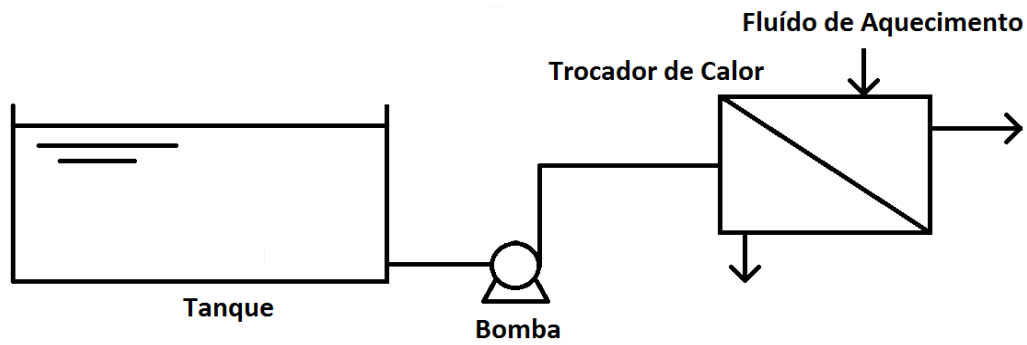
(3a)



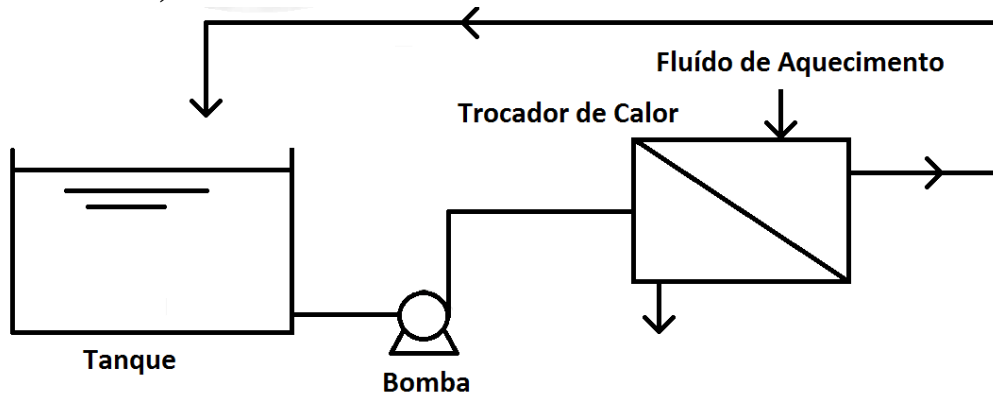
(3b)



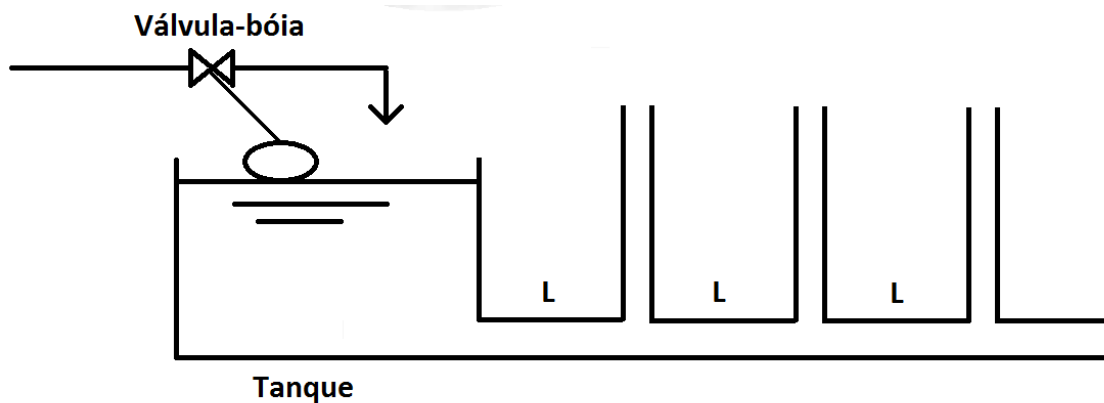
(3c)



3d)



(4) Água escoa por gravidade a partir de um tanque, aberto a atmosfera, cujo nível é mantido constante. São instalados piezômetros para medir as pressões ao longo do tubo de saída. Os comprimentos dos trechos entre os piezômetros são iguais entre si. O esquema está mostrado a seguir.



(4a) Admitindo-se que o atrito no escoamento seja desprezível, fazer um esquema mostrando as alturas de água em cada um dos piezômetros, em relação ao nível de líquido no tanque de alimentação. Justificar a resposta.

(4b) Repetir o problema, levando-se em conta o atrito. Justificar a resposta.

(5) Mostrar que a equação de Hagen Poiseuille é dimensionalmente consistente.

(6) Em que parte da dedução do perfil parabólico de velocidades, foi necessária a hipótese do regime de escoamento laminar?

(7) Quais são as hipóteses admitidas para que a energia cinética por unidade de massa de fluido seja dada por $v_b^2/2$, onde v_b é a velocidade média de escoamento? Justificar a resposta.

(8) O balanço global de energia pode ser expresso por:

$$\iint_A \left(\frac{v^2}{2} + gz + H \right) \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V E \rho dV = q - \dot{W}_s$$

(8a) Qual o significado físico de $\vec{v} \cdot d\vec{A}$?

(8b) Qual a dimensão da equação (energia/massa, energia/tempo, fluxo de energia)? Justificar a resposta.

(8c) Decompor a energia total E e dar o significado de cada parcela componente.

(9) Num escoamento, quais as hipóteses necessárias para que seja válida a igualdade $v_{b1}A_1 = v_{b2}A_2$, onde v_b é a velocidade média de escoamento, A é a área da seção transversal e os índices 1 e 2 representam duas seções distintas ao longo do escoamento.

(10) Dentre as hipóteses relacionadas: {fluido newtoniano, regime permanente, fluido incompressível, regime laminar}, quais devem ser satisfeitas para se poder usar cada uma das equações abaixo? Justificar as respostas.

(10a) Equação I

$$\frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\rho} + l_{wf} + \eta_P W_s = 0$$

(10b) Equação II

$$\frac{\Delta v_b^2}{2} + g \Delta z + \Delta H = Q - W_s$$

(10c) Equação III

$$\frac{\Delta v_b^2}{2} + g \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

(11) É correto afirmar que o termo l_w da equação III da questão anterior (10c) representa a perda de energia por atrito por unidade de tempo, em todo o sistema, exceptuando-se a bomba? Justificar a resposta.

(12) O perfil da tensão de cisalhamento dado por $\tau = (-\Delta P r/2L)$ vale para o escoamento em regime turbulento? E para um fluido não newtoniano? E para um tubo vertical? E para um tubo rugoso? Justificar cada uma das respostas.

(13) Peso é uma propriedade intensiva? É um tensor de primeira ordem? É uma força de campo? Justificar as respostas.

(14) Na estação de tratamento de efluentes (ETE), o monitoramento da qualidade do descarte final é observado sob enfoque Lagrangeano ou Euleriano ? Explicar.

(15) Quais os critérios para a escolha do número de Schedule?

Questionário N°2

(1) É correto afirmar que a velocidade com que o gás hidrogênio percorre um trecho de tubo reto, de seção uniforme, é cerca de 20 vezes maior que a do dióxido de carbono, à pressão, temperatura e fluxo mássico constantes? Justificar a resposta.

(2) Um coração não excitado bate em torno de 72 vezes por minuto. Em cada batida, cerca de 70 ml de sangue a pressão de 100 mmHg são bombeados. Estimar a potência desenvolvida pelo coração e comentar sobre o resultado encontrado.

(3) De quais parâmetros depende o coeficiente de um medidor de vazão do tipo placa de orifício?

(4) Aplicando-se a equação de transporte de Reynolds para o caso de um balanço global de quantidade de movimento, dar o significado físico do 1º membro e das duas parcelas do 2º membro dessa equação resultante.

(5) Partindo-se do balanço global de quantidade de movimento dado por

$$\vec{F} = \iint_A \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \vec{v} \rho dV$$

pode-se chegar à expressão simplificada: $w \Delta v_x = F_{xp} + F_{xg}$. Relacionar todas as hipóteses que devem ser admitidas nessa dedução e explicar o quê cada hipótese implica na simplificação.

(6) O aumento de pressão que um líquido adquire ao passar por uma bomba corresponde ao trabalho transmitido pelo eixo? Justificar a resposta.

(7) Aplicar a equação de transporte de Reynolds para o balanço global de energia. Dar o significado físico das duas parcelas do 2º membro dessa equação resultante.

(8) O valor da velocidade média de um fluido, através de um tubo vertical totalmente preenchido, em escoamento descendente, mantém-se constante ou é variável? Justificar a resposta.

(9) Corrigir as afirmações a seguir. Justificar as respostas.

(9a) Uma das diferenças entre os medidores de vazão de placa de orifício e tubo de Pitot é que, no tubo de Pitot, medem-se duas pressões, sendo uma estagnante e outra de impacto, em duas seções distintas ao longo do escoamento, ao passo que, na placa de orifício, as duas pressões medidas são chamadas de dinâmicas, também em duas seções distintas.

(9b) A equação de Bernoulli rigorosamente não pode ser usada para escoamento em regime laminar

(9c) Um dos modos de se obter a vazão mássica de escoamento, através de um duto circular, é usar um tubo de Pitot, medir a velocidade no centro desse duto, multiplicar o valor por 0,5 e pela área da seção transversal do duto.

(9d) Três das hipóteses admitidas na dedução da equação de Bernoulli, mostrada abaixo, são: 1ª - Não há variação de temperatura entre as seções de entrada e saída; 2ª - A densidade do fluido assume valor constante em todo o volume de controle; 3ª - Não há troca de calor envolvida no processo.

$$\frac{\Delta v_b^2}{2} + g \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

(9e) O conceito de estado pseudo-estacionário depende do intervalo de tempo considerado.

(10) Dar os conceitos de pressão estática, dinâmica, termodinâmica, de Bernoulli, de impacto e estagnante.

(11) É correto afirmar que, para a maioria dos gases, a viscosidade cinemática diminui com a temperatura? Justificar a resposta.

(12) Um líquido newtoniano (densidade = ρ , viscosidade = μ) sai, por gravidade, da base de um tanque atmosférico cujo nível é mantido constante e escoar através de um tubo reto horizontal, em regime permanente, laminar, unidimensional, isotérmico. O diâmetro interno do trecho inicial do tubo (comprimento = 5 L) é igual a D_1 e o diâmetro interno do trecho final (comprimento não dado) é igual a $D_2 = 0,5 D_1$. São instalados diversos medidores de pressão estática ao longo do tubo. Os resultados estão mostrados na tabela abaixo.

Manômetro	Localização	Pressão relativa (kPa)
PI-01	Base do tanque (antes de sair do tanque)	350
PI-02	Distante L da saída do tanque	340
PI-03	Distante 2 L da saída do tanque	330
PI-04	Distante 4 L da saída do tanque	310
PI-05	Distante 5 L da saída do tanque (um pouco antes da redução do diâmetro do tubo)	300
PI-06	Distante 6 L da saída do Tanque	290

Sabe-se que os manômetros PI-04 e PI-05 estão bem calibrados e indicam leituras corretas. Comentar cada uma das demais leituras dos manômetros PI-01, PI-02, PI-03 e PI-06, dizendo se estão corretas ou erradas. Para os valores considerados errados, dizer se o valor correto deveria ser muito maior, maior, menor ou muito menor em relação à leitura original considerada como errônea. Justificar sucintamente todas as passagens da solução.

Questionário N° 3

(1) Na obtenção do perfil de velocidades do escoamento em espaço anular, formado por dois tubos circulares concêntricos, as condições de contorno conhecidas são de que espécie?

(2) Para o escoamento em espaço anular, a superfície em que a velocidade é máxima, está mais próxima à parede interna ou à parede externa? Justificar a resposta.

(3) No estudo da camada limite laminar sobre uma placa plana, um gráfico importante é o de $f'(\eta)$ em função de η . Explicar por que o gráfico apresenta um aspecto assintótico.

(4) Para o estudo de camada limite laminar sobre uma placa plana: (a) Dar três condições de contorno da velocidade v_x em relação à posição y , onde v_x é a velocidade de escoamento na direção paralela a placa e y é a direção normal a placa. (b) Justificar fisicamente cada uma das condições de contorno. (c) Dar a espécie de cada uma das condições.

(5) Corrigir as afirmações a seguir. Justificar as respostas.

(5a) Para aplicar a equação de Navier Stokes, que representa um balanço de diferencial de energia, o fluido precisa ser newtoniano, incompressível, em escoamento sob estado estacionário.

(5b) Um dos fatores que acelera a transição da camada limite laminar para turbulenta é um aumento de temperatura no líquido em escoamento.

(5c) A equação de Bernoulli só pode ser aplicada para um fluido newtoniano, de densidade e viscosidade constantes.

(5d) O gráfico do fator de atrito em tubo em função do número de Kármán apresenta vantagens de uso quando a perda de carga no problema é desconhecida.

(5e) A condição necessária e suficiente para a separação da camada limite é que o gradiente de pressão seja negativo em relação ao escoamento.

(5f) Para que $\text{div}(\mathbf{v})$ seja nulo, o fluido deve ser newtoniano, incompressível e estar escoando em regime laminar permanente.

(5g) O fator de atrito não depende da rugosidade do tubo quando o regime de escoamento é laminar ou quando o tubo é completamente rugoso.

(6) Um dos gráficos muito importantes no estudo de camada limite em placa plana é o dado por $f'(\eta) \times \eta$, onde $\eta = y [\rho v_o / \mu x]^{1/2}$ e $f'(\eta) = v_x / v_o$.

(6a) Dar um roteiro sucinto para a construção desse gráfico.

(6b) Que informações, podem ser extraídas do gráfico?

(6c) É possível determinar a velocidade de escoamento numa dada posição a partir do gráfico? Em caso afirmativo, mostrar o procedimento dessa determinação. Em caso negativo, explicar o que falta para a determinação da velocidade.

(7) Qual o significado físico de $\iint_A \vec{v} \cdot \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$? Justificar a resposta.

(8) O perfil da tensão de cisalhamento no escoamento de um fluido newtoniano através de um tubo circular é parabólico? Justificar a resposta.

(9) Simplificar a equação de Bernoulli para o caso de o volume de controle ser uma bomba centrífuga, com diâmetros distintos nas tubulações na entrada e saída. Justificar as passagens da solução.

(10) Dar quatro diferenças entre os medidores de vazão de placa de orifício e tubo de Pitot.

(11) A tensão de cisalhamento dentro da camada limite laminar, no escoamento de um fluido newtoniano, sobre uma placa plana, é dada por $\tau_s = 0,332 \mu v_o (\rho v_o / \mu x)^{1/2}$.

(11a) Descrever sucintamente o roteiro de dedução dessa expressão e dar as outras hipóteses admitidas na dedução.

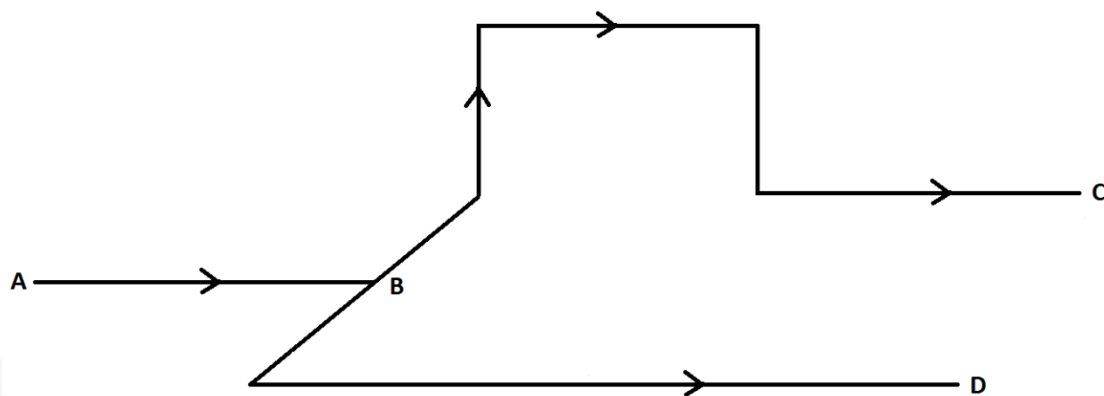
(11b) O valor da tensão de cisalhamento depende da posição normal à placa? Por quê?

(12) Maionese é transportada através de uma tubulação. Nesse estudo, pode-se aplicar as equações de Bernoulli e de Navier-Stokes? Justificar as respostas.

(13) Simplificar a equação de Navier Stokes em coordenadas cilíndricas para o escoamento na direção axial, em regime permanente, laminar, de um fluido newtoniano, em um espaço anular, formado por dois tubos circulares concêntricos. Justificar sucintamente cada simplificação. Dar as condições de contorno necessárias.

(14) A equação de continuidade e a equação de Navier Stokes, para coordenadas esféricas, estão apresentadas no Apêndice 2 do livro-texto. Dar os significados físicos dos termos ou agrupamentos de termos dessas equações.

(15) Seja o escoamento de um fluido conforme o esquema mostrado a seguir. Os pontos A, B, C e D estão num mesmo plano horizontal. As pressões em C e D são atmosféricas.



(15a) A variação de pressão em cada ramo é a mesma? Justificar a resposta.

(15b) A vazão de escoamento em cada ramo é a mesma? Em caso afirmativo, justificar a resposta. Em caso negativo, dar as condições complementares que devem ser satisfeitas para que as vazões sejam iguais entre si.

(15c) A perda de carga por atrito em cada ramo é a mesma? Em caso afirmativo, justificar a resposta. Em caso negativo, dizer em qual ramo a perda de carga é maior e justificar.

Questionário N°4

(1) Costuma-se afirmar que o fator de atrito para o escoamento laminar é dado por $16/Re$. Dar todas as condições de modo a tornar essa afirmação mais precisa e conceitual.

(2) Há diversos modos de expressar um balanço de energia. Os mais usuais são dados em energia/massa (J/kg), potência (W) ou carga (m). Dar os procedimentos para a sua conversão mútua.

(3) Na dedução das equações do balanço global de energia, admitidas certas hipóteses, chega-se a:

$$\frac{1}{2} \Delta \left[\frac{w(v^3)_{av}}{v_b} \right] + g \Delta \left[\frac{w(vz)_{av}}{v_b} \right] + \Delta \left[\frac{w(vH)_{av}}{v_b} \right] + \frac{\partial \check{E}}{\partial \theta} = q - W_s$$

Que hipóteses adicionais devem ser admitidas para passar da equação acima para se chegar à mostrada a seguir? Explicar em que parte da dedução cada hipótese é usada.

$$\frac{\Delta v_b^2}{2} + g \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

(4) Para os casos apresentados a seguir, dizer se, para ser usada a referida equação, cada uma das hipóteses relacionadas: deve ser satisfeita, não pode ocorrer ou é indiferente.

(4a) Equação $l_{wf} = 2 f L v_b^2 / D$

Hipóteses a serem analisadas: fluido newtoniano, tubo completamente rugoso, regime permanente, tubo vertical, regime laminar, densidade constante.

(4b) Equação $f = 0,046 Re^{-1/5}$

Hipóteses a serem analisadas: tubo liso, tubo horizontal, regime de escoamento desenvolvido, regime turbulento.

(4c) Equação $\tau_s = - \Delta P D / 4L$

Hipóteses a serem analisadas: tubo horizontal, tubo liso, regime turbulento, regime permanente, fluido newtoniano, atrito desprezível.

(5) Corrigir as afirmações a seguir. Justificar as respostas.

(5a) Para que o regime de escoamento seja considerado laminar, o número de Reynolds deve ser inferior a 2100.

(5b) O perfil de velocidades num escoamento laminar pode não ser parabólico.

(5c) O número de Reynolds na entrada de um tubo circular, antes do desenvolvimento do perfil de velocidades, é expresso por $\rho v_o D / \mu$, onde ρ e μ são propriedades do fluido, avaliadas à temperatura da parede, D é o diâmetro interno do tubo e v_o é a velocidade máxima de escoamento.

(5d) A subcamada viscosa persiste no escoamento turbulento, mesmo depois de o perfil de velocidades ter-se desenvolvido.

(5e) No escudo de um escoamento em regime laminar, não há necessidade de recorrer às variáveis médio-temporais.

(5f) Na chamada "distribuição universal de velocidades" em um escoamento turbulento, os limites de validade de cada uma das três equações componentes estão relacionados com a respectiva intensidade dos turbilhões.

(5g) A tensão de Reynolds esta relacionada ao atrito devido aos turbilhões.

(5h) O fator de atrito não depende do número de Reynolds quando o tubo é liso ou quando o regime é completamente turbulento.

(5i) O diâmetro equivalente para um duto de secção triangular equilátera de lado L é dado por $\left[L 3^{1/2} / 6 \right]$.

(5j) A equação de Navier Stokes é um balanço diferencial de quantidade de movimento para um fluido incompressível.

(5k) A espessura da camada limite turbulenta cresce mais rapidamente em relação a da laminar.

(5l) Se uma placa plana é suficientemente longa ou se a velocidade de aproximação é muito alta, o escoamento na camada limite formada tende a tornar-se turbulento.

(5m) A conveniência do uso de variáveis médio-temporais num escoamento turbulento deve-se à caoticidade das variáveis físicas reais.

(5n) A viscosidade turbilhonar é uma propriedade própria do fluido e depende da posição e da rugosidade da parede do tubo.

(5o) O chamado "perfil logarítmico de velocidades" só se aplica para o escoamento em regime turbulento num tubo liso.

(6) Dar um roteiro de dedução do perfil da tensão de cisalhamento para o escoamento, na direção axial, em regime permanente, laminar, de um fluido newtoniano, incompressível, em um espaço anular, formado por dois tubos circulares concêntricos.

(7) É correto afirmar que a variação de pressão em cada um dos ramos quando uma corrente se bifurca é a mesma, em regime permanente? Justificar a resposta.

(8) Dar quatro fatores que reduzem o número de Reynolds crítico no escoamento sobre uma superfície sólida.

(9) Dar a expressão do número de Reynolds para o escoamento de um fluido de densidade ρ e viscosidade μ , através de um espaço externo formado por 4 tubos (diâmetro externo = d_e ; diâmetro interno = d_i), circunscritos por um tubo maior (diâmetro externo = D_e , diâmetro interno = D_i)

(10) Um fluido newtoniano escoar em regime laminar, no interior de um tubo circular horizontal. Deduzir a expressão de l_{wf} (perda de energia por massa por causa do atrito) em função das propriedades do fluido, dimensões do tubo e vazão de escoamento. Repetir a dedução para o caso de o tubo ser vertical.

(11) Dar algumas aplicações práticas ao se conhecer o perfil de velocidades num escoamento.

(12) Se a densidade é constante o escoamento é incompressível?

(13) Se o escoamento é incompressível a densidade é constante?

(14) Quais as dimensões de $\text{grad } \mathbf{v}$, $\text{rot } \mathbf{v}$ e $\text{div } \mathbf{v}$?

(15) Quais as dimensões de $\text{grad } p$, $\text{lap } \mathbf{v}$ e $\text{div } (\rho \mathbf{v} \mathbf{v})$?

(16) Obtenha a equação de Euler (fluidos ideais) a partir da Navier-Stokes.

(16) Obtenha a equação da hidrostática a partir da Navier-Stokes.

Balanço Global de Massa

A equação de Transporte de Reynolds é dada por:

$$\frac{DN}{D\theta} = \iint_A \eta \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \eta \rho dV$$

onde N é uma dada grandeza, $\eta = N/\text{massa}$ e $\frac{DN}{D\theta} = \frac{\partial N}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial N}{\partial x} + v_y \frac{\partial N}{\partial y} + v_z \frac{\partial N}{\partial z}$

Essa derivada é conhecida como a derivada substancial ou substantiva ou material e corresponde à derivada no enfoque lagrangeano, em que a observação é feita acompanhando-se o objeto em estudo.

No caso de balanço global de massa:

$$N = M$$
$$\eta = M/M = 1$$

Então, a equação de transporte de Reynolds nesse caso fica:

$$\frac{DM}{D\theta} = \iint_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \rho dV$$

Mas, $\frac{DM}{D\theta} = 0$ por definição de sistema fechado. Portanto:

$$\iint_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \rho dV = 0$$

O produto escalar $[\vec{v} \cdot d\vec{A}]$ representa a vazão volumétrica que atravessa a superfície de controle infinitesimal dA . Multiplicando-se esse produto escalar por ρ , tem-se a vazão mássica que atravessa a superfície de controle infinitesimal dA . Quando se faz a integração em toda a superfície de controle, resulta a vazão “total” que atravessa a superfície de controle.

Vale lembrar que a direção do vetor $d\vec{A}$ é caracterizada pela normal à superfície, com sentido, por convenção, sempre para fora do volume de controle. Assim, se o vetor $\vec{v}$ também tem sentido “para fora” (saindo do volume de controle), o ângulo formado pela velocidade e pela normal será menor que $\pi/2$ e o produto escalar será positivo. Analogamente, se o vetor $\vec{v}$ tem sentido “para dentro” (entrando no volume de controle), o ângulo formado pelos dois vetores será obtuso e o produto escalar será negativo.

Então, o significado físico do primeiro termo da equação do balanço global de massa é a variação da vazão mássica que atravessa a superfície de controle – “o que sai menos o que entra” (os sinais são dados pelos produtos escalares dos vetores de velocidade e área).

O segundo termo no balanço global representa o acúmulo de massa dentro do volume de controle em relação ao tempo.

Balanço Global de Energia

Caso Geral

A equação de Transporte de Reynolds é dada por:

$$\frac{DN}{D\theta} = \iint_A \eta \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \eta \rho dV$$

onde N é uma dada grandeza, $\eta = N/\text{massa}$ e $\frac{DN}{D\theta} = \frac{\partial N}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial N}{\partial x} + v_y \frac{\partial N}{\partial y} + v_z \frac{\partial N}{\partial z}$.

Essa derivada, conforme visto anteriormente, é conhecida como a derivada substancial ou substantiva ou material e corresponde à derivada no enfoque lagrangeano.

No caso de balanço global de energia:

$$\begin{aligned} N &= \check{E} && \text{(energia total)} \\ \eta &= \check{E}/m = E && \text{(energia/massa)} \end{aligned}$$

Então, a equação de transporte de Reynolds nesse caso fica:

$$\frac{D\check{E}}{D\theta} = \iint_A E \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V E \rho dV$$

Mas, pela termodinâmica, sabe-se que

$$\begin{aligned} \frac{D\check{E}}{D\theta} &= \frac{dQ}{d\theta} - \frac{dW}{d\theta} \\ &\text{ou} \\ \frac{D\check{E}}{D\theta} &= q - \dot{W} \end{aligned}$$

A energia total pode ser escrita como a soma das energias interna, cinética e potencial:

$$E = U + \frac{v^2}{2} + gz$$

Observe que todos os termos da equação acima são expressos em energia/massa. Mas $H = U + pV$, onde H é a entalpia específica e V é o volume específico. Tem-se:

$$E = H - pV + \frac{v^2}{2} + gz$$

Então

$$q - \dot{W} = \iint_A \left[H - pV + \frac{v^2}{2} + gz \right] \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Separando o colchete em dois e fazendo o produto escalar $\vec{v} \cdot d\vec{A}$, a equação fica:

$$q - \dot{W} = \iint_A \left[H + \frac{v^2}{2} + gz \right] \rho v dA \cos \alpha - \iint_A pV \rho v dA \cos \alpha + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

O termo trabalho/tempo pode ser expresso de acordo com as diversas “procedências”:

$$\dot{W} = \dot{W}_s + \iint_A pV \rho v dA \cos \alpha + \iint_{A_s} pV \rho v_s dA_s \cos \beta$$

O primeiro termo do segundo membro da equação representa o trabalho de eixo (“shaft”). O segundo termo é o trabalho realizado por unidade de massa de fluido, à pressão p , quando entra no volume de controle ou sai dele, ao deslocar um volume V na vizinhança (trabalho convectivo). O terceiro termo corresponde ao trabalho realizado pelo movimento não cíclico de uma parte sólida da superfície de controle, à velocidade v_s , que forma uma inclinação β em relação à normal à superfície dA_s (como se fosse uma deformação da superfície).

Com isso, pode-se escrever:

$$q - \dot{W}_s - \iint_A pV \rho v dA \cos \alpha - \iint_{A_s} pV \rho v_s dA_s \cos \beta = \iint_A \left[H + \frac{v^2}{2} + gz \right] \rho v dA \cos \alpha - \iint_A pV \rho v dA \cos \alpha + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Finalmente

$$q - \dot{W}_s - \iint_{A_s} pV \rho v_s dA_s \cos \beta = \iint_A \left[H + \frac{v^2}{2} + gz \right] \rho v dA \cos \alpha + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Vale lembrar que a equação acima está expressa em termos de energia/tempo.

Casos Particulares

Caso I

$v_s = 0 \Rightarrow$ a integral dupla do 1º membro é nula

$\alpha_2 = 0^\circ$ (saída do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_2 = 1$

$\alpha_1 = 180^\circ$ (entrada do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_1 = -1$

$\rho =$ constante em cada secção $\Rightarrow \rho$ “sai” da integral dupla em cada secção

A equação do balanço global de energia fica:

$$q - \dot{W}_s = \rho_2 \iint_{A_2} \left[vH + \frac{v^3}{2} + vgz \right] dA - \rho_1 \iint_{A_1} \left[vH + \frac{v^3}{2} + vgz \right] dA + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Essa expressão pode ser escrita de outro modo. Para tanto, alguns termos serão rearranjados, conforme a seguir.

Pode-se escrever $\rho_2 \iint_{A_2} \frac{v^3}{2} dA$ como:

$$\rho_2 \iint_{A_2} \frac{v^3}{2} dA = \left[\frac{w_2}{v_{b2} A_2} \right] \iint_{A_2} \frac{v^3}{2} dA = \frac{w_2}{v_{b2} A_2} \frac{(v^3)_{av,2}}{2} A_2 = \frac{w_2 (v^3)_{av,2}}{2 v_{b2}}$$

Analogamente pode-se escrever desse modo para a seção 1. Estendendo essa maneira para (vH) e (vgz) , resulta:

$$q - \dot{W}_s = \frac{w_2 (vH)_{av,2}}{v_{b2}} + \frac{w_2 (v^3)_{av,2}}{2 v_{b2}} + \frac{w_2 g (vz)_{av,2}}{v_{b2}} - \frac{w_1 (vH)_{av,1}}{v_{b1}} - \frac{w_1 (v^3)_{av,1}}{2 v_{b1}} - \frac{w_1 g (vz)_{av,1}}{v_{b1}} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Caso II

$v_s = 0 \Rightarrow$ a integral dupla do 1º membro é nula

$\alpha_2 = 0^\circ$ (saída do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_2 = 1$

$\alpha_1 = 180^\circ$ (entrada do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_1 = -1$

$\rho =$ constante em cada secção $\Rightarrow \rho$ “sai” da integral dupla em cada secção.

$w_2 = w_1 = w =$ constante $\Rightarrow$ pode-se colocar w em evidência e em seguida dividir membro a membro por w .

A equação do balanço global de energia fica:

$$Q - \dot{W}_s = \frac{(vH)_{av,2}}{v_{b2}} + \frac{(v^3)_{av,2}}{2 v_{b2}} + \frac{g(vz)_{av,2}}{v_{b2}} - \frac{(vH)_{av,1}}{v_{b1}} - \frac{(v^3)_{av,1}}{2 v_{b1}} - \frac{g(vz)_{av,1}}{v_{b1}} + \frac{1}{w} \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_{\tilde{V}} E \rho d\tilde{V}$$

Vale observar que essa nova equação passa a ser em termos de energia/massa, pois foi dividida por w .

Caso III

$v_s = 0 \Rightarrow$ a integral dupla do 1º membro é nula

$\alpha_2 = 0^\circ$ (saída do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_2 = 1$

$\alpha_1 = 180^\circ$ (entrada do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_1 = -1$

$\rho =$ constante em cada secção $\Rightarrow \rho$ “sai” da integral dupla em cada secção.

$w_2 = w_1 = w = \text{constante} \Rightarrow$ pode-se colocar w em evidência e em seguida dividir membro a membro por w .

Não há acúmulo de energia $\Rightarrow$ a integral tripla é nula.

Com isso, fica:

$$Q - W_s = \frac{(vH)_{av,2}}{v_{b2}} + \frac{(v^3)_{av,2}}{2v_{b2}} + \frac{g(vz)_{av,2}}{v_{b2}} - \frac{(vH)_{av,1}}{v_{b1}} - \frac{(v^3)_{av,1}}{2v_{b1}} - \frac{g(vz)_{av,1}}{v_{b1}}$$

Caso IV $v_s = 0 \Rightarrow$ a integral dupla do 1º membro é nula

$\alpha_2 = 0^\circ$ (saída do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_2 = 1$

$\alpha_1 = 180^\circ$ (entrada do VC) $\Rightarrow \cos \alpha_1 = -1$

$\rho = \text{constante}$ em cada secção $\Rightarrow \rho$ “sai” da integral dupla em cada secção.

$w_2 = w_1 = w = \text{constante} \Rightarrow$ pode-se colocar w em evidência e em seguida dividir membro a membro por w .

Não há acúmulo de energia $\Rightarrow$ a integral tripla é nula.

A variação de velocidade, cota e temperatura (entalpia) é desprezível em cada secção $\Rightarrow (v^3)_{av} = v_b^3$; $(vH)_{av} = v_b H$; $(vz)_{av} = v_b z$.

A equação do balanço global de energia fica:

$$Q - W_s = (H_2 - H_1) + \frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

ou

$$Q - W_s = \Delta H + \frac{\Delta v_b^2}{2} + g\Delta z$$

Balanco Global de Energia Mecânica

Serão substituídos os termos “não mecânicos” da última equação por termos de energia mecânica.

Inicialmente, vale relembrar de novo que:

$$H = U + pV$$

Em termos “diferenciais”, pode-se escrever:

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

Ou ainda, em termos “integrais”:

$$\Delta H = \Delta U + \int_{V_1}^{V_2} pdV + \int_{p_1}^{p_2} Vdp$$

Mas, pela termodinâmica:

$$\Delta U = Q - W_{irrev} = Q - [W_{rev} - l_w] = Q - \left[\int_{V_1}^{V_2} pdV - l_w \right]$$

Logo

$$\Delta H = Q - \left[\int_{V_1}^{V_2} pdV - l_w \right] + \int_{V_1}^{V_2} pdV + \int_{p_1}^{p_2} Vdp$$

O termo $\int_{V_1}^{V_2} pdV$ se cancela e $V = 1/\rho$. Então:

$$\Delta H = Q + l_w + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho}$$

Substituindo o termo ΔH na equação de balanço global de energia (caso particular IV), tem-se:

$$Q - W_s = Q + l_w + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

O termo Q se cancela.

Chega-se finalmente à chamada equação de Bernoulli (ou equação de Bernoulli estendida):

$$\frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

Se ρ = constante em todo o volume de controle, a equação simplifica-se para:

$$\frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

$$\text{ou}$$

$$\frac{\Delta v_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

Casos Particulares da Equação de Bernoulli

Volume de Controle com Bomba

Pode-se distinguir a parcela l_w (perda de energia/massa por causa do atrito) em dois termos: o primeiro (l_{wp}) refere-se à perda na bomba e o segundo (l_{wf}) à perda em todo o volume de controle menos a bomba.

Define-se ainda o rendimento ou a eficiência da bomba como $\eta_p = (W_s + l_{wp})/W_s$, onde, na convenção de sinais adotada, para o caso de bomba, W_s é < 0 (o fluido recebe energia). Deve-se ressaltar que l_w , l_{wp} ou l_{wf} são sempre > 0 .

Substituindo esses novos termos na equação de Bernoulli, resulta:

$$\frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + l_{wf} + \eta_p W_s = 0$$

Volume de Controle com Turbina

Nesse caso, pode-se considerar $l_w = l_{wt} + l_{wf}$, sendo l_{wt} a perda de energia/massa na turbina. O rendimento da turbina é definido como $\eta_t = W_s/(W_s + l_{wt})$, onde na convenção de sinais adotada, para o caso de turbina, W_s é > 0 (o fluido fornece energia).

A equação de Bernoulli fica:

$$\frac{v_{b2}^2 - v_{b1}^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + l_{wf} + \frac{W_s}{\eta_t} = 0$$

Balanço Global de Quantidade de Movimento

A equação de Transporte de Reynolds é dada por:

$$\frac{DN}{D\theta} = \iint_A \eta \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \eta \rho dV$$

onde N é uma dada grandeza, $\eta = N/\text{massa}$ e $\frac{DN}{D\theta} = \frac{\partial N}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial N}{\partial x} + v_y \frac{\partial N}{\partial y} + v_z \frac{\partial N}{\partial z}$

Essa derivada é conhecida como a derivada substancial ou substantiva ou material e corresponde à derivada no enfoque lagrangeano, em que a observação é feita acompanhando-se o objeto em estudo.

No caso de balanço global de quantidade de movimento:

$$N = M\vec{v}$$

$$\eta = M\vec{v}/M = \vec{v}$$

Então, a equação de transporte de Reynolds nesse caso fica:

$$\frac{D(M\vec{v})}{D\theta} = \iint_A \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \vec{v} \rho dV$$

Mas, no enfoque Lagrangeano, tem-se:

$$\frac{D(M\vec{v})}{D\theta} = \vec{v} \frac{DM}{D\theta} + M \frac{D\vec{v}}{D\theta} = M\vec{a} = \vec{F}$$

pois $\frac{DM}{D\theta} = 0$ por definição de sistema fechado. Portanto:

$$\vec{F} = \iint_A \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \vec{v} \rho dV$$

As forças podem ser de: gravidade, atrito, pressão.

Deve-se observar que o aspecto vetorial da equação deve-se à velocidade pois o produto escalar (vazão volumétrica) é escalar.

Equações de Fator de Atrito em Tubulação

Equação de Churchill

$$f_D = 8 \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{3/2}} \right]^{1/12}$$

onde:

$$A = \left[2,457 \ln \frac{1}{(7/Re)^{0,9} + 0,27 \varepsilon/D} \right]^{16}$$
$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

Equação de Chen

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7065D} - \frac{5,0452}{Re} \log \left(\frac{1}{2,8257} \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right]$$

para $Re > 4000$

Referências:

- CHURCHILL, S.W. Chem. Eng., 91 (Nov 7, 1977).
CHEN, N.H. Ind. Eng. Chem. Fundam., 18, 3, 1979.

Balanços diferenciais e camada limite

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Química
PQI-3203- Fenômenos de Transporte I

Balanço Diferencial de Massa

Caso Geral

Seja o volume de controle finito $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$. Pelo balanço de massa, tem-se:

$$[(\rho v_x)_{x+\Delta x} - (\rho v_x)_x] \Delta y \Delta z + [(\rho v_y)_{y+\Delta y} - (\rho v_y)_y] \Delta x \Delta z + [(\rho v_z)_{z+\Delta z} - (\rho v_z)_z] \Delta x \Delta y + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} (\Delta x \Delta y \Delta z) = 0$$

Dividindo-se a expressão por $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ e em seguida fazendo $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ e $\Delta z \rightarrow 0$, temos que:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

ou

$$\text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

ou

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

As equações acima podem ser escritas de outro modo ainda. Desenvolvendo-se as derivadas, tem-se:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

Colocando ρ em evidência, resulta:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \left(v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) = 0$$

Ou

$$\rho \text{div} \vec{v} + \frac{D\rho}{D\theta} = 0$$

Todas as equações ora obtidas, expressas de diversos modos, representam o balanço diferencial de massa e são conhecidas como Equações de Continuidade. A sua validade pressupõe apenas que o fluido seja contínuo.

No Apêndice 2 do livro-texto encontram-se as equações de balanço diferencial de massa para os sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas.

Casos Particulares

Caso I Regime permanente $\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$

A equação do balanço diferencial de massa fica então:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

ou

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Caso II $\rho = \text{constante} \Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = 0$

A equação do balanço diferencial de massa fica então:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Ou

$$\text{div } \vec{v} = 0$$

Balanco Diferencial de Quantidade de Movimento

Caso Geral

Seja o volume de controle finito $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$. Pelo balanço de quantidade de movimento na direção x, tem-se:

$$\begin{aligned} & [(\rho v_x v_x)_{x+\Delta x} - (\rho v_x v_x)_x] \Delta y \Delta z + [(\rho v_y v_x)_{y+\Delta y} - (\rho v_y v_x)_y] \Delta x \Delta z + \\ & [(\rho v_z v_x)_{z+\Delta z} - (\rho v_z v_x)_z] \Delta x \Delta y + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} [\Delta x \Delta y \Delta z] \\ & = -\{[(\tau_{xx})_{x+\Delta x} - (\tau_{xx})_x] \Delta y \Delta z + [(\tau_{yx})_{y+\Delta y} - (\tau_{yx})_y] \Delta x \Delta z \\ & + [(\tau_{zx})_{z+\Delta z} - (\tau_{zx})_z] \Delta x \Delta y\} - \{[(p)_{x+\Delta x} - (p)_x] \Delta y \Delta z\} + \rho(\Delta x \Delta y \Delta z)g \end{aligned}$$

Dividindo-se a equação por $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ e em seguida fazendo $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ e $\Delta z \rightarrow 0$, resulta em:

$$\frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial \theta} = -\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Essa equação pode ser escrita de outro modo. Desenvolvendo-se as derivadas, vem:

$$\begin{aligned} & v_x \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + (\rho v_x) \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + (\rho v_y) \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_x \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + (\rho v_z) \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ & + v_x \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial \theta} = -\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \end{aligned}$$

Colocando-se v_x e ρ em evidência, fica:

$$\begin{aligned} & v_x \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right] \\ & + \rho \left[v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial \theta} \right] \\ & = -\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \end{aligned}$$

O primeiro colchete do 1º membro da equação acima é nulo pela equação de continuidade e o segundo é a derivada substancial de v_x . Então, o balanço diferencial de quantidade de movimento na direção x pode ser escrito como:

$$\rho \frac{Dv_x}{D\theta} = -\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Casos Particulares

Caso I Fluido newtoniano

Para os fluidos newtonianos, demonstra-se que valem as seguintes relações para τ :

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= -2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{2\mu}{3} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\ \tau_{yy} &= -2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{2\mu}{3} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\ \tau_{zz} &= -2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2\mu}{3} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = -\mu \left[\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right] \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = -\mu \left[\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right] \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = -\mu \left[\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right]\end{aligned}$$

Substituindo τ_{xx} , τ_{yx} e τ_{zx} na equação geral, tem-se:

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dv_x}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x\end{aligned}$$

Caso II Fluido newtoniano Viscosidade constante

Após devido rearranjo matemático da última equação, chega-se a:

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Caso III Fluido newtoniano Viscosidade constante Densidade constante

Nesse caso, $\text{div } \mathbf{v} = 0$, ou seja, o segundo parênteses do 2º membro é nulo. Logo:

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Explicitando a derivada substancial, resulta a chamada equação de Navier-Stokes, na direção x:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

As equações de Navier-Stokes nas direções y e z são dadas respectivamente por:

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z$$

No Apêndice 2 do livro adotado, encontram-se as equações de Navier-Stokes para os sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas.

Solução de Casos Particulares da Equação de Navier-Stokes

Caso I Escoamento num Tubo Circular

Determinar o perfil de velocidades num escoamento unidimensional (direção axial), sob regime laminar, estado estacionário, escoamento isotérmico desenvolvido, de um fluido newtoniano incompressível, num tubo circular horizontal de diâmetro constante.

Equação de continuidade:

$$\text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Em coordenadas cilíndricas, tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi}(\rho v_\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0$$

Considerando-se as hipóteses do caso estudado, a equação simplifica-se para:

$$\rho \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

Equação de quantidade de movimento na direção z:

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z$$

Considerando-se que $\frac{dp}{dz} = \frac{\Delta p}{L}$ = constante, a equação simplificada fica:

$$\mu \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) \right] = \frac{\Delta p}{L}$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = \frac{r \Delta p}{\mu L}$$

$$r \frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta p r^2}{\mu L} + C_1$$

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta p}{2\mu L} r + \frac{C_1}{r}$$

1ª condição de contorno:

$$C_1 = 0$$

Então:

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta p}{2\mu L} r$$
$$v_z = \frac{\Delta p}{2\mu L} \frac{r^2}{2} + C_2$$

2ª condição de contorno:

$$C_2 = -\Delta p \cdot R^2 / 4\mu L$$

Portanto, o perfil de velocidades resulta:

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\mu L} (r^2 - R^2)$$

Ou

$$v_z = -\frac{\Delta p}{4\mu L} R^2 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = v_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Caso II Escoamento entre Placas Planas

Determinar o perfil de velocidades num escoamento unidimensional (direção longitudinal), sob regime laminar, estado estacionário, escoamento isotérmico desenvolvido, de um fluido newtoniano incompressível, entre duas placas planas paralelas horizontais, com espaçamento entre elas constante (ver fig. 10-1 do livro adotado).

Equação de continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

Equação de quantidade de movimento na direção x:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Considerando-se que $\frac{dp}{dz} = \frac{\Delta p}{L}$ = constante, a equação simplificada fica:

$$\mu \frac{d^2 v_x}{dy^2} = \frac{\Delta p}{L}$$
$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta p}{\mu L} y + C_1$$

1ª condição de contorno:

$$C_1 = 0$$

Então:

$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta p}{\mu L} y$$

$$v_x = \frac{\Delta p}{\mu L} \frac{y^2}{2} + C_2$$

2ª condição de contorno:

$$C_2 = -\Delta p \cdot y_o^2 / 2\mu L$$

Portanto, o perfil de velocidades resulta:

$$v_x = \frac{\Delta p}{2\mu L} (y^2 - y_o^2)$$

Ou

$$v_x = \frac{\Delta p}{2\mu L} y_o^2 \left[1 - \left(\frac{y}{y_o} \right)^2 \right] = v_{max} \left[1 - \left(\frac{y}{y_o} \right)^2 \right]$$

Caso III Escoamento num Espaço Anular

Determinar o perfil de velocidades num escoamento unidimensional (direção axial), sob regime laminar, estado estacionário, escoamento isotérmico desenvolvido, de um fluido newtoniano incompressível, num espaço anular formado por dois tubos circulares concêntricos horizontais de diâmetros respectivamente constantes.

Equação de continuidade simplificada:

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} (v_z) = 0$$

Equação de quantidade de movimento na direção z simplificada:

$$\mu \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) \right] = \frac{\Delta p}{L}$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = \frac{r \Delta p}{\mu L}$$

$$r \frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta p}{\mu L} \frac{r^2}{2} + C_1$$

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta p}{2\mu L} r + \frac{C_1}{r}$$

1ª Condição de contorno:

$$r = R_1 ; v_z(r) = 0$$

2ª Condição de contorno:

$$r = R_2 ; v_z(r) = 0$$

Então:

$$v_z = \frac{\Delta p}{2\mu L} \frac{r^2}{2} + C_1 \ln r + C_2$$

Substituindo as condições de contorno na equação acima, temos que:

$$0 = \frac{\Delta p}{2\mu L} \frac{R_1^2}{2} + C_1 \ln R_1 + C_2$$

$$0 = \frac{\Delta p}{2\mu L} \frac{R_2^2}{2} + C_1 \ln R_2 + C_2$$

Subtraindo-se as equações acima, encontra-se C_1

$$C_1 = -\frac{\Delta p}{4\mu L} * \frac{(R_1^2 - R_2^2)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}$$

E substituindo C_1 , encontra-se C_2 :

$$C_2 = \frac{\Delta p}{4\mu L} * \left[\frac{(R_1^2 - R_2^2) \ln(R_1)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} - R_1^2 \right]$$

Logo:

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\mu L} r^2 - \frac{\Delta p}{4\mu L} * \frac{(R_1^2 - R_2^2)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} * \ln r + \frac{\Delta p}{4\mu L} * \left[\frac{(R_1^2 - R_2^2) \ln(R_1)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} - R_1^2 \right]$$

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\mu L} \left[r^2 - R_1^2 - \left(\frac{(R_1^2 - R_2^2)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} \right) * \ln \frac{r}{R_1} \right]$$

Derivando-se a equação acima em relação a r , pode-se encontrar a posição onde a velocidade será máxima:

$$r_{max} = \sqrt{\frac{R_1^2 - R_2^2}{2 \ln \frac{R_1}{R_2}}}$$

Substituindo-se a expressão do r_{max} na equação anterior, tem-se o perfil de velocidades:

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\mu L} \left[r^2 - R_1^2 - 2r_{max}^2 * \ln \frac{r}{R_1} \right]$$

Camada Limite Laminar em Placa Plana

Hipóteses do Estudo

Escoamento bidimensional de um fluido newtoniano, incompressível, dentro da camada limite laminar, formada sobre uma placa plana horizontal, com incidência nula na borda de ataque, sob regime permanente, isotérmico, com velocidade de aproximação constante, gradiente de pressão desprezível na direção de escoamento.

Perfil de Velocidades

Equação de continuidade:

$$\text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

Então:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{eq. 1})$$

Equação de quantidade de movimento na direção x:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$$

Então:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (\text{eq. 2})$$

No caso da placa plana $dp/dx = 0$.

Condições de contorno:

$$y = 0 : v_x = v_y = 0$$

$$y = \infty : v_0 = 0$$

Define-se a função corrente Ψ de modo que $\frac{\delta\Psi}{\delta y} = v_x$ e $\frac{\delta\Psi}{\delta x} = -v_y$.

Então, a eq. 2 fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial\Psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial\Psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial\Psi}{\partial y} \right) &= \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial\Psi}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial\Psi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y} \right) - \left(\frac{\partial\Psi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} \right) &= \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^3\Psi}{\partial y^3} \right) \end{aligned} \quad (\text{eq. 3})$$

Para a solução desta equação diferencial, será usado o método de Combinação de Variáveis. Definem-se as novas variáveis adimensionais:

$$\begin{aligned} \eta &= y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \\ f(\eta) &= \frac{\Psi}{\sqrt{\frac{v_o \mu x}{\rho}}} \end{aligned}$$

Com isso, demonstra-se que, após devidos rearranjos, a eq. 3 torna-se uma equação diferencial ordinária de 3ª ordem:

$$f(\eta) \frac{d^2 f(\eta)}{d\eta^2} + 2 \frac{d^3 f(\eta)}{d\eta^3} = 0 \quad (\text{eq. 4})$$

As relações entre as novas variáveis introduzidas $[\eta, f(\eta)]$ e as anteriores $[v_x, v_y]$ são dadas por:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial\Psi}{\partial y} = \frac{\partial\Psi}{\partial\eta} \frac{\partial\eta}{\partial y} = f'(\eta) \sqrt{\frac{v_o \mu x}{\rho}} \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} = f'(\eta) v_o \\ v_y &= -\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -\left[f'(\eta) \left(-\frac{1}{2} \right) \left(y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu}} x^{-3/2} \right) \sqrt{\frac{v_o \mu x}{\rho}} + f(\eta) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_o \mu}{\rho x}} \right] \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_o \mu}{\rho x}} \left[y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} f'(\eta) - f(\eta) \right] = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_o \mu}{\rho x}} [\eta f'(\eta) - f(\eta)] \end{aligned}$$

Logo, as condições de contorno da eq. 4 são:

$$\eta = 0 : f = f' = 0$$

$$\eta = \infty : f' = 1,0$$

Uma das soluções da eq. 4 que satisfaz as condições de contorno acima é a chamada solução exata de Blasius, dada pela série polinomial:

$$f(\eta) = 0,16603 \cdot \eta^2 - 4,594 \cdot 10^{-4} \cdot \eta^5 + 2,4972 \cdot 10^{-6} \cdot \eta^8 - 1,4277 \cdot 10^{-8} \cdot \eta^{11} + \dots$$

A sua derivada é:

$$f'(\eta) = 0,33206 \cdot \eta - 22,9715 \cdot 10^{-4} \cdot \eta^4 + 19,9776 \cdot 10^{-6} \cdot \eta^7 - 15,7047 \cdot 10^{-8} \cdot \eta^{10} + \dots$$

Finalmente, os perfis das componentes de velocidade v_x e v_y serão dados respectivamente por:

$$\begin{aligned} v_x &= v_o f'(\eta) = v_o [0,33206 \cdot \eta - 22,9715 \cdot 10^{-4} \cdot \eta^4 + \dots] \\ &= v_o \left[0,33206 y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} - 22,9715 \cdot 10^{-4} \left(y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \right)^4 + \dots \right] \\ v_y &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu v_o}{\rho x}} [\eta f'(\eta) - f(\eta)] \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu v_o}{\rho x}} \left[y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \left(0,33206 y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} - 22,9715 \cdot 10^{-4} \left(y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \right)^4 + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(0,16603 \left(y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \right)^2 - 4,594 \cdot 10^{-4} \left(y \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \right)^5 + \dots \right) \right] \end{aligned}$$

Tensão de Cisalhamento na Placa

A tensão de cisalhamento sobre a placa ($y = 0$) para um fluido newtoniano é obtida por:

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Mas, pelo perfil de velocidades v_x anteriormente determinado, tem-se:

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = v_o \left[0,33206 \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} - 4 * 22,9715 \cdot 10^{-4} \left(\sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \right)^4 y^3 + \dots \right]$$

Então:

$$\tau_s = 0,33206 \mu v_o \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}}$$

Força de Atrito na Placa

A força de atrito sobre a placa plana de comprimento L (direção x) e largura b (direção z) é dada por:

$$F_d = \int_0^b \int_0^L \tau_s dx dz = \int_0^b \int_0^L 0,33206 \mu v_o \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} dx dz = b \cdot 0,33206 \mu v_o \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \cdot 2 \cdot \sqrt{x} \Big|_0^L$$

$$F_d = 0,66412b\mu v_o \sqrt{\frac{\rho v_o L}{\mu}}$$

ou

$$F_d = 0,66412b\mu v_o \sqrt{Re_L}$$

Coeficiente de Atrito na Placa

O fator ou coeficiente de atrito é definido como:

$$f = \frac{\text{Força de atrito}}{(\text{área característica})(\text{energia cinética característica})}$$

$$f = \frac{F_d}{(bL) \left(\frac{1}{2} \rho v_o^2 \right)}$$

$$f = 1,328 \sqrt{\frac{\mu}{\rho v_o L}}$$

$$f = 1,328 (Re_L)^{-1/2}$$

Espessura da Camada Limite Laminar

Fazendo-se o gráfico de $f'(\eta)$ em função de η , observa-se que para $\eta \sim 5$, $f'(\eta)$ assume o valor assintótico igual a 1. Pelas definições de $f'(\eta)$ e η , então:

$$5 = \delta \sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}}$$

ou

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu x}{\rho v_o}}$$

Balanço Global em Camada Limite

Balanço Global de Massa na Camada Limite

No volume de controle indicado, pelo balanço global de massa, tem-se:

$$\iint_A v \rho \cos \alpha \, dA + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V \rho \, d\tilde{V} = 0$$

Como se trata de regime permanente, a derivada em relação ao tempo é nula.
 No caso, a superfície de controle A é a soma de $(A_1 + A_2 + A_3)$, sendo que:

$$\begin{aligned} \text{Em } A_1: \quad & v \cos \alpha = -v_x \\ \text{Em } A_2: \quad & v \cos \alpha = +v_x \\ \text{Em } A_3: \quad & v \cos \alpha = v \cos \alpha \end{aligned}$$

Então:

$$\iint_{A_2} v_x \rho \, dA - \iint_{A_1} v_x \rho \, dA + \iint_{A_3} v \rho \cos \alpha \, dA = 0$$

Donde, obtém-se:

$$\iint_{A_3} v \rho \cos \alpha \, dA = - \left[\iint_{A_2} v_x \rho \, dA - \iint_{A_1} v_x \rho \, dA \right] \quad (\text{eq. 1})$$

Balanço Global de Quantidade de Movimento na Camada Limite

Pelo balanço global de quantidade de movimento na direção x , tem-se:

$$\iint_A v_x \rho \, v \cos \alpha \, dA + \frac{\partial}{\partial \theta} \iiint_V v_x \rho \, d\tilde{V} = R_x + F_{xp} + F_{xd} + F_{xg}$$

Simplificando-se a equação, fica:

$$\iint_A v_x \rho \, v \cos \alpha \, dA = F_{xd}$$

Subdividindo-se de novo a superfície de controle A em $(A_1 + A_2 + A_3)$, vem:

$$\iint_{A_2} v_x^2 \rho \, dA - \iint_{A_1} v_x^2 \rho \, dA + \iint_{A_3} v_o v \rho \cos \alpha \, dA = F_{xd} \text{ (eq. 2)}$$

Substituindo a eq. 1 na eq. 2, resulta:

$$\iint_{A_2} v_x^2 \rho \, dA - \iint_{A_1} v_x^2 \rho \, dA - v_o \left[\iint_{A_2} v_x \rho \, dA - \iint_{A_1} v_x \rho \, dA \right] = F_{xd}$$

Para $\rho = \text{constante}$:

$$\begin{aligned} \iint_{A_2} (v_x^2 - v_o v_x) dA - \iint_{A_1} (v_x^2 - v_o v_x) dA &= \frac{F_{xd}}{\rho} \\ \iint_{A_2} v_x (v_o - v_x) dA - \iint_{A_1} v_x (v_o - v_x) dA &= -\frac{F_{xd}}{\rho} \end{aligned}$$

$$dA = dy \, dz$$

$$\int_0^W \int_0^{\delta_2} v_x (v_o - v_x) dy dz - \int_0^W \int_0^{\delta_1} v_x (v_o - v_x) dy dz = -\frac{F_{xd}}{\rho}$$

$$-F_{xd} = \tau_{s,av} (x_2 - x_1) W$$

Onde $\tau_{s,av}$ é o valor médio da tensão de cisalhamento na placa, entre x_2 e x_1 (pois τ_s varia com x) e $[(x_2 - x_1)W]$ é a área da placa considerada.

Então:

$$\begin{aligned} W \int_0^{\delta_2} v_x (v_o - v_x) dy - W \int_0^{\delta_1} v_x (v_o - v_x) dy &= \frac{\tau_{s,av} (x_2 - x_1) W}{\rho} \\ \frac{\int_0^{\delta_2} v_x (v_o - v_x) dy - \int_0^{\delta_1} v_x (v_o - v_x) dy}{x_2 - x_1} &= \frac{\tau_{s,av}}{\rho} \end{aligned}$$

Quando $(x_2 - x_1) \rightarrow 0$, ou seja, quando $x_2 \rightarrow x_1$, τ_s assume o valor num dado ponto x .

Logo:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_x (v_o - v_x) dy = \frac{\tau_s}{\rho} \text{ (eq. 3)}$$

Essa equação será usada posteriormente na dedução da espessura da camada limite.

Aplicações para a Camada Limite Laminar

Um perfil de velocidades simples para o escoamento dentro da camada limite laminar é dado por um polinômio de 3º grau (série polinomial já “truncada”):

$$\frac{v_x}{v_o} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

Essa equação é solução daquela equação diferencial ordinária de 3º grau (ver Camada Limite Laminar em Placa Plana) e atende as condições de contorno, a saber:

$$\begin{aligned} y = 0: & \quad v_x = 0 \\ y = \delta: & \quad v_x = v_o \\ y = \delta & \quad \frac{dv_x}{dy} = 0 \quad (v_x \text{ é máxima}) \end{aligned}$$

Substituindo esse perfil no lugar de v_x na eq. 3, tem-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta v_o \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \left[v_o - v_o \left(\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right) \right] dy = \frac{\tau_s}{\rho}$$

Efetuando-se a integração, resulta:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{280\tau_s}{39v_o^2\rho} \quad (\text{eq. 4})$$

Mas, para o fluido newtoniano,

$$\tau_s = \mu \left. \frac{dv_x}{dy} \right|_{y=0}$$

Derivando-se v_x em relação a y , a partir do perfil de velocidades considerado (polinômio de 3º grau), vem:

$$\tau_s = \mu \frac{3v_o}{2\delta}$$

Então, voltando-se à eq. 4, resulta:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{280}{39v_o^2\rho} \left(\mu \frac{3v_o}{2\delta} \right)$$

Finalmente, para se obter a expressão da espessura da camada limite, basta integrar a equação acima. Logo:

$$\int_0^{\delta_L} \delta \, d\delta = \frac{280}{39v_o^2\rho} \frac{3\mu v_o}{2} \int_0^L dx$$

$$\delta_L = 4,64 \sqrt{\frac{\mu L}{\rho v_o}}$$

Vale lembrar que, pela solução de Blasius, a expressão obtida para a espessura da camada limite laminar é semelhante (o coeficiente era 5, no lugar de 4,64).

A partir da tensão de cisalhamento e da força de atrito, chega-se à seguinte equação para o fator de atrito:

$$f = 1,29 . Re_L^{-1/2}$$

De novo, a expressão é semelhante àquela obtida a partir da solução de Blasius (o coeficiente era 1,328, no lugar de 1,29).

Aplicações para a Camada Limite Turbulenta

Um perfil de velocidades simples para escoamento turbulento no interior de um tubo circular é dado por $v = v_{max} (y/R)^{1/7}$. “Adaptando-se” essa equação para o escoamento dentro da camada limite turbulenta sobre uma placa plana, pode-se escrever: $v_x = v_o (y/\delta)^{1/7}$.

Substituindo esse perfil no lugar de v_x na eq. 3, tem-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left[v_o \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \right] \left[v_o - v_o \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \right] dy = \frac{\tau_s}{\rho}$$

Efetuada-se a integração, resulta:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{72}{7} \frac{\tau_s}{\rho v_o^2}$$

Para prosseguir na obtenção da espessura da camada limite, necessita-se de uma expressão para τ_s . De novo, essa será obtida a partir de “adaptações” da expressão correspondente em tubo circular.

Num tubo circular, $\tau_s = f(\rho v_b^2/2)$. Uma das equações para o fator de atrito em tubo liso é $f = 0,079(\rho v_b D/\mu)^{-1/4}$.

Para o escoamento na camada limite turbulenta sobre uma placa plana, pode-se fazer as seguintes “aproximações”: $D = 2\delta$; $v_b = 0,817 v_{max} = 0,817 v_o$.

Então, a equação da tensão de cisalhamento sobre a placa fica:

$$\tau_s = \frac{\rho(0,817 v_o)^2}{2} \left[0,079 \left(\frac{\rho 0,817 v_o 2\delta}{\mu} \right)^{-1/4} \right]$$

$$\tau_s = 0,023 \rho v_o^2 \left(\frac{\rho v_o \delta}{\mu} \right)^{-1/4}$$

Então, voltando-se à eq. 4, resulta:

$$\begin{aligned}\frac{d\delta}{dx} &= \frac{72}{7\rho v_o^2} 0,023 \rho v_o^2 \left(\frac{\rho v_o \delta}{\mu} \right)^{-\frac{1}{4}} \\ \int_0^{\delta_L} \delta^{-\frac{1}{4}} d\delta &= \frac{72}{7} \cdot 0,023 \left(\frac{\rho v_o}{\mu} \right)^{-\frac{1}{4}} \int_0^L dx \\ \delta_L &= 0,376 \left(\frac{\rho v_o L}{\mu} \right)^{-\frac{1}{5}} L \\ \delta_L &= 0,376 (Re_L)^{-\frac{1}{5}} L\end{aligned}$$

A partir da tensão de cisalhamento e da força de atrito, chega-se à seguinte equação para o fator de atrito:

$$f = 0,072 (Re_L)^{-1/5}$$

Convém destacar que para as equações deduzidas, pressupôs-se que a camada limite turbulenta inicia logo na borda de ataque.

Para o caso de ocorrer uma camada limite laminar antecedendo a turbulenta, pode-se usar a equação de Prandtl-Schlichting para o fator de atrito:

$$f = \frac{0,455}{(\log Re_L)^{2,58}} - \frac{A}{Re_L}$$

onde A é uma constante cujo valor depende do Re de transição (Re crítico):

Re_{cr}	3×10^5	5×10^5	1×10^6	3×10^6
A	1050	1700	3300	8700

Camada Limite Laminar em Placa Plana

Expressões deduzidas a partir da solução de Blasius

$$v_x = f'(\eta)v_o \quad (\text{componente de velocidade } v_x)$$

$$v_y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{v_o\mu}{\rho x}}[\eta f'(\eta) - f(\eta)] \quad (\text{componente de velocidade } v_y)$$

$$\eta = y\sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}}$$

$$f(\eta) = 0,16603.\eta^2 - 4,594.10^{-4}.\eta^5 + 2,4972.10^{-6}.\eta^8 - 1,4277.10^{-8}.\eta^{11} + \dots$$

$$f'(\eta) = 0,33206.\eta - 22,9715.10^{-4}.\eta^4 + 19,9776.10^{-6}.\eta^7 - 15,7047.10^{-8}.\eta^{10} + \dots$$

(Ver solução gráfica nas figuras 11-8 e 11-9, Bennett & Myers, 1982)

$$\tau_s = 0,33206\mu v_o\sqrt{\frac{\rho v_o}{\mu x}} \quad (\text{tensão de cisalhamento na placa})$$

$$F_d = 0,66412.b.\mu.v_o\sqrt{Re_L} \quad (\text{força de atrito na placa})$$

$$f = 1,328(Re_L)^{-1/2} \quad (\text{fator de atrito na placa em camada limite laminar})$$

$$\delta = 5\sqrt{\frac{\mu x}{\rho v_o}} \quad (\text{espessura da camada limite laminar})$$

Camada Limite Turbulenta em Placa Plana ($x_{cr} = 0$)

$$\delta = 0,376\left(\frac{\rho v_o L}{\mu}\right)^{-\frac{1}{5}}L \quad (\text{espessura da camada limite turbulenta})$$

$$f = 0,072\left(\frac{\rho v_o L}{\mu}\right)^{-1/5} \quad (\text{fator de atrito na placa em camada limite turbulenta})$$

TABELAS E GRÁFICOS DE PROPRIEDADES

Tabela 1. Viscosidade de líquidos: frações de petróleo, óleos animais e vegetais e ácidos graxos.

VISCOSITIES OF PETROLEUM FRACTIONS For temperature ranges employed in the text Coordinates to be used with Fig. 14		
	X	Y
76°API natural gasoline.....	14.4	6.4
56°API gasoline.....	14.0	10.5
42°API kerosene.....	11.6	16.0
35°API distillate.....	10.0	20.0
24°API mid-continent crude.....	10.3	21.3
28°API gas oil.....	10.0	23.6

VISCOSITIES OF ANIMAL AND VEGETABLE OILS*				
	Acid No.	Sp gr. 20/4°C	X	Y
Almond.....	2.85	0.9188	6.9	28.2
Coconut.....	0.01	0.9226	6.9	26.9
Cod liver.....		0.9138	7.7	27.7
Cottonseed.....	14.24	0.9187	7.0	28.0
Lard.....	3.39	0.9138	7.0	28.2
Linseed.....	3.42	0.9297	6.3	27.5
Mustard.....		0.9237	7.0	28.5
Neatsfoot.....	13.35	0.9158	6.5	28.0
Olive.....		0.9158	6.6	28.3
Palm kernel.....	9.0	0.9190	7.0	26.9
Perilla, raw.....	1.36	0.9297	8.1	27.2
Rapeseed.....	0.34	0.9114	7.0	28.8
Sardine.....	0.57	0.9384	7.7	27.3
Soybean.....	3.50	0.9228	8.3	27.5
Sperm.....	0.80	0.8829	7.7	26.3
Sunflower.....	2.76	0.9207	7.5	27.6
Whale, refined.....	0.73	0.9227	7.5	27.5

* Based on data at 100 and 210°F of A. R. Rascoria and F. L. Carnahan, *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1212-1213 (1936).

VISCOSITIES OF COMMERCIAL FATTY ACIDS* 250 to 400°F			
	Sp gr at 300°F	X	Y
Lauric.....	0.792	10.1	23.1
Oleic.....	0.799	10.0	23.2
Palmitic.....	0.786	9.2	25.9
Stearic.....	0.789	10.5	25.5

* From data of D. Q. Kern and W. Van Ness, *Ind. Eng. Chem.*, **41**, 2209 (1949).

Referência: KERN, D. Q. *Process Heat Transfer*. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1965.

Tabela 2. Viscosidade de líquidos.

VISCOSITIES OF LIQUIDS*
Coordinates to be used with Fig. 14

Liquid	X	Y	Liquid	X	Y
Acetaldehyde	15.2	4.8	Freon-21	15.7	7.5
Acetic acid, 100%	12.1	14.2	Freon-22	17.2	4.7
Acetic acid, 70%	9.5	17.0	Freon-113	12.5	11.4
Acetic anhydride	12.7	12.8	Freon-114	14.6	8.3
Acetone, 100%	14.5	7.2	Glycerol, 100%	2.0	30.0
Acetone, 35%	7.9	15.0	Glycerol, 50%	6.9	19.6
Allyl alcohol	10.2	14.3	Heptane	14.1	8.4
Ammonia, 100%	12.6	2.0	Hexane	14.7	7.0
Ammonia, 26%	10.1	13.9	Hydrochloric acid, 31.5%	13.0	16.6
Amyl acetate	11.8	12.5	Isobutyl alcohol	7.1	18.0
Amyl alcohol	7.5	18.4	Isobutyric acid	12.2	14.4
Aniline	8.1	18.7	Isopropyl alcohol	8.2	16.0
Anisole	12.3	13.5	Mercury	18.4	16.4
Arsenic trichloride	13.9	14.5	Methanol, 100%	12.4	10.5
Benzene	12.5	10.9	Methanol, 90%	12.3	11.8
Brine, CaCl ₂ , 25%	6.6	15.9	Methanol, 40%	7.8	15.5
Brine, NaCl, 25%	10.2	16.6	Methyl acetate	14.2	8.2
Bromine	14.2	13.2	Methyl chloride	15.0	3.8
Bromotoluene	20.0	15.9	Methyl ethyl ketone	13.9	8.6
n-Butane	15.3	3.3	Naphthalene	7.9	18.1
Isobutane	14.5	3.7	Nitric acid, 95%	12.8	13.8
Butyl acetate	12.3	11.0	Nitric acid, 60%	10.8	17.0
Butyl alcohol	8.6	17.2	Nitrobenzene	10.6	16.2
Butyric acid	12.1	15.3	Nitrotoluene	11.0	17.0
Carbon dioxide	11.6	0.3	Octane	13.7	10.0
Carbon disulfide	16.1	7.5	Octyl alcohol	6.6	21.1
Carbon tetrachloride	12.7	13.1	Pentachloroethane	10.9	17.3
Chlorobenzene	12.3	12.4	Pentane	14.9	5.2
Chloroform	14.4	10.2	Phenol	6.9	20.8
Chlorosulfonic acid	11.2	18.1	Phosphorus tribromide	13.8	16.7
Chlorotoluene, ortho	13.0	13.3	Phosphorus trichloride	16.2	10.9
Chlorotoluene, meta	13.3	12.5	Propane	15.3	1.0
Chlorotoluene, para	13.3	12.5	Propionic acid	12.8	13.8
Cresol, meta	2.5	20.8	Propyl alcohol	9.1	16.5
Cyclohexanol	2.9	24.3	Propyl bromide	14.5	9.6
Dibromoethane	12.7	15.8	Propyl chloride	14.4	7.5
Dichloroethane	13.2	12.2	Propyl iodide	14.1	11.6
Dichloromethane	14.6	8.9	Sodium	16.4	13.9
Diethyl oxalate	11.0	16.4	Sodium hydroxide, 50%	3.2	25.8
Dimethyl oxalate	12.3	15.8	Stannic chloride	13.5	12.8
Diphenyl	12.0	18.3	Sulfur dioxide	15.2	7.1
Dipropyl oxalate	10.3	17.7	Sulfuric acid, 110%	7.2	27.4
Ethyl acetate	13.7	9.1	Sulfuric acid, 98%	7.0	24.8
Ethyl alcohol, 100%	10.5	13.8	Sulfuric acid, 60%	10.2	21.3
Ethyl alcohol, 95%	9.8	14.3	Sulfuryl chloride	15.2	12.4
Ethyl alcohol, 40%	6.5	16.6	Tetrachloroethane	11.9	15.7
Ethyl benzene	13.2	11.5	Tetrachloroethylene	14.2	12.7
Ethyl bromide	14.5	8.1	Titanium tetrachloride	14.4	12.3
Ethyl chloride	14.8	6.0	Toluene	13.7	10.4
Ethyl ether	14.5	5.3	Trichloroethylene	14.8	10.5
Ethyl formate	14.2	8.4	Turpentine	11.5	14.9
Ethyl iodide	14.7	10.3	Vinyl acetate	14.0	8.8
Ethylene glycol	6.0	23.6	Water	10.2	13.0
Formic acid	10.7	15.8	Xylene, ortho	13.5	12.1
Freon-11	14.4	9.0	Xylene, meta	13.9	10.6
Freon-12	16.8	5.6	Xylene, para	13.9	10.9

* From Perry, J. H., "Chemical Engineers' Handbook," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1959.

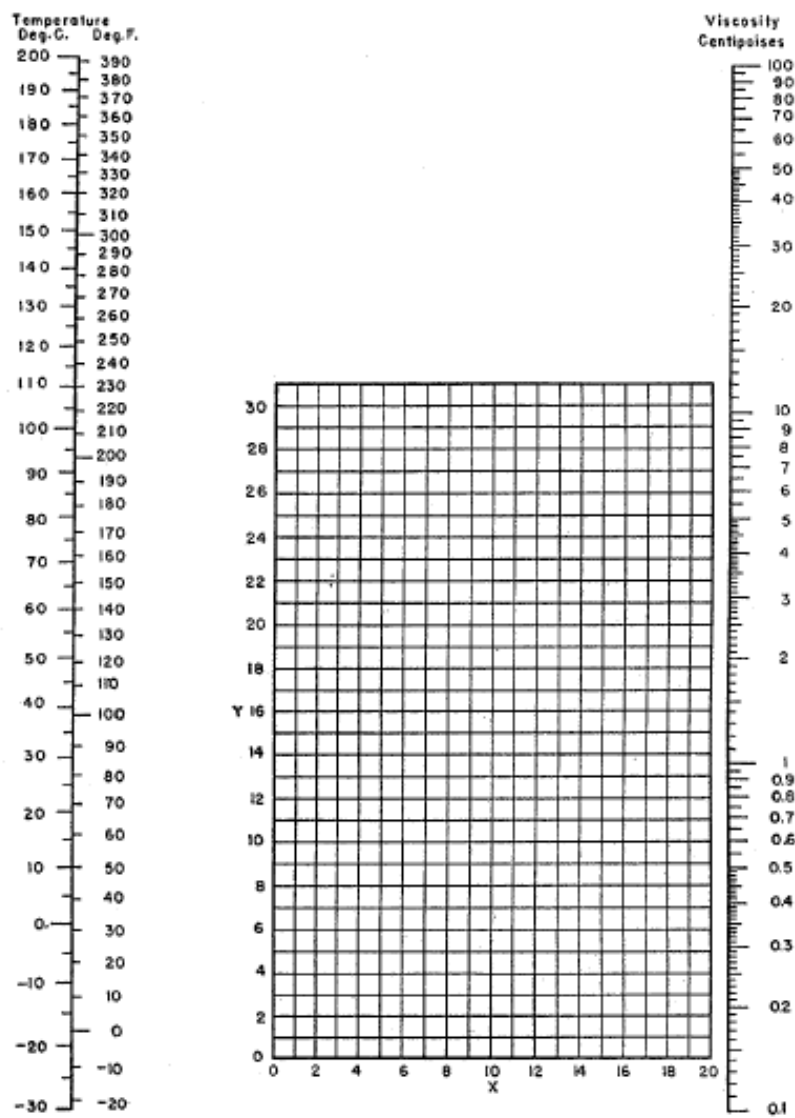


FIG. 14. Viscosities of liquids. (Perry, "Chemical Engineers' Handbook," 3d ed., McGraw Hill Book Company, Inc., New York, 1950.)

Referência: KERN, D. Q. Process Heat Transfer. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1965.

Tabela 3. Densidade de líquidos.

808

PROCESS HEAT TRANSFER

TABLE 6. SPECIFIC GRAVITIES AND MOLECULAR WEIGHTS OF LIQUIDS

Compound	Mol. wt.	s^*	Compound	Mol. wt.	s^*
Acetaldehyde.....	44.1	0.78	Ethyl iodide.....	155.9	1.93
Acetic acid, 100 %.....	60.1	1.05	Ethyl glycol.....	88.1	1.04
Acetic acid, 70 %.....		1.07	Formic acid.....	45.0	1.22
Acetic anhydride.....	102.1	1.08	Glycerol, 100 %.....	92.1	1.26
Acetone.....	58.1	0.79	Glycerol, 50 %.....		1.13
Allyl alcohol.....	58.1	0.86	n-Heptane.....	100.2	0.68
Ammonia, 100 %.....	17.0	0.81	n-Hexane.....	86.1	0.66
Ammonia, 26 %.....		0.81	Isopropyl alcohol.....	60.1	0.79
Amyl acetate.....	130.2	0.88	Mercury.....	200.6	13.55
Amyl alcohol.....	88.2	0.81	Methanol, 100 %.....	32.5	0.79
Aniline.....	93.1	1.02	Methanol, 90 %.....		0.82
Anisole.....	108.1	0.99	Methanol, 40 %.....		0.94
Arsenic trichloride.....	181.3	2.16	Methyl acetate.....	74.9	0.93
Benzene.....	78.1	0.88	Methyl chloride.....	50.5	0.92
Brine, CaCl ₂ 25 %.....		1.23	Methyl ethyl ketone.....	72.1	0.81
Brine, NaCl 25 %.....		1.19	Naphthalene.....	128.1	1.14
Bromotoluene, ortho.....	171.0	1.42	Nitric acid, 95 %.....		1.50
Bromotoluene, meta.....	171.0	1.41	Nitric acid, 60 %.....		1.38
Bromotoluene, para.....	171.0	1.39	Nitrobenzene.....	123.1	1.20
n-Butane.....	58.1	0.60	Nitrotoluene, ortho.....	137.1	1.16
i-Butane.....	58.1	0.60	Nitrotoluene, meta.....	137.1	1.16
Butyl acetate.....	116.2	0.88	Nitrotoluene, para.....	137.1	1.29
n-Butyl alcohol.....	74.1	0.81	n-Octane.....	114.2	0.70
i-Butyl alcohol.....	74.1	0.82	Octyl alcohol.....	130.23	0.82
n-Butyric acid.....	88.1	0.96	Pentachloroethane.....	202.3	1.47
i-Butyric acid.....	88.1	0.96	n-Pentane.....	72.1	0.63
Carbon dioxide.....	44.0	1.39	Phenol.....	94.1	1.07
Carbon disulfide.....	76.1	1.26	Phosphorus tribromide.....	270.8	2.85
Carbon tetrachloride.....	153.8	1.60	Phosphorus trichloride.....	137.4	1.57
Chlorobenzene.....	112.6	1.11	Propane.....	44.1	0.59
Chloroform.....	119.4	1.49	Propionic acid.....	74.1	0.99
Chlorosulfonic acid.....	116.5	1.77	n-Propyl alcohol.....	60.1	0.80
Chlorotoluene, ortho.....	126.6	1.08	n-Propyl bromide.....	123.0	1.35
Chlorotoluene, meta.....	126.6	1.07	n-Propyl chloride.....	78.5	0.89
Chlorotoluene, para.....	126.6	1.07	n-Propyl iodide.....	170.0	1.75
Cresol, meta.....	106.1	1.08	Sodium.....	23.0	0.97
Cyclohexanol.....	100.2	0.96	Sodium hydroxide, 50 %.....		1.53
Dibromo methane.....	187.9	2.09	Stannic chloride.....	260.5	2.23
Dichloro ethane.....	99.0	1.17	Sulfur dioxide.....	64.1	1.38
Dichloro methane.....	88.9	1.34	Sulfuric acid, 100 %.....	98.1	1.83
Diethyl oxalate.....	146.1	1.08	Sulfuric acid, 98 %.....		1.84
Dimethyl oxalate.....	118.1	1.43	Sulfuric acid, 60 %.....		1.50
Diphenyl.....	154.2	0.99	Sulfuryl chloride.....	135.0	1.67
Dipropyl oxalate.....	174.1	1.02	Tetra chloroethane.....	167.9	1.60
Ethyl acetate.....	88.1	0.90	Tetra chloroethylene.....	165.9	1.63
Ethyl alcohol, 100 %.....	46.1	0.79	Titanium tetrachloride.....	189.7	1.73
Ethyl alcohol, 95 %.....		0.81	Toluene.....	92.1	0.87
Ethyl alcohol, 40 %.....		0.94	Trichloroethylene.....	131.4	1.46
Ethyl benzene.....	106.1	0.87	Vinyl acetate.....	86.1	0.93
Ethyl bromide.....	108.9	1.43	Water.....	18.0	1.0
Ethyl chloride.....	64.5	0.92	Xylene, ortho.....	106.1	0.87
Ethyl ether.....	74.1	0.71	Xylene, meta.....	106.1	0.86
Ethyl formate.....	74.1	0.92	Xylene, para.....	106.1	0.86

* At approximately 68°F. These values will be satisfactory, without extrapolation, for most engineering problems.

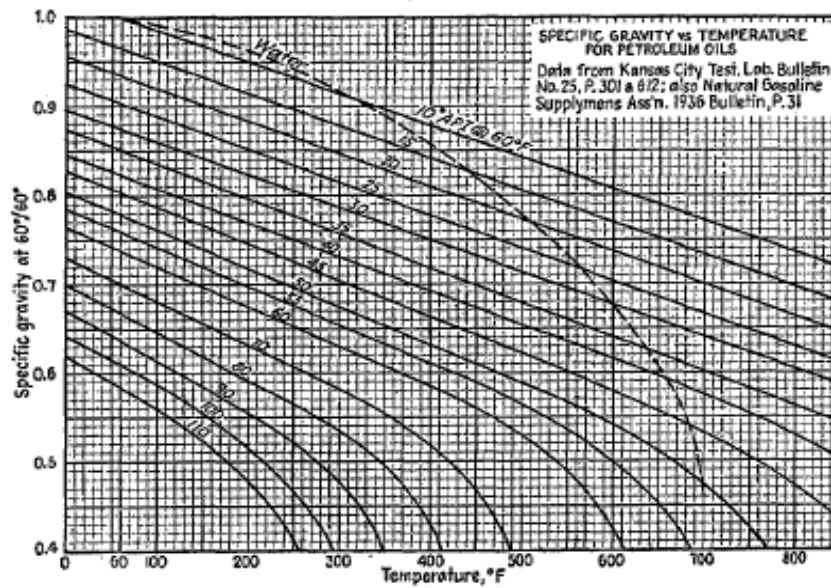


FIG. 6. Specific gravities of hydrocarbons.

Referência: KERN, D. Q. Process Heat Transfer. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1965.

Tabela 4. Viscosidade de gases.

VISCOSITIES OF GASES*
Coordinates to be used with Fig. 15

Gas	X	Y
Acetic acid.....	7.7	14.3
Acetone.....	8.9	13.0
Acetylene.....	9.8	14.9
Air.....	11.0	20.0
Ammonia.....	8.4	16.0
Argon.....	10.5	22.4
Benzene.....	8.5	13.2
Bromine.....	8.9	19.2
Butene.....	9.2	13.7
Butylene.....	8.9	13.0
Carbon dioxide.....	9.5	18.7
Carbon disulfide.....	8.0	16.0
Carbon monoxide.....	11.0	20.0
Chlorine.....	9.0	18.4
Chloroform.....	8.9	15.7
Cyanogen.....	9.2	15.2
Cyclohexane.....	9.2	12.0
Ethane.....	9.1	14.5
Ethyl acetate.....	8.5	13.2
Ethyl alcohol.....	9.2	14.2
Ethyl chloride.....	8.5	15.6
Ethyl ether.....	8.9	13.0
Ethylene.....	9.5	15.1
Fluorine.....	7.3	23.8
Freon-11.....	10.6	15.1
Freon-12.....	11.1	16.0
Freon-21.....	10.8	15.3
Freon-22.....	10.1	17.0
Freon-113.....	11.3	14.0
Helium.....	10.9	20.5
Hexane.....	8.6	11.8
Hydrogen.....	11.2	12.4
3H ₂ + 1N ₂	11.2	17.2
Hydrogen bromide.....	8.8	20.9
Hydrogen chloride.....	8.8	18.7
Hydrogen cyanide.....	9.8	14.9
Hydrogen iodide.....	9.0	21.3
Hydrogen sulfide.....	8.6	18.0
Iodine.....	9.0	18.4
Mercury.....	5.3	22.9
Methane.....	9.9	15.5
Methyl alcohol.....	8.5	15.6
Nitric oxide.....	10.9	20.5
Nitrogen.....	10.6	20.0
Nitrosyl chloride.....	8.0	17.6
Nitrous oxide.....	8.8	19.0
Oxygen.....	11.0	21.3
Pentane.....	7.0	12.8
Propane.....	9.7	12.9
Propyl alcohol.....	8.4	13.4
Propylene.....	9.0	13.8
Sulfur dioxide.....	9.6	17.0
Toluene.....	8.6	12.4
2, 3, 3-Trimethylbutane.....	9.5	10.5
Water.....	8.0	16.0
Xenon.....	9.3	23.0

I. H., "Chemical Engineers' Handbook," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, Inc.,

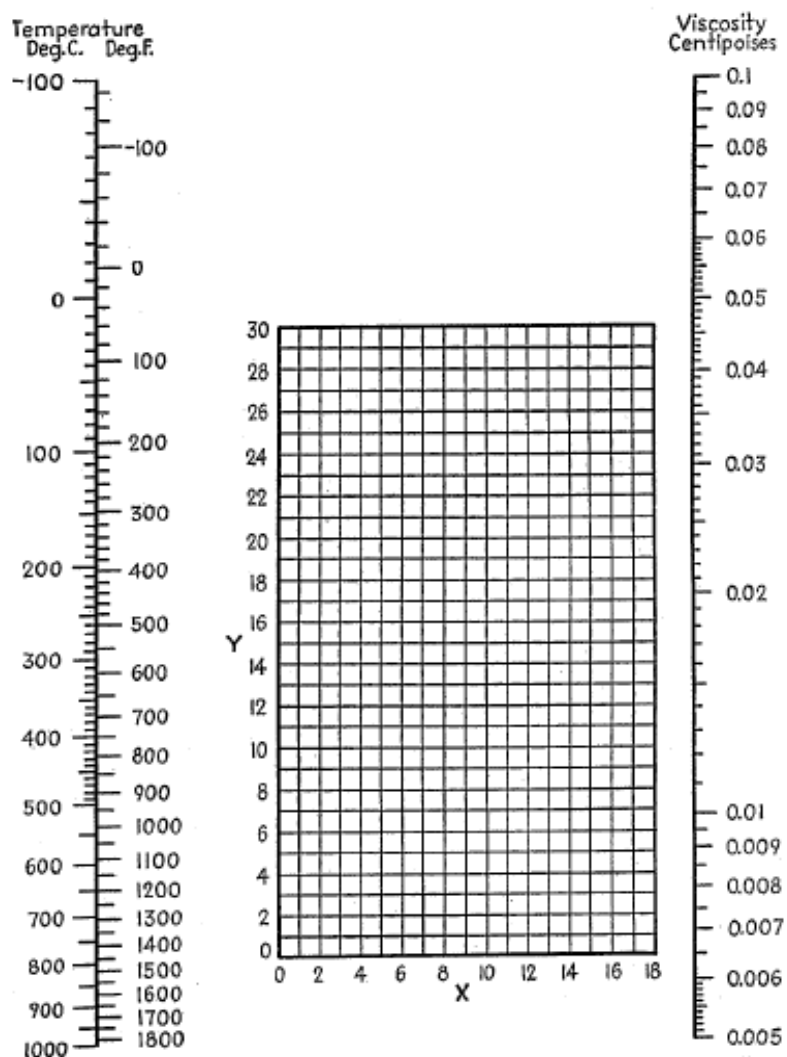


FIG. 15. Viscosities of gases. (Perry, "Chemical Engineers' Handbook," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1950.)

Referência: KERN, D. Q. Process Heat Transfer. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1965.

VÁLVULAS E TUBULAÇÕES

Tabela 5. Diâmetros padrões para tubulações.

Nominal pipe size (in.)	Outside diameter (in.)	Schedule no.	Wall thickness (in.)	Inside diameter (in.)	Cross-sectional area of metal (in. ²)	Inside sectional area (ft. ²)
$\frac{1}{3}$	0.405	40	0.068	0.269	0.072	0.00040
		80	0.095	0.215	0.093	0.00025
$\frac{1}{4}$	0.540	40	0.088	0.364	0.125	0.00072
		80	0.119	0.302	0.157	0.00050
$\frac{3}{8}$	0.675	40	0.091	0.493	0.167	0.00133
		80	0.126	0.423	0.217	0.00098
$\frac{1}{2}$	0.840	40	0.109	0.622	0.250	0.00211
		80	0.147	0.546	0.320	0.00163
$\frac{3}{4}$	1.050	160	0.187	0.466	0.384	0.00118
		40	0.113	0.824	0.333	0.00371
1	1.315	80	0.154	0.742	0.433	0.00300
		160	0.218	0.614	0.570	0.00206
$1\frac{1}{2}$	1.900	40	0.133	1.049	0.494	0.00600
		80	0.179	0.957	0.639	0.00499
2	2.375	160	0.250	0.815	0.837	0.00362
		40	0.145	1.610	0.799	0.01414
$2\frac{1}{2}$	2.875	80	0.200	1.500	1.068	0.01225
		160	0.281	1.338	1.429	0.00976
3	3.500	40	0.154	2.067	1.075	0.02330
		80	0.218	1.939	1.477	0.02050
$3\frac{1}{2}$	3.500	160	0.343	1.689	2.190	0.01556
		40	0.203	2.469	1.704	0.03322
4	4.500	80	0.276	2.323	2.254	0.02942
		160	0.375	2.125	2.945	0.02463
$4\frac{1}{2}$	4.500	40	0.216	3.068	2.228	0.05130
		80	0.300	2.900	3.016	0.04587
5	5.563	160	0.437	2.626	4.205	0.03761

(continued)

Referência: LUDWIG, E. E. Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 1, 3ª edição, Tabela 2-4. Elsevier, 1995.

Nominal pipe size (in.)	Outside diameter (in.)	Schedule no.	Wall thickness (in.)	Inside diameter (in.)	Cross- sectional area of metal (in. ²)	Inside sectional area (ft. ²)
4	4.500	40	0.237	4.026	3.173	0.08840
		80	0.337	3.826	4.407	0.07986
		120	0.437	3.626	5.578	0.07170
		160	0.531	3.438	6.621	0.06447
5	5.563	40	0.258	5.047	4.304	0.1390
		80	0.375	4.813	6.112	0.1263
		120	0.500	4.563	7.963	0.1136
		160	0.625	4.313	9.696	0.1015
6	6.625	40	0.280	6.065	5.584	0.2006
		80	0.432	5.761	8.405	0.1810
		120	0.562	5.501	10.71	0.1650
		160	0.718	5.189	13.32	0.1469
8	8.625	20	0.250	8.125	6.570	0.3601
		30	0.277	8.071	7.260	0.3553
		40	0.322	7.981	8.396	0.3474
		60	0.406	7.813	10.48	0.3329
		80	0.500	7.625	12.76	0.3171
		100	0.593	7.439	14.96	0.3018
		120	0.718	7.189	17.84	0.2819
		140	0.812	7.001	19.93	0.2673
10	10.75	160	0.906	6.813	21.97	0.2532
		20	0.250	10.250	8.24	0.5731
		30	0.307	10.136	10.07	0.5603
		40	0.365	10.020	11.90	0.5475
		60	0.500	9.750	16.10	0.5158
		80	0.593	9.564	18.92	0.4989
		100	0.718	9.314	22.63	0.4732
		120	0.843	9.064	26.34	0.4481
12	12.75	140	1.000	8.750	30.63	0.4176
		160	1.125	8.500	34.02	0.3941
		20	0.250	12.250	9.82	0.8185
		30	0.330	12.090	12.87	0.7972
		40	0.406	11.938	15.77	0.7773
		60	0.562	11.626	21.52	0.7372
		80	0.687	11.376	26.03	0.7058
		100	0.843	11.064	31.53	0.6677
		120	1.000	10.750	36.91	0.6303
		140	1.125	10.500	41.08	0.6013
		160	1.312	10.126	47.14	0.5592

Referência: LUDWIG, E. E. Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 1, 3ª edição, Tabela 2-4. Elsevier, 1995.

Equivalent Roughness for New Pipes
[from Moody and Colebrook]

Pipe	Equivalent Roughness (mm)
Riveted steel	0,9 – 9,0
Concrete	0,3 – 3,0
Wood Stave	0,18 – 0,9
Cast iron	0,26
Galvanized iron	0,15
Commercial steel	0,045
Wrought iron	0,045
Drawn tubing	0,0015
Plastic	0 (smooth)
Glass	0 (smooth)

Referência: MUNSON, B.R.; YOUNG, D.F.; OKIISHI, T.H. Fundamentals of Fluid Mechanics. John Wiley. New York, 1998.

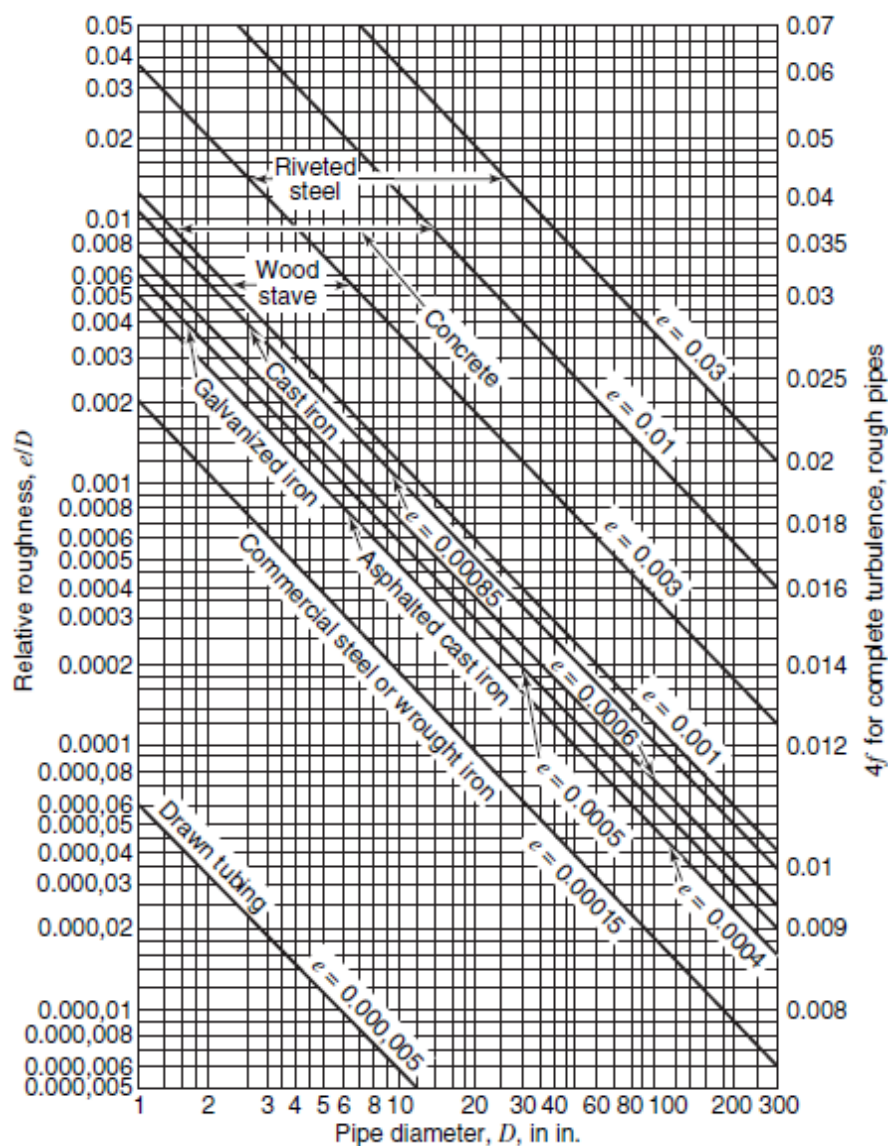


Figura 1. Rugosidade relativa em função do diâmetro para tubulações de diversos materiais.

Referência: WELTY, J. R. et al. Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer. 5ª edição, Fig. 13.2, pg. 174, John Wiley and Sons, 2008.

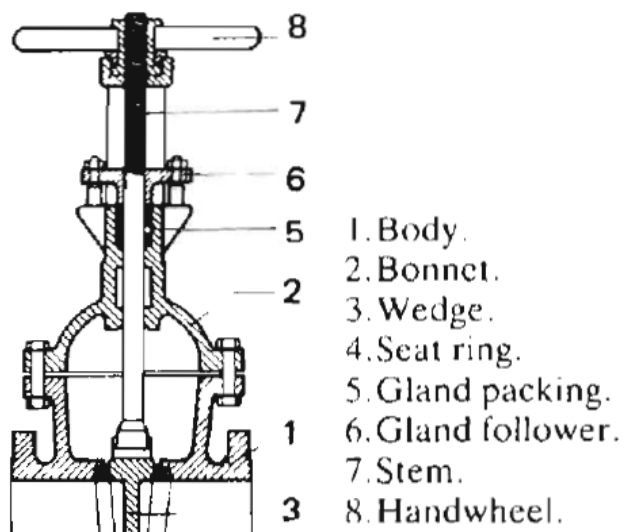
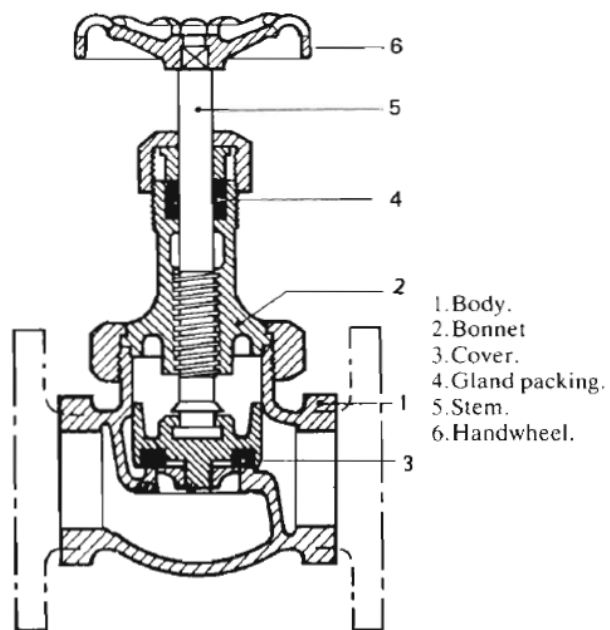


Figura 2. Válvula globo.

Figura 3. Válvula gaveta.

Referência: DICKINSON, T C. Valves, Piping and Pipeline Handbook, 3ª edição. Oxford: Elsevier, 1999.

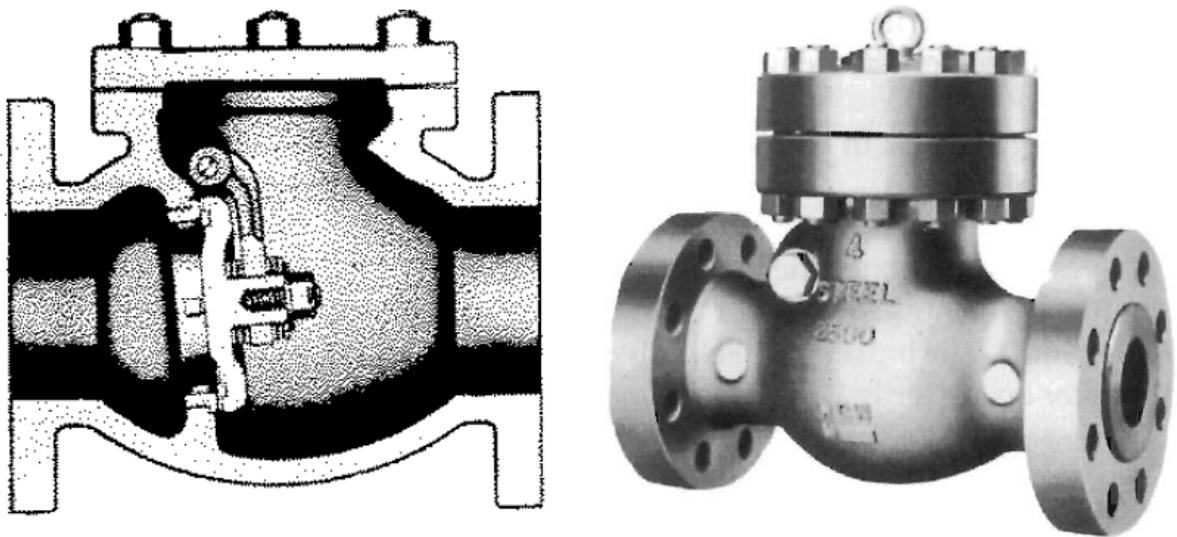


Figura 4. Válvula de retenção.

Referências: Flow of Fluids through Valves, Fittings and Pipe. Technical Paper N. 410M. Crane, 1982. / DICKINSON, T C. Valves, Piping and Pipeline Handbook, 3ª edição. Oxford: Elsevier, 1999.

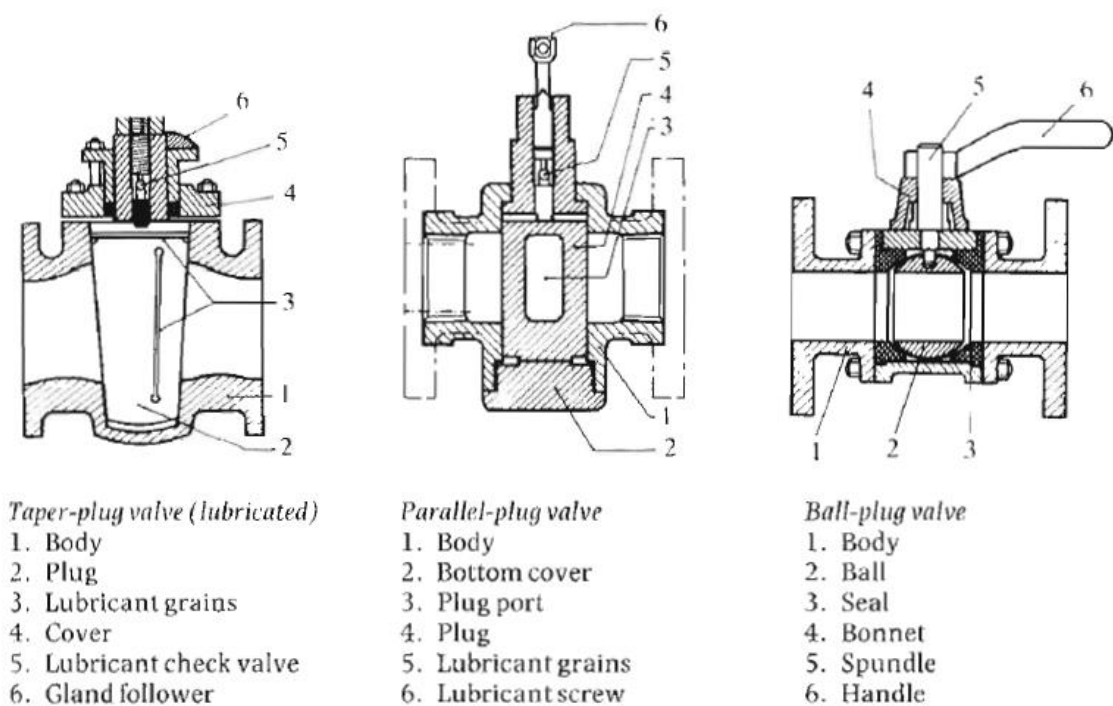


Figura 5. Tipos de válvula macho.

Referência: DICKINSON, T C. Valves, Piping and Pipeline Handbook, 3ª edição. Oxford: Elsevier, 1999.

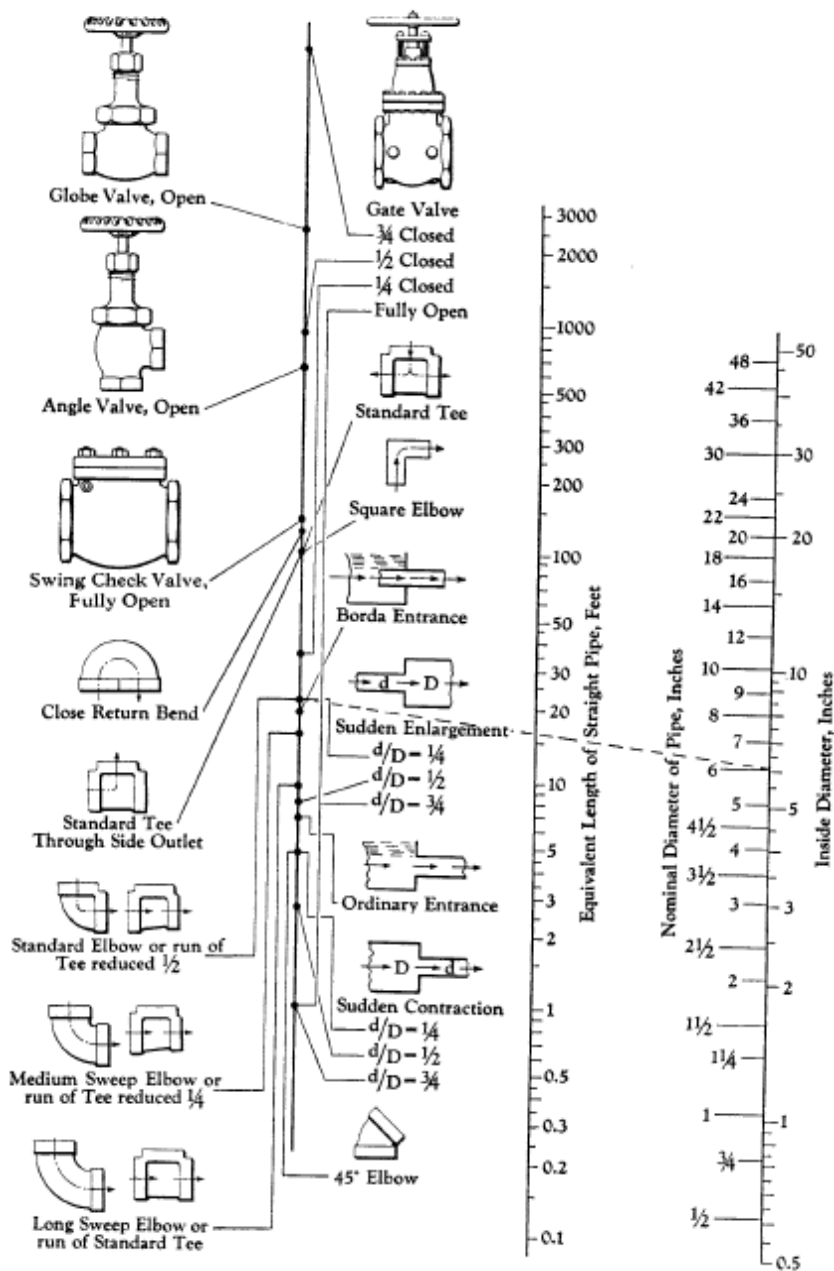
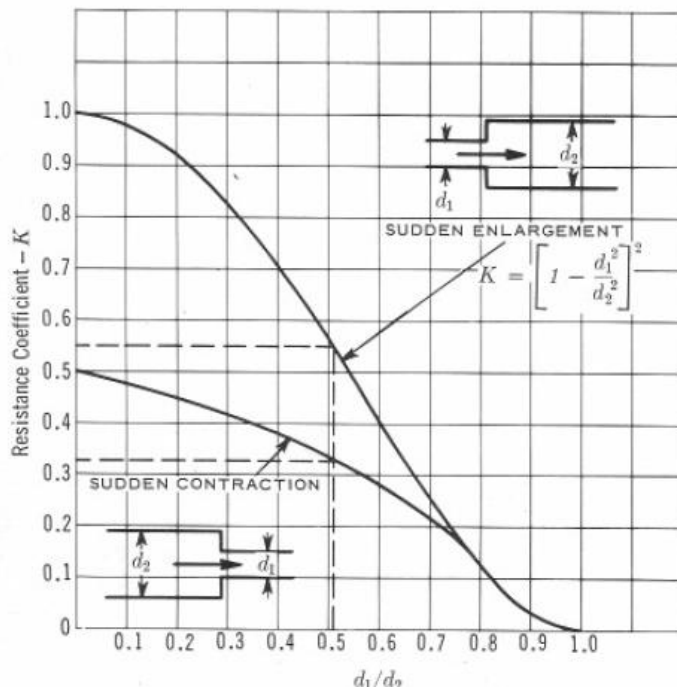


Figura 6. Resistência de válvulas e conexões ao fluxo de fluidos.

Referência: CRANE, Technical Paper N.409, Engineering Div., 1942. In: LUDWIG, E. E. Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 1, 3ª edição, Figura 2-20. Elsevier, 1995.



Sudden enlargement: The resistance coefficient K for a sudden enlargement from 6-inch Schedule 40 pipe to 12-inch Schedule 40 pipe is **0.55**, based on the 6-inch pipe size.

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{6.065}{11.938} = 0.51$$

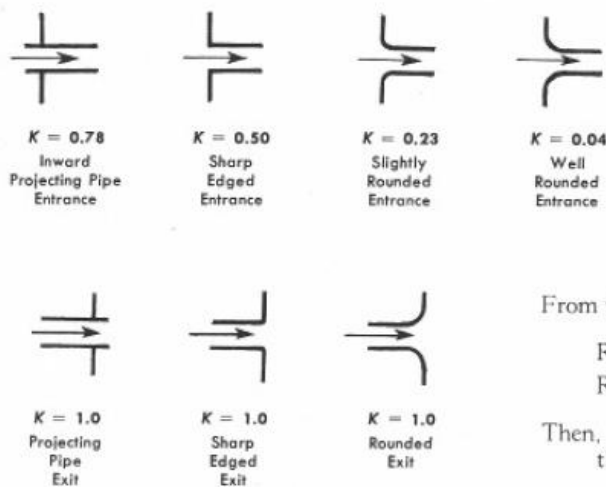
Sudden contraction: The resistance coefficient K for a sudden contraction from 12-inch Schedule 40 pipe to 6-inch Schedule 40 pipe is **0.33**, based on the 6-inch pipe size.

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{6.065}{11.938} = 0.51$$

Note: The values for the resistance coefficient, K , are based on velocity in the small pipe. To determine K values in terms of the greater diameter, multiply the chart values by $(d_2/d_1)^4$.

Figura 7. Resistência devido a alargamentos e contrações inesperados.

Referência: CRANE. Flow of fluids through valves, fittings and pipe. New York: Crane Co, 1965.



Problem: Determine the total resistance coefficient for a pipe one diameter long having a sharp edged entrance and a sharp edged exit.

Solution: The resistance of pipe one diameter long is small and can be neglected ($K = fL/D$).

From the diagrams, note:

Resistance for a sharp edged entrance = 0.5

Resistance for a sharp edged exit = 1.0

Then,

the total resistance, K , for the pipe = 1.5

Figura 8. Resistência devido à entrada e à saída de tubulações.

Referência: CRANE. Flow of fluids through valves, fittings and pipe. New York: Crane Co, 1965.

Tabela 6. Comprimento equivalente em diâmetro de tubulação (L/D) para válvulas e conexões.

Description of Product				Equivalent Length in Pipe Diameters (L/D)
Globe Valves	Stem Perpendicular to Run	With no obstruction in flat, bevel, or plug-type seat	Fully open	340
		With wing or pin guided disk	Fully open	450
	Y-Pattern	(No obstruction in flat, bevel, or plug type seat)		
—With stem 60 degrees from run of pipe line		Fully open	175	
		—With stem 45 degrees from run of pipe line	Fully open	145
Angle Valves		With no obstruction in flat, bevel, or plug type seat	Fully open	145
		With wing or pin guided disk	Fully open	200
Gate Valves	Wedge, Disk, Double Disk, or Plug Disk		Fully open	13
			Three-quarters open	35
			One-half open	160
			One-quarter open	900
	Pulp Stock		Fully open	17
			Three-quarters open	50
			One-half open	260
			One-quarter open	1,200
Conduit Pipe Line Gate, Ball, and Plug Valves			Fully open	3**
Check Valves	Conventional Swing	0.5† . . . Fully open	135	
	Clearway Swing	0.5† . . . Fully open	50	
	Globe Lift or Stop; Stem Perpendicular to Run or Y-Pattern	2.0† . . . Fully open	Same as Globe	
	Angle Lift or Stop	2.0† . . . Fully open	Same as Angle	
	In-Line Ball	2.5 vertical and 0.25 horizontal† . . . Fully open	150	
Foot Valves with Strainer		With poppet lift-type disk	0.3† . . . Fully open	420
		With leather-hinged disk	0.4† . . . Fully open	75
Butterfly Valves (8-inch and larger)			Fully open	40
Cocks	Straight-Through	Rectangular plug port area equal to 100% of pipe area	Fully open	18
	Three-Way	Rectangular plug port area equal to 80% of pipe area (fully open)	Flow straight through	44
		Flow through branch	140	
Fittings	90-Degree Standard Elbow			30
	45-Degree Standard Elbow			16
	90-Degree Long Radius Elbow			20
	90-Degree Street Elbow			50
	45-Degree Street Elbow			26
	Square Corner Elbow			57
	Standard Tee	With flow through run		20
		With flow through branch		60
Close Pattern Return Bend			50	
**Exact equivalent length is equal to the length between flange faces or welding ends.				†Minimum calculated pressure drop (psi) across valve to provide sufficient flow to lift disk fully.

Referência: CRANE. Flow of fluids through valves, fittings and pipe. New York: Crane Co, 1965.

Tabela 7. Coeficientes de resistência ($K = h_m/v^2/2g$) para válvulas abertas, cotovelos e têes.

	Nominal diameter, in									
	Screwed					Flanged				
	$\frac{1}{2}$	1	2	4		1	2	4	8	20
Valves (fully open):										
Globe	14	8.2	6.9	5.7		13	8.5	6.0	5.8	5.5
Gate	0.30	0.24	0.16	0.11		0.80	0.35	0.16	0.07	0.03
Swing check	5.1	2.9	2.1	2.0		2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Angle	9.0	4.7	2.0	1.0		4.5	2.4	2.0	2.0	2.0
Elbows:										
45° regular	0.39	0.32	0.30	0.29						
45° long radius						0.21	0.20	0.19	0.16	0.14
90° regular	2.0	1.5	0.95	0.64		0.50	0.39	0.30	0.26	0.21
90° long radius	1.0	0.72	0.41	0.23		0.40	0.30	0.19	0.15	0.10
180° regular	2.0	1.5	0.95	0.64		0.41	0.35	0.30	0.25	0.20
180° long radius						0.40	0.30	0.21	0.15	0.10
Tees:										
Line flow	0.90	0.90	0.90	0.90		0.24	0.19	0.14	0.10	0.07
Branch flow	2.4	1.8	1.4	1.1		1.0	0.80	0.64	0.58	0.41

Referência: WHITE, F. M. Fluid Mechanics, 4ª edição, Tabela 6.5. McGraw-Hill, 1998.

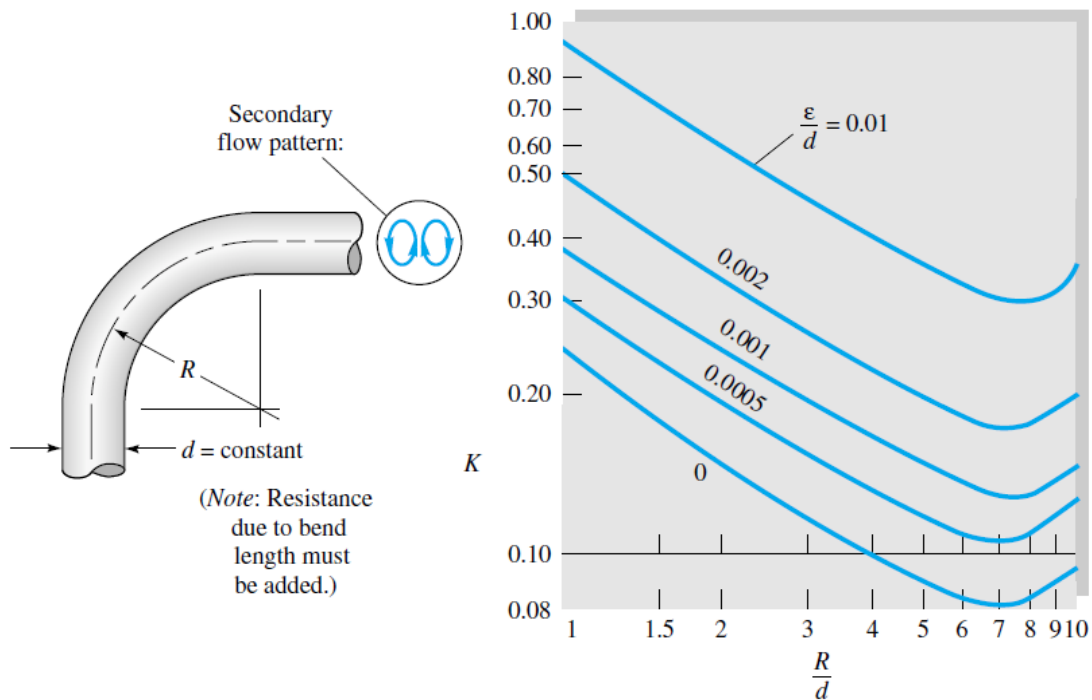


Figura 9. Coeficientes de resistência para joelhos de 90°.

Referência: WHITE, F. M. Fluid Mechanics, 4ª edição, Figura 6.20. McGraw-Hill, 1998.

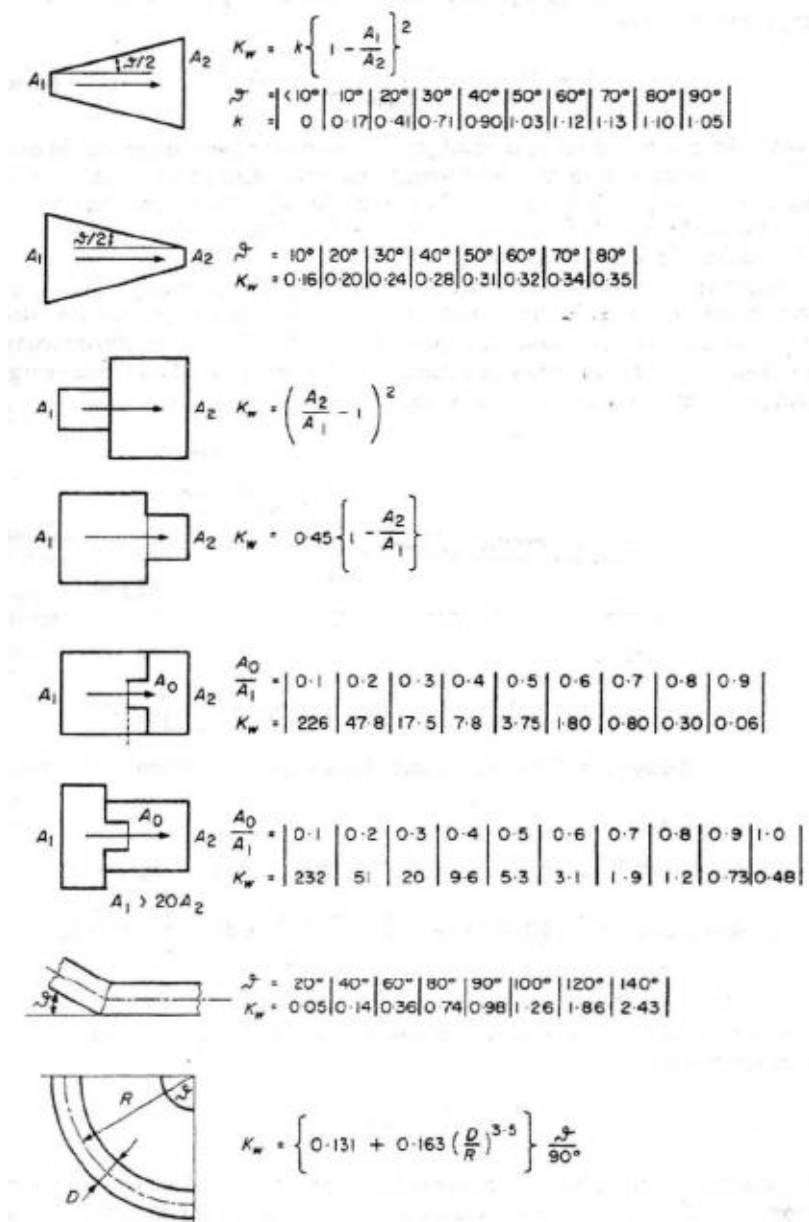


Figura 10.1. Alguns valores para coeficientes para perda de carga.

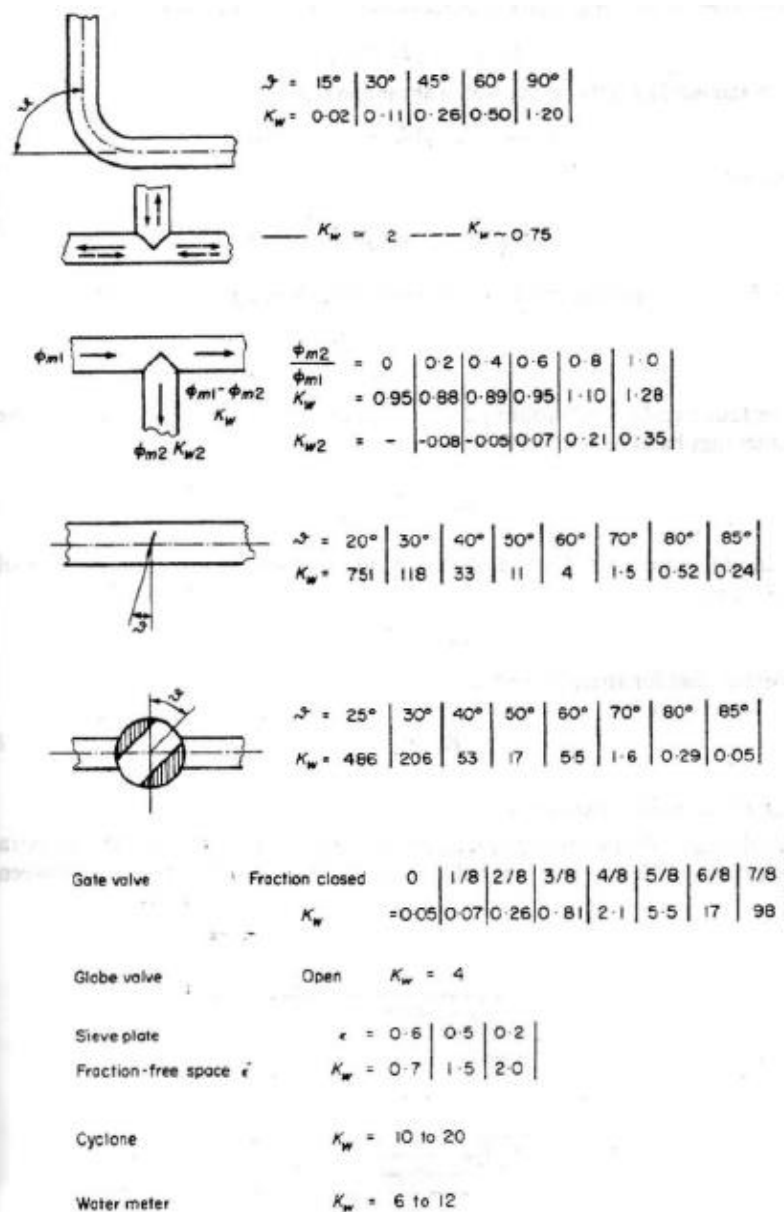


Figura 11.2 Alguns valores para o fator de perda de fricção.

Referência: BEEK, W. J.; MUTTZALL, K. M. K.; VAN HEUVEN, J. W. Transport Phenomena, 2ª edição, Tabela II.1. John Wiley & Sons, 2000.

Velocidades e Perdas de Pressão Recomendadas para Escoamento em Tubulação

Tabela 8. Velocidade recomendada para líquidos.

Fluido	Velocidade recomendada (m/s)
Água	
- Linha principal de abastecimento (16 in a 36 in)	2,4 a 3,0
- Linha de entrada ou saída de equipamento	2,4 a 3,7
- Linha de sucção de bomba	1,0 a 2,4
- Linha de descarga de bomba	1,8 a 3,6
Água do mar ou soluções salinas	1,5 a 2,4 (mínima = 1)
Ácido clorídrico	1,5
Ácido sulfúrico	1,2
Amônia	1,8
Benzeno	1,8
Bromo	1,2
Cloreto de cálcio	1,2
Cloreto de metila	1,8
Cloreto de vinila	1,8
Cloro	1,5
Clorofórmio (líquido)	1,8
1-2 Dibromo etano	1,2
1-2 Dicloro etano	1,8
1-1 Dicloro eteno	1,8
Estireno	1,8
Etileno glicol	1,8
Frações líquidas de petróleo e seus derivados de viscosidade média (até 10 mPa.s)	
- Sucção de bomba	0,9 a 1,8
- Descarga de bomba	1,5 a 2,4
- Escoamento por gravidade	1,5 a 2,4
Frações líquidas de petróleo e seus derivados de viscosidade alta (asfalto e óleos pesados)	
- Sucção de bomba	0,15 a 0,3
- Descarga de bomba	1,2 a 1,5
- Escoamento por gravidade	0,3 a 0,9
Hidróxido de sódio (até 30% em massa)	1,8
Hidróxido de sódio (30% a 50%)	1,5
Hidróxido de sódio (50% a 73%)	1,3
Óleos lubrificantes	1,8
Propileno glicol	1,5
Solução de aminas	1,5 a 2,1
Solução de cloreto de sódio (sem sólidos em suspensão)	1,5
Solução de cloreto de sódio (com sólidos em suspensão)	2,3
Tetracloroeteno	1,8
Tetracloroeto de carbono	1,8
Tricloroeteno	1,8

Tabela 9. Velocidade recomendada para vapores e gases.

Fluido	Velocidade recomendada (m/s)
Vapor d'água	
- Saturado de baixa pressão (até 207 kPa) para aquecimento	20 a 30 (máxima = 76)
- Saturado ou superaquecido de média pressão (207 kPa a 1034 kPa)	30 a 50 (máxima = 76)
- Saturado ou superaquecido de alta pressão (acima de 1034 kPa)	33 a 76
- Saturado na entrada de máquina acionadora de bomba ou turbina	30 a 45
- Superaquecido na entrada de turbina	45 a 100
- Exausto de turbina (até 207 kPa)	20 a 40
Acetileno	20
Ácido clorídrico (gás)	20
Amônia	30
Ar (101 kPa a 308 kPa)	20
Bromo (gás)	10
Cloreto de metila (gás)	20
Cloro (gás)	10 a 25
Clorofórmio (gás)	10
Dióxido de enxofre	20
Eteno	30
Gás natural	30
Hidrocarbonetos	
- Topo da coluna de fracionamento	máxima = 23
- Vapores úmidos	23 a 43
- Vapores secos	43 a 61
Hidrogênio	20
Oxigênio	20

Tabela 10. Máxima velocidade recomendada para vapores (m/s).

Mol	Pressão (kPa)						
	10	50	100	450	800	1500	3550
18	73	40	29	17	14	12	10
29	56	30	23	14	12	10	8
44	48	26	19	11	9	7	6
100	34	18	13	8	7	6	
200	27	15	11	6	5	4	
400	23	13	9	6	5		

Tabela 11. Perda de pressão recomendada.

Fluido	Perda de pressão admissível (kPa/100 m)
Água, óleos leves, óleos viscosos	
- Sucção de bomba	5,65 (média) 11,31 (máxima)
- Descarga de bomba (média pressão)	22,62 (média) 45,24 (máxima)
- Descarga de bomba (alta pressão)	67,86 (média) 90,47 (máxima)
- Escoamento por gravidade	3,39 (máxima)

Líquidos saturados ou à temperatura a menos de 10°C do seu ponto de bolha	
- Sucção de bomba	1,13 (média) 5,65 (máxima)
- Descarga de bomba (média pressão)	22,62 (média) 45,24 (máxima)
- Descarga de bomba (alta pressão)	67,86 (média) 90,47 (máxima)
- Escoamento por gravidade	3,39 (máxima)

Referências: CRANE. Flow of fluids through valves, fittings and pipe. Crane Co. New York. 1976.; LUDWIG, E.E. Applied process design for chemical and petrochemical plants. Gulf Publishing Co. New York, 1964.

Tabela 12. Velocidades recomendadas para fluidos em tubulação: líquidos, gases e vapores em pressões baixas/moderadas até 50 psig e entre 50° e 100°F.

The velocities are suggestive only and are to be used to approximate line size as a starting point for pressure drop calculations.

The final line size should be such as to give an economical balance between pressure drop and reasonable velocity.

Fluid	Suggested Trial Velocity	Pipe Material	Fluid	Suggested Trial Velocity	Pipe Material
Acetylene (Observe pressure limitations)	4000 fpm	Steel	Sodium Hydroxide	6 fps	Steel
Air, 0 to 30 psig	4000 fpm	Steel	0–30 Percent	5 fps	Steel and Nickel
Ammonia			30–50 Percent	4	
Liquid	6 fps	Steel	50–73 Percent		
Gas	6000 fpm	Steel	Sodium Chloride Sol'n.	5 fps	Steel
Benzene	6 fps	Steel	No Solids	(6 Min.—15 Max.)	Monel or nickel
Bromine			With Solids	7,5 fps	
Liquid	4 fps	Glass		6 fps	Steel
Gas	2000 fpm	Glass	Perchloroethylene		
Calcium Chloride	4 fps	Steel	Steam		
Carbon Tetrachloride	6 fps	Steel	0–30 psi Saturated*	4000–6000 fpm	Steel
Chlorine (Dry)			30–150 psi Saturated or superheated*	6000–10000 fpm	
Liquid	5 fps	Steel, Sch. 80	150 psi up superheated	6500–15000 fpm	
Gas	2000–5000 fpm	Steel, Sch. 80	*Short lines	15,000 fpm (max.)	
Chloroform			Sulfuric Acid		
Liquid	6 fps	Copper & Steel	88–93 Percent	4 fps	S. S.—316, Lead
Gas	2000 fpm	Copper & Steel	93–100 Percent	4 fps	Cast Iron & Steel, Sch. 80
Ethylene Gas	6000 fpm	Steel	Sulfur Dioxide	4000 fpm	Steel
Ethylene Dibromide	4 fps	Glass	Styrene	6 fps	Steel
Ethylene Dichloride	6 fps	Steel	Trichloroethylene	6 fps	Steel
Ethylene Glycol	6 fps	Steel	Vinyl Chloride	6 fps	Steel
Hydrogen	4000 fpm	Steel	Vinylidene Chloride	6 fps	Steel
Hydrochloric Acid			Water		
Liquid	5 fps	Rubber Lined	Average service	3–8 (avg. 6) fps	Steel
Gas	4000 fpm	R. L., Saran, Havg	Boiler feed	4–12 fps	Steel
Methyl Chloride			Pump suction lines	1–5 fps	Steel
Liquid	6 fps	Steel	Maximum economical (usual)	7–10 fps	Steel
Gas	4000 fpm	Steel	Sea and brackish water, lined pipe	5–8 fps / 3	R. L., concrete, asphalt-lined, saran-lined, transite
Natural Gas	6000 fpm	Steel	Concrete	5–12 fps (Min.)	
Oils, lubricating	6 fps	Steel			
Oxygen (ambient temp.)	1800 fpm Max.	Steel (300 psig Max.)			
(Low temp.)	4000 fpm	Type 304 SS			
Propylene Glycol	5 fps	Steel			

Note: R. L. = Rubber-lined steel.

Referência: LUDWIG, E. E. Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 1, 3ª edição, Tabela 2-4. Elsevier, 1995.

BOMBAS

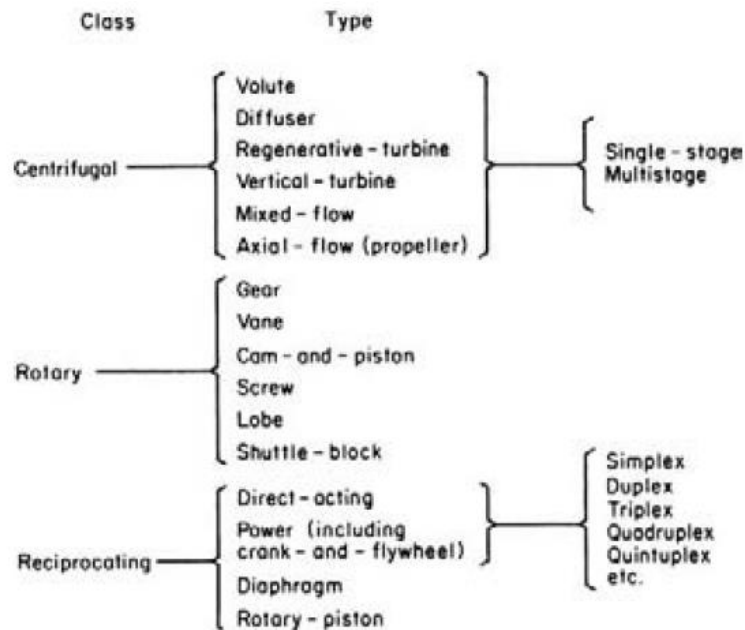


Figura 12. Classes e tipos de bombas modernas.

Referência: HICKS, T. G. Standard Handbook of Engineering Calculations. 4ª edição, Figura 8. McGraw-Hill, 2004.

Tabela 13. Características das bombas modernas.

	Centrifugal		Rotary	Reciprocating		
	Volute and diffuser	Axial flow	Screw and gear	Direct acting steam	Double acting power	Triplex
Discharge flow	Steady	Steady	Steady	Pulsating	Pulsating	Pulsating
Usual maximum suction lift, ft (m)	15 (4.6)	15 (4.6)	22 (6.7)	22 (6.7)	22 (6.7)	22 (6.7)
Liquids handled	Clean, clear; dirty, abrasive; liquids with high solids content		Viscous; non-abrasive	Clean and clear		
Discharge pressure range	Low to high		Medium	Low to highest produced		
Usual capacity range	Small to largest available		Small to medium	Relatively small		
How increased head affects:						
Capacity	Decrease		None	Decrease	None	None
Power input	Depends on specific speed		Increase	Increase	Increase	Increase
How decreased head affects:						
Capacity	Increase		None	Small increase	None	None
Power input	Depends on specific speed		Decrease	Decrease	Decrease	Decrease

Referência: HICKS, T. G. Standard Handbook of Engineering Calculations. 4ª edição, Tabela 5. McGraw-Hill, 2004.

Summary of Essential Data Required in Selection of Centrifugal Pumps

1. Number of Units Required
2. Nature of the Liquid to Be Pumped
Is the liquid:
 - a. Fresh or salt water, acid or alkali, oil, gasoline, slurry, or paper stock?
 - b. Cold or hot and if hot, at what temperature? What is the vapor pressure of the liquid at the pumping temperature?
 - c. What is its specific gravity?
 - d. Is it viscous or nonviscous?
 - e. Clear and free from suspended foreign matter or dirty and gritty? If the latter, what is the size and nature of the solids, and are they abrasive? If the liquid is of a pulpy nature, what is the consistency expressed either in percentage or in lb per cu ft of liquid? What is the suspended material?
 - f. What is the chemical analysis, pH value, etc.? What are the expected variations of this analysis? If corrosive, what has been the past experience, both with successful materials and with unsatisfactory materials?
3. Capacity
What is the required capacity as well as the minimum and maximum amount of liquid the pump will ever be called upon to deliver?
4. Suction Conditions
Is there:
 - a. A suction lift?
 - b. Or a suction head?
 - c. What are the length and diameter of the suction pipe?
5. Discharge Conditions
 - a. What is the static head? Is it constant or variable?
 - b. What is the friction head?
 - c. What is the maximum discharge pressure against which the pump must deliver the liquid?
6. Total Head
Variations in items 4 and 5 will cause variations in the total head.
7. Is the service continuous or intermittent?
8. Is the pump to be installed in a horizontal or vertical position? If the latter,
 - a. In a wet pit?
 - b. In a dry pit?
9. What type of power is available to drive the pump and what are the characteristics of this power?
10. What space, weight, or transportation limitations are involved?
11. Location of installation
 - a. Geographical location
 - b. Elevation above sea level
 - c. Indoor or outdoor installation
 - d. Range of ambient temperatures
12. Are there any special requirements or marked preferences with respect to the design, construction, or performance of the pump?

Figura 13. Tabela típica de seleção para bombas centrífugas.

Referência: HICKS, T. G. Standard Handbook of Engineering Calculations. 4ª edição, Figura 7. McGraw-Hill, 2004.



Figura 14. Straight-vane, radial, single-suction closed impeller.

Referência: KARASSIK, I. J. et al. Pump Handbook. 3ª edição, Figura 25. McGraw-Hill, 2000.

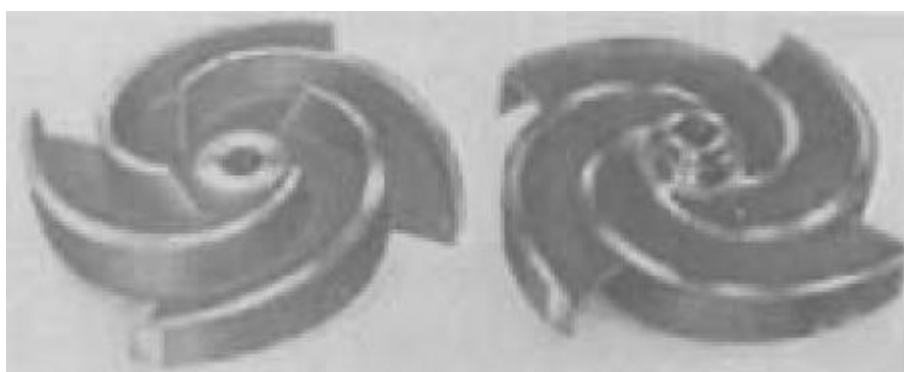


Figura 15. Rotores semi-abertos.

Referência: KARASSIK, I. J. et al. Pump Handbook. 3ª edição, Figura 34. McGraw-Hill, 2000.



Figura 16. Rotores abertos.

Referência: KARASSIK, I. J. et al. Pump Handbook. 3ª edição, Figura 37. McGraw-Hill, 2000.

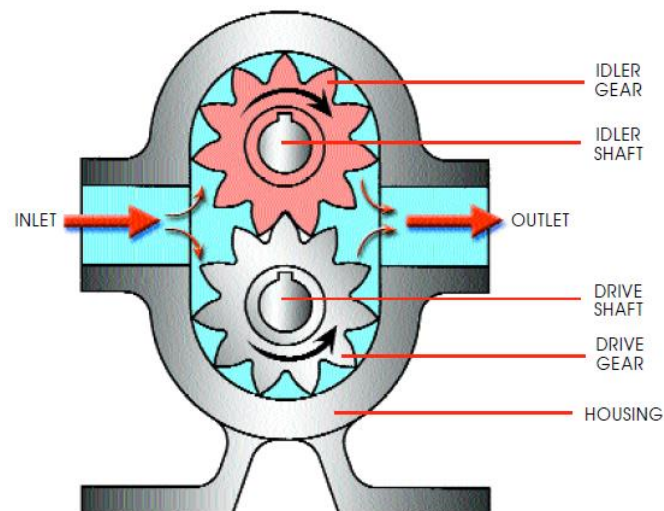


Figura 17. Seção transversal de uma bomba de engrenagem externa.

Referência: LIQUIFLO. Engineering – Gear Pump Basics.

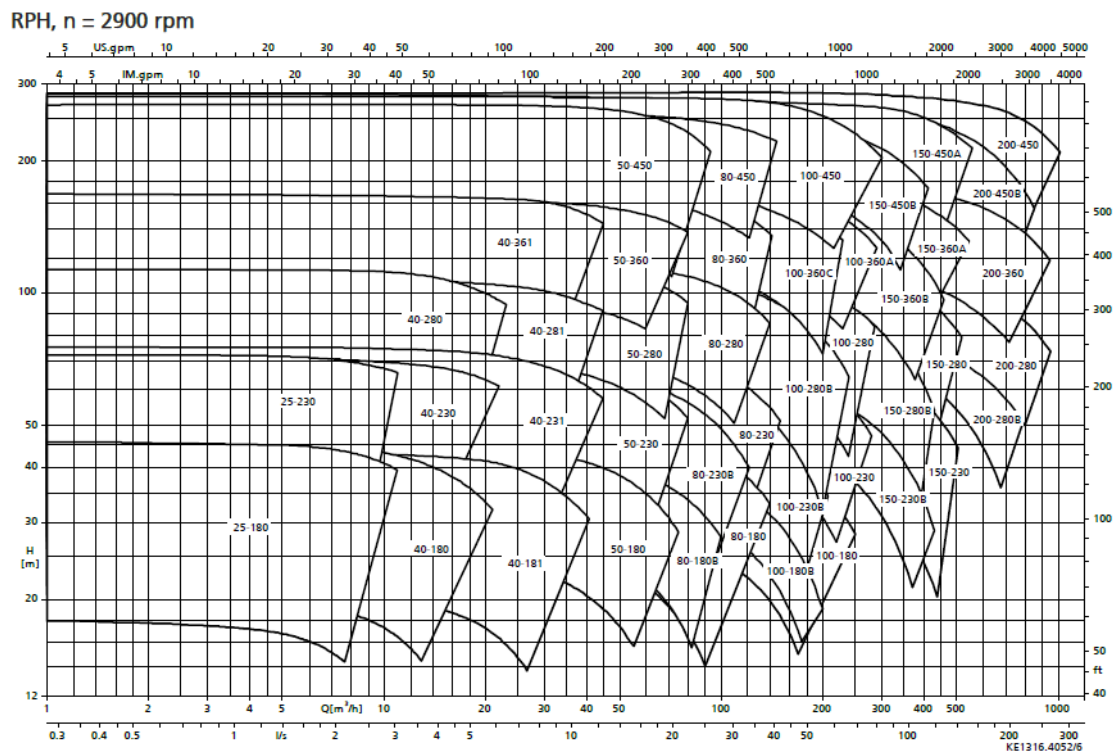


Figura 18. Curva característica de bomba centrífuga (2900 rpm).

Referência: KSB API Pumps.

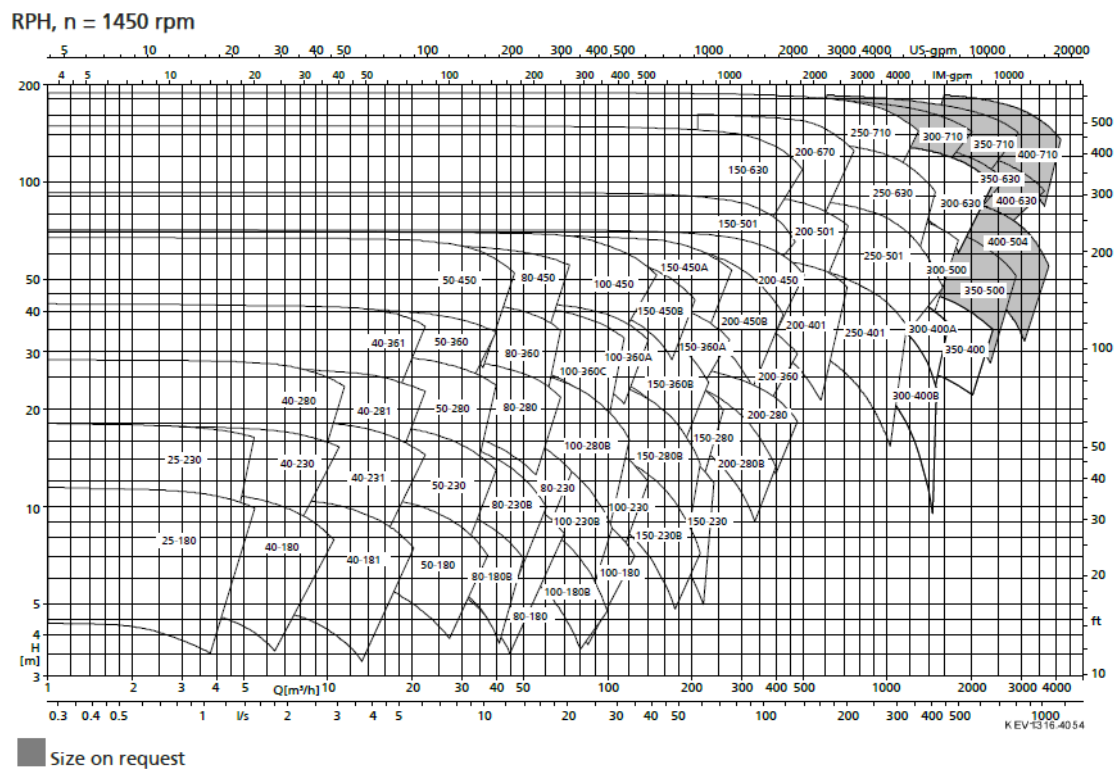


Figura 19. Curva característica de bomba centrífuga (1750 rpm).

Referência: KSB API Pumps.

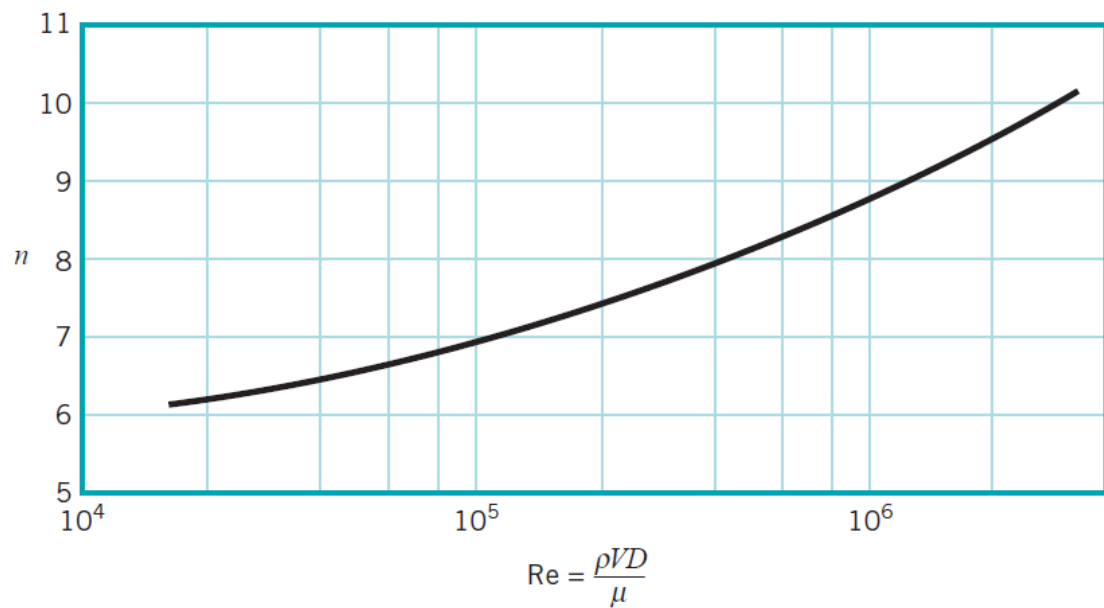


Figura 20. Expoente, n , para os perfis de velocidade da lei de potência.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 8.17, John Wiley & Sons, 2009.

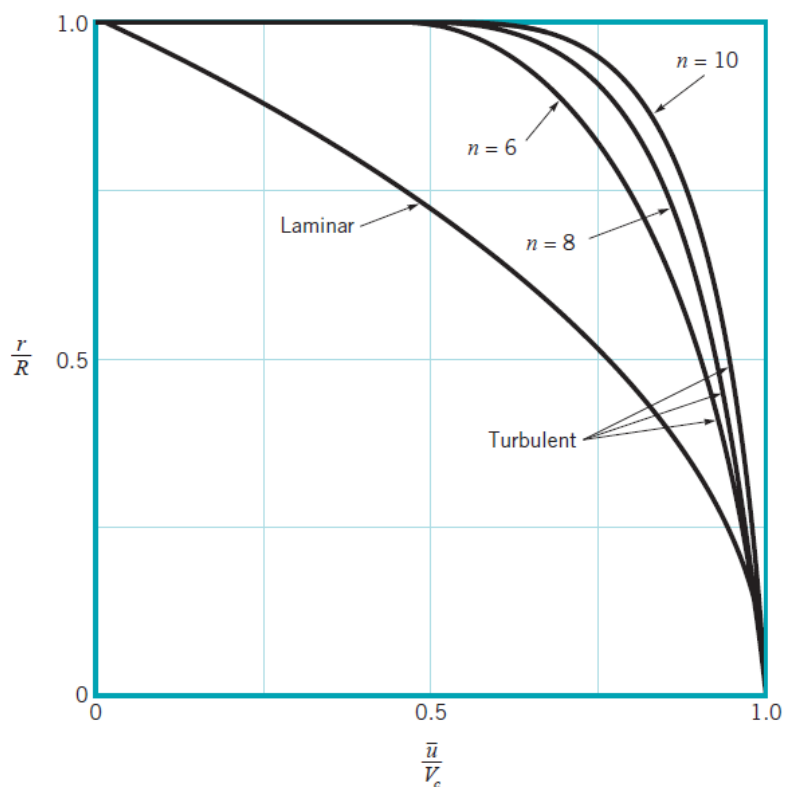


Figura 21. Fluxo laminar típico e perfis de velocidade em fluxo turbulento.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 8.18, John Wiley & Sons, 2009.

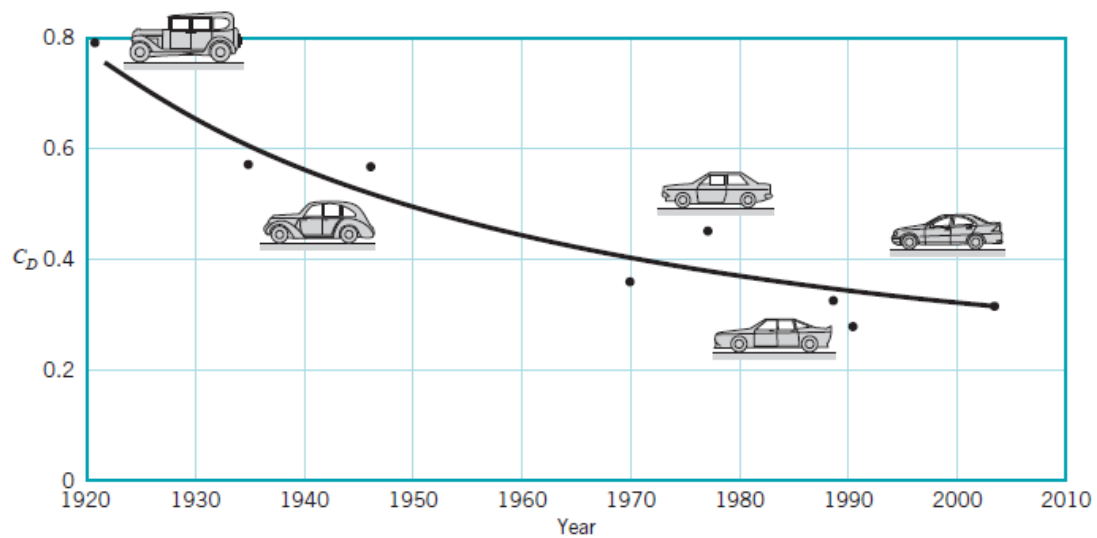


Figura 22. A tendência histórica de padronização dos automóveis para reduzir seu arrasto aerodinâmico e aumentar as milhas percorridas por galão.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 9.27, John Wiley & Sons, 2009.

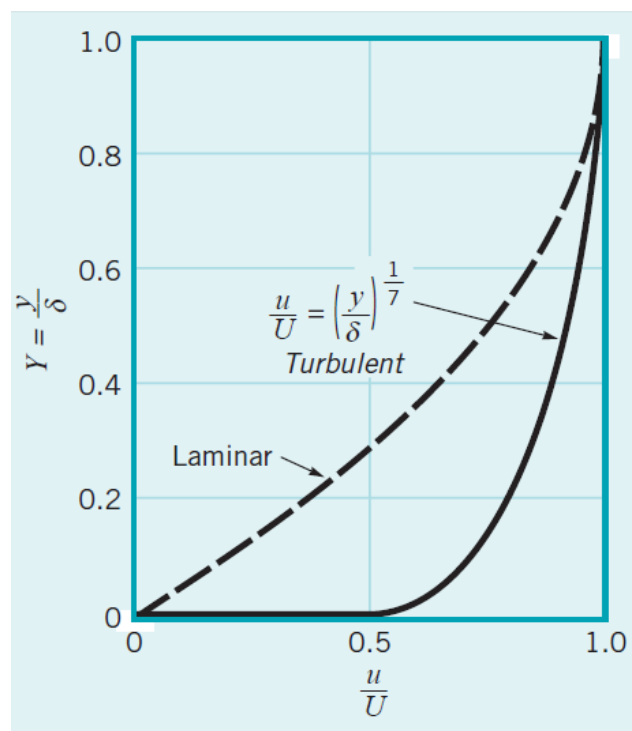


Figura 23. Escoamento em camada limite sobre placa plana.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 9.27, John Wiley & Sons, 2009.

FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS, DEMAIS INFORMAÇÕES E GRÁFICOS

Fluidos Não Newtonianos

Características

Não seguem a lei de viscosidade de Newton dada por:

$$\tau = -\mu\dot{\gamma} = -\mu[\nabla v + (\nabla v)^t]$$

A relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação não é uma função linear, sem passar pela origem dos eixos das coordenadas.

A viscosidade aparente é função da taxa de deformação e em alguns casos dependente do tempo:

$$\tau = -\mu_a\dot{\gamma} \text{ sendo } \mu_a = \mu_a(\dot{\gamma}, t)$$

Tipos de fluidos não newtonianos (Brodkey, 1967; Brodkey, 1988)

O comportamento pode depender da concentração, do modo de preparação, da idade, das condições de ensaio, do instrumento usado, do tempo de medição adotado e de outros fatores.

Tipos independentes do tempo

Shear thinning fluid (fluido pseudoplástico)

A viscosidade aparente decresce com o aumento da tensão de cisalhamento.

No gráfico de $[\log \tau \text{ x } \log \dot{\gamma}]$, a inclinação é menor do que 1.

Shear thickening fluid (fluido dilatante)

A viscosidade aparente cresce com o aumento da tensão de cisalhamento.

No gráfico de $[\log \tau \text{ x } \log \dot{\gamma}]$, a inclinação é maior do que 1.

Bingham plastic fluid (fluido plástico de Bingham) e generalized plastic fluid

Não escoam até que a tensão de cisalhamento exceda um valor τ_0 . A viscosidade aparente pode ser constante (*ideal Bingham plastic*) ou não (*generalized plastic*) em relação à tensão de cisalhamento.

Tipos dependentes do tempo

Thinning with time (fluido tixotrópico)

É aquele em que, num ensaio feito à taxa de deformação constante, a tensão de cisalhamento (ou a viscosidade aparente) diminui com o tempo (ao longo do ensaio).

A curva reológica obtida num ensaio depende do tempo de resposta adotado, suficientemente rápido ou não para seguir o efeito da taxa de variação com o tempo.

Thickening with time (fluido anti-tixotrópico ou reopético)

A viscosidade aparente aumenta com o tempo.

Viscoelástico

Apresenta tanto o comportamento de fluido (viscoso) e de sólido (elástico).

Caracterização reológica

Tipos de viscosímetros:

Viscosímetro capilar: medem-se a queda de pressão e a vazão de escoamento, usando-se diversos diâmetros e comprimentos.

Viscosímetro rotacional (cilindros concêntricos, placa-cone): medem-se o torque ($\rightarrow$ tensão de cisalhamento τ) e a rotação (com a geometria $\rightarrow$ taxa de deformação $\dot{\gamma}$).

Cuidados na medição (Brodkey, 1967):

Os métodos de medição de um ponto simples de viscosidade, envolvendo apenas uma taxa de deformação, têm pouca aplicabilidade para fluidos não newtonianos.

O tempo de medição deve ser condizente com o tempo de resposta do material.

Há diversos problemas comuns que podem complicar a medição: a existência de “plug flow”, escorregamento na parede, efeitos de aquecimento, efeitos de extremidade, instabilidade laminar e turbulência.

Deve-se observar como é definido o valor da “viscosidade” fornecido pelo reômetro.

Exemplos de fluidos não newtonianos

Pseudoplásticos:

maionese, suco de laranja, solução de sabão, esgoto com detergente, licor negro, solução de altos polímeros, solução de polietileno, emulsão de borracha látex, solução de ésteres de celulose em solventes orgânicos, plásticos fundidos, tintas, pasta celulósica em suspensão aquosa, sangue, solução de acetato de celulose.

Dilatantes:

soluções de goma arábica, cola acrílica, soluções de silicato de potássio, suspensões de amido, suspensões de areia, suspensões de óxido de titânio, suspensões com alto teor de sólidos de modo geral.

Binghamianos:

suspensões de rochas e minérios, suspensões de dióxido de titânio, argila e talco, lamas de perfuração, sucos de frutas com muita pectina, pasta de dente.

Tixotrópicos:

areia movediça, molho de tomate, margarina, tintas de impressão, polímeros em solução, plásticos fundidos, lamas de perfuração.

Reopéticos:

suspensões de bentonita e gesso, suspensão de oleato de amônio.

Viscoelásticos:

betumes, gelatinas, massa de pão, polímeros em solução, plásticos fundidos.

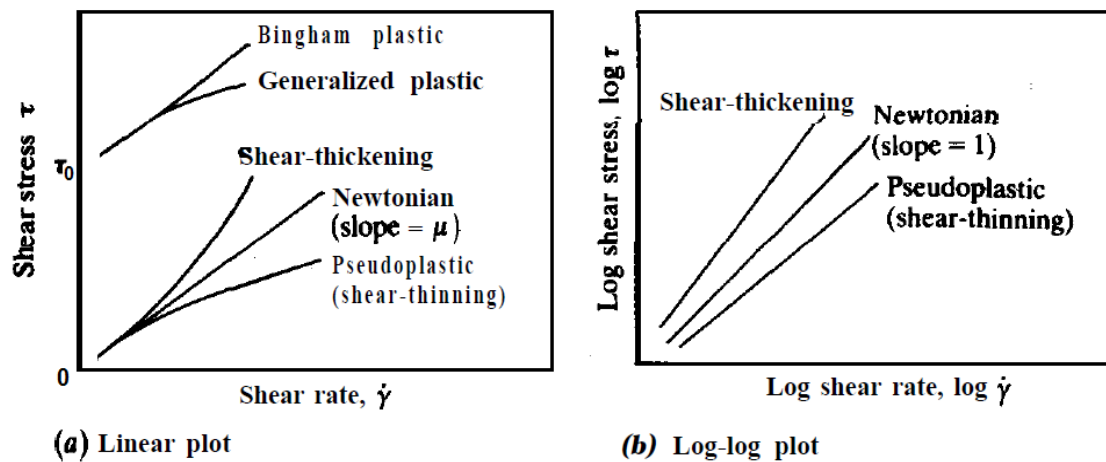


Figura 24. Diagrama básico de cisalhamento ilustrando o comportamento típico de fluidos reais.

Referência: BRODKEY, R. S.; HERSHEY, C. H. Transport Phenomena – A Unified Approach. Figura 15.1, pg 757. Singapura, McGraw-Hill, 1988.

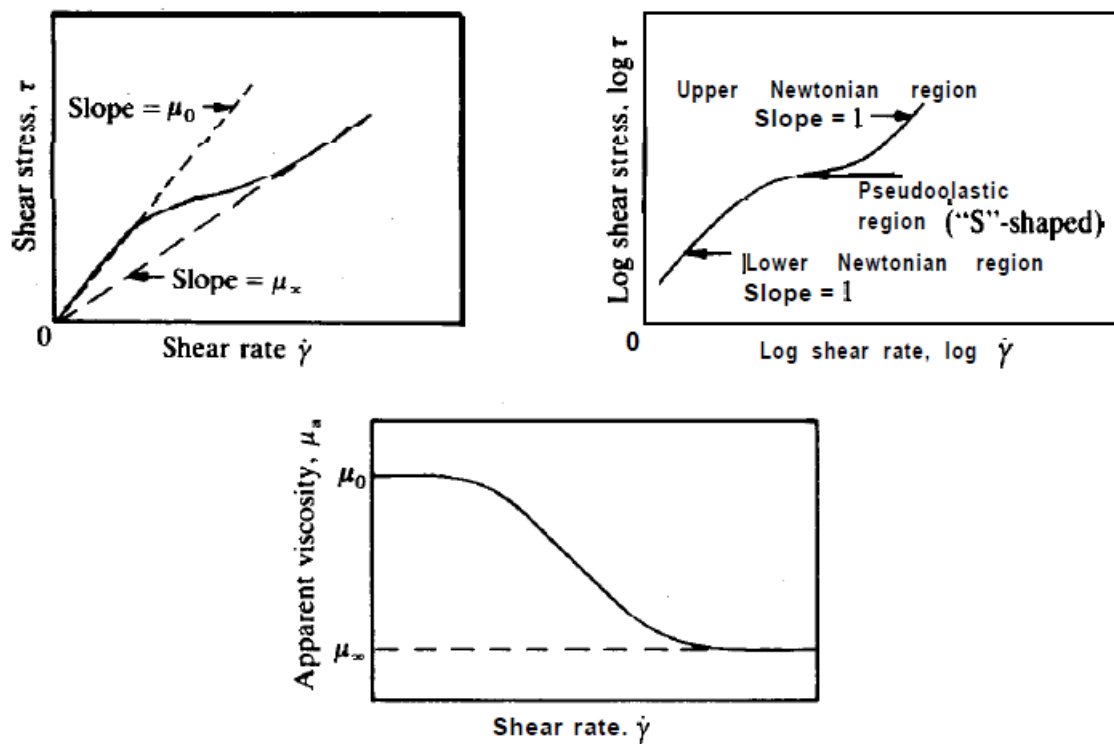


Figura 25. Diagrama básico de cisalhamento completo para um fluido pseudoplástico.

Referência: BRODKEY, R. S.; HERSHEY, C. H. Transport Phenomena – A Unified Approach. Figura 15.2, pg 758. Singapura, McGraw-Hill, 1988.

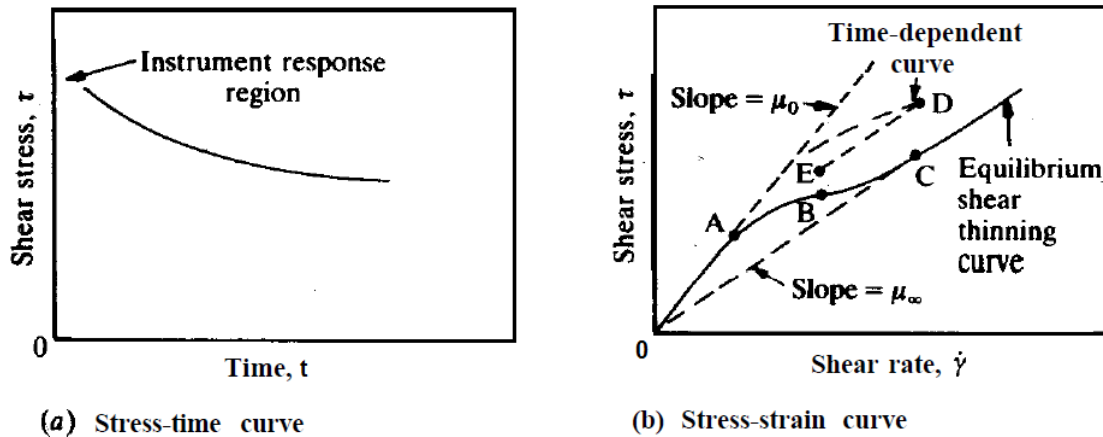


Figura 26. Curva de Ostwald para um fluido pseudoplástico, incluindo a diminuição da tensão com o tempo.

Referência: BRODKEY, R. S.; HERSHEY, C. H. Transport Phenomena – A Unified Approach. Figura 15.5, pg 762. Singapura, McGraw-Hill, 1988.

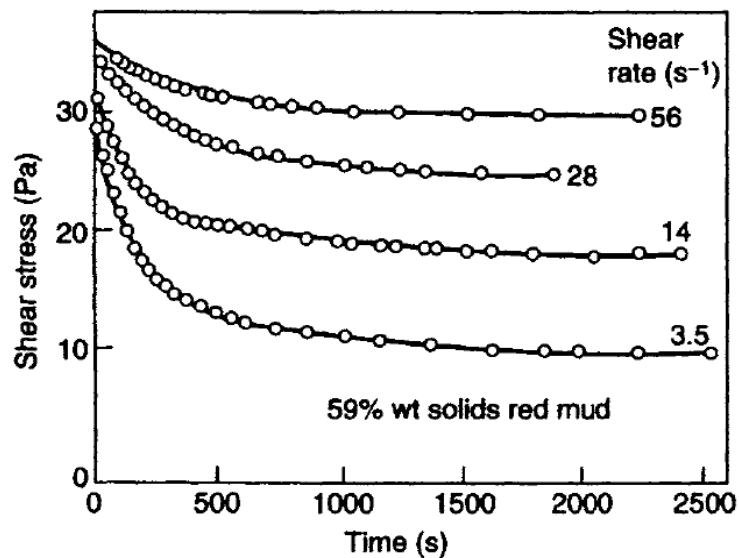


Figura 27. Dados representativos de tixotropia em uma suspensão 59% wt de argila vermelha.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 1.10, pg 16. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

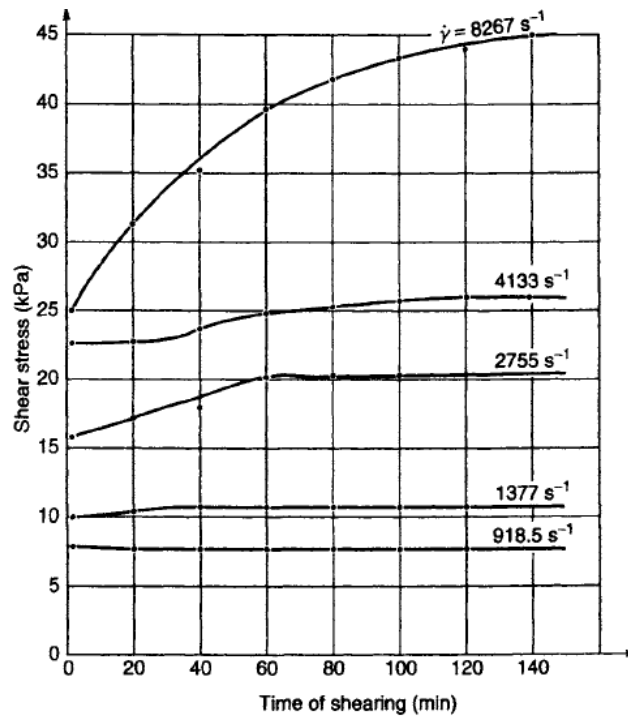


Figura 28. Início da reopexia em um poliéster saturado.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 1.12, pg 18. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

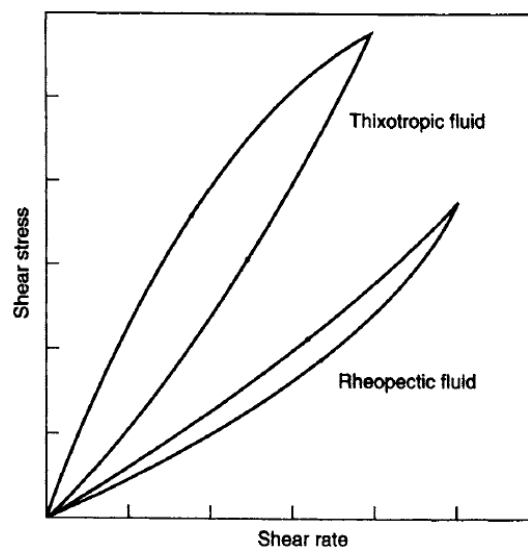


Figura 29. Gráfico esquemático do comportamento tensão de cisalhamento x taxa de deformação para um fluido cujo comportamento depende do tempo.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 1.11, pg 17. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

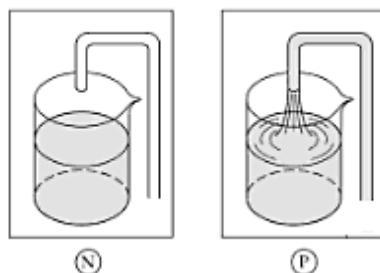


Figura 30. O sifão sem tubo. (N) Quando o sifão é retirado do fluido, o fluxo do fluido newtoniano para e (P) o fluido macromolecular continua a ser sifonado.

Referência: BIRD, R. B.; STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. Transport Phenomena.

Figura 8.1-6, pg 235. 2ª edição, John Wiley & Sons, 2007.

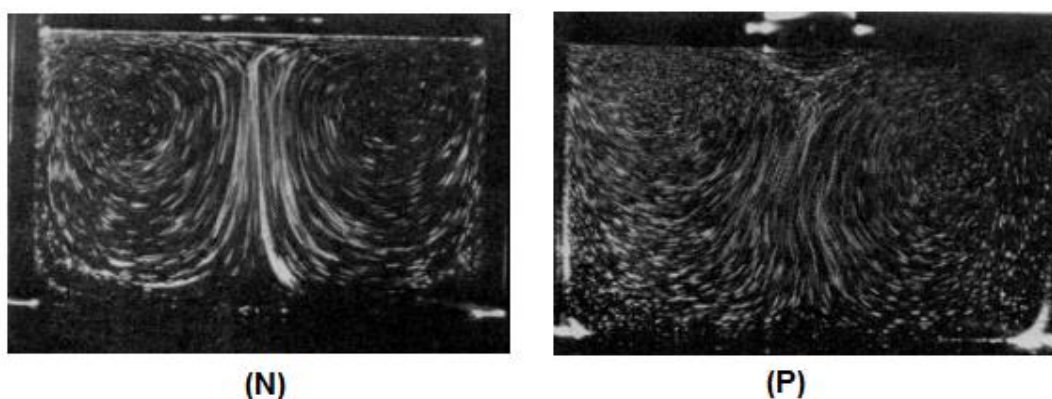


Figura 31. Fluxos secundários em um sistema disco-cilindro. (N) O fluido newtoniano se move para cima no centro; (P) O fluido viscoelástico, poliacrilamida, se move para baixo no centro.

Referência: HILL, C. T. Trans Soc. Rheol., 16, 213-245, 1972.

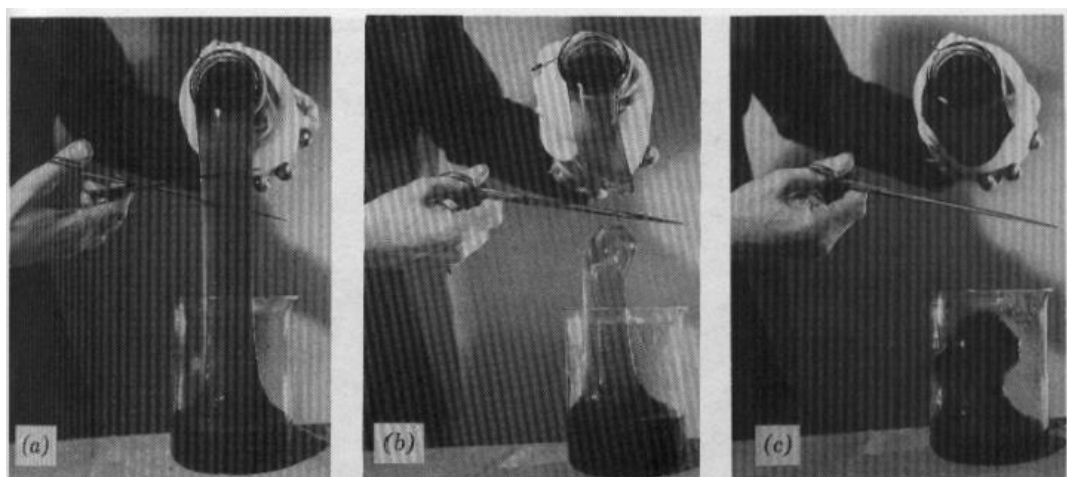


Figura 32. Uma solução de sabão e alumínio, feita com dilaurato de alumínio e m-cresol, é: (a) vertida a partir de uma proveta e (b) cortada ao meio. Em (c), note que o líquido acima do corte recolhe-se de volta à proveta e somente o fluido abaixo do corte cai no recipiente.

Referência: LODGE, A. S. Elastic Liquids. Nova Iorque: Academic Press, 1964.

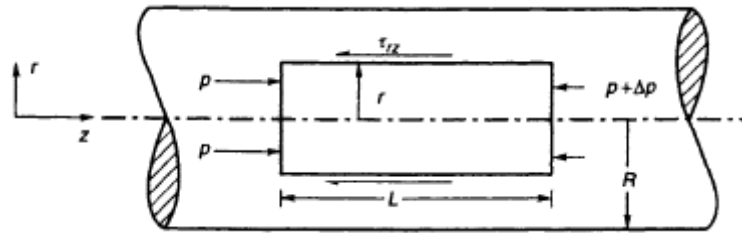


Figura 33. Fluxo através de tubulação horizontal.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 3.1. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

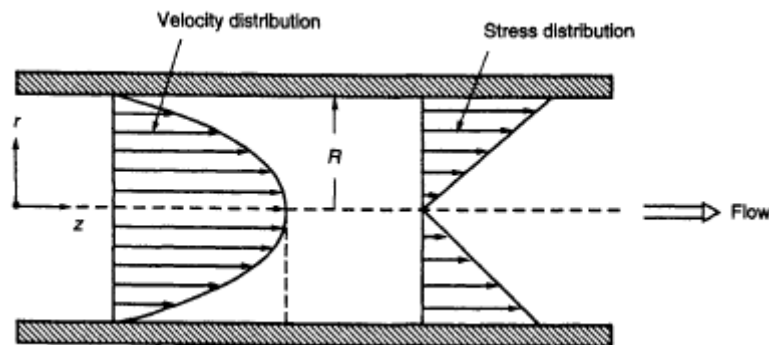


Figura 34. Representação esquemática das distribuições de tensão de cisalhamento e velocidade em um fluxo laminar completamente desenvolvido em tubulação.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 3.2. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

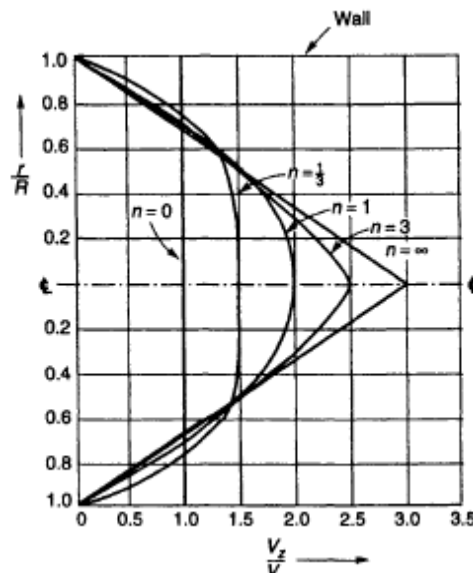


Figura 35. Distribuição de velocidade para fluidos de lei de potência em regime laminar, em tubulação.

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 3.3. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

Fator de Atrito de Fanning

Fluido Newtoniano

Regime laminar ($N_{Re} < 2100$)

$$f = \frac{16}{N_{Re}}$$

Regime turbulento ($N_{Re} > 4000$)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log_{10}(N_{Re} \sqrt{f}) - 0,4$$

$$\text{onde } N_{Re} = \frac{\rho v_b D}{\mu}$$

Fluido da Lei de Potência (Power Law)

$$\sigma = K(\dot{\gamma})^n$$

Regime laminar ($N_{Re,PL} < N_{Re,PL,critical}$)

$$f = \frac{16}{N_{Re,PL}}$$

$$\text{onde } N_{Re,PL} = \left(\frac{D^n v_b^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \right) \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

$$N_{Re,PL,critical} = \frac{6464n}{(1+3n)^2 \left(\frac{1}{2+n} \right)^{(2+n)/(1+n)}}$$

Observação: $N_{Re,PL,critical}$ pode ser obtido a partir da Figura 1.1 de Valentas et al., 1997

Regime turbulento ($N_{Re,PL} > N_{Re,PL,critical}$)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4}{n^{0,75}} \right) \log_{10}[(N_{Re,PL}) f^{1-(n/2)}] - \left(\frac{0,4}{n^{1,2}} \right)$$

Observação: f pode ser obtido a partir da Figura 1.2 de Valentas et al., 1997.

Fluido Herschel-Bulkley

$$\sigma = K(\dot{\gamma})^n + \sigma_o$$

Regime laminar

$$f = \frac{16}{\Psi N_{Re,PL}}$$

$$\text{onde } \Psi = (1 + 3n)^n (1 - c)^{1+n} \left[\frac{(1-c)^2}{(1+3n)} + \frac{2c(1-c)}{(1+2n)} + \frac{c^2}{(1+n)} \right]^n$$

$$N_{Re,PL} = 2N_{He,M} \left(\frac{n}{1+3n} \right)^2 \left(\frac{\Psi}{c} \right)^{\frac{2-n}{n}}$$

$$N_{He,M} = \frac{D^2 \rho}{K} \left(\frac{\sigma_o}{K} \right)^{\frac{2-n}{n}}$$

Observação: f pode ser obtido a partir das Figuras 1.6 a 1.15 de Valentas et al., 1997

Perda por Atrito em Singularidades

Fluido Newtoniano: Regime turbulento

Usar dados da Tabela 1.5 de Valentas et al., 1997.

$$\text{Contração brusca} \quad k_f = 0,55 \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) \left(\frac{2}{\alpha}\right)$$

$$\text{Expansão brusca} \quad k_f = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \left(\frac{2}{\alpha}\right)$$

$$\text{onde } \alpha = 1$$

Fluido Newtoniano: Regime laminar

Usar dados da 1.6 de Valentas et al., 1997.

Fluido Não Newtoniano: N_{Re} ou $N_{Re,PL} > 500$

Usar dados da Tabela 1.5 de Valentas et al., 1997.

Fluido Newtoniano ou Não Newtoniano: $20 < N_{Re}$ ou $N_{Re,PL} < 500$

Adotar $k_f = \beta/N$ onde $N = N_{Re}$ ou $N_{Re,PL}$

$$\beta = 500(k_f)_{turbulento}$$

$(k_f)_{turbulento}$ é obtido da Tabela 1.5 de Valentas et al., 1997.

$$\text{Para contração brusca:} \quad (k_f)_{turbulento} = 0,55 \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) \left(\frac{2}{\alpha}\right)$$

$$\text{Para expansão brusca:} \quad (k_f)_{turbulento} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \left(\frac{2}{\alpha}\right)$$

$$\text{onde } \alpha = \frac{2(2n+1)(5n+3)}{3(3n+1)^2}$$

Tabela 14. Propriedades reológicas de laticínios, peixes e carnes.

Product	T (°C)	n (-)	K (Pa·s ⁿ)	σ_y (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)
Cream, 10% fat	40	1.0	.00148	—	—
	60	1.0	.00107	—	—
	80	1.0	.00083	—	—
Cream, 20% fat	40	1.0	.00238	—	—
	60	1.0	.00171	—	—
	80	1.0	.00129	—	—
Cream, 30% fat	40	1.0	.00395	—	—
	60	1.0	.00289	—	—
	80	1.0	.00220	—	—
Cream, 40% fat	40	1.0	.00690	—	—
	60	1.0	.00510	—	—
	80	1.0	.00395	—	—
Minced fish paste	3-6	.91	8.55	1600.0	67-238
Raw, meat batters					
15 ^a 13 ^b 68.8 ^c	15	.156	639.3	1.53	300-500
18.7 12.9 65.9	15	.104	858.0	.28	300-500
22.5 12.1 63.2	15	.209	429.5	0	300-500
30.0 10.4 57.5	15	.341	160.2	27.8	300-500
33.8 9.5 54.5	15	.390	103.3	17.9	300-500
45.0 6.9 45.9	15	.723	14.0	2.3	300-500
45.0 6.9 45.9	15	.685	17.9	27.6	300-500
67.3 28.9 1.8	15	.205	306.8	0	300-500
Milk, homogenized	20	1.0	.002000	—	—
	30	1.0	.001500	—	—
	40	1.0	.001100	—	—
	50	1.0	.000950	—	—
	60	1.0	.000775	—	—
	70	1.0	.00070	—	—
	80	1.0	.00060	—	—
	0	1.0	.00344	—	—
Milk, raw	5	1.0	.00305	—	—
	10	1.0	.00264	—	—
	20	1.0	.00199	—	—
	25	1.0	.00170	—	—
	30	1.0	.00149	—	—
	35	1.0	.00134	—	—
	40	1.0	.00123	—	—

^a %Fat

^b %Protein

^c %Moisture Content

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.1. Boca Raton, CRC, 1997.

Tabela 15. Propriedades reológicas de óleos e outros produtos.

Product	% Total solids	T (°C)	n (-)	K (Pa·s ⁿ)	σ_y (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)
Chocolate, melted		46.1	.574	.57	1.16	
Honey						
Buckwheat	18.6	24.8	1.0	3.86		
Golden Rod	19.4	24.3	1.0	2.93		
Sage	18.6	25.9	1.0	8.88		
Sweet Clover	17.0	24.7	1.0	7.20		
White Clover	18.2	25.2	1.0	4.80		
Mayonnaise		25	.55	6.4		30-1300
		25	.60	4.2		40-1100
Mustard		25	.39	18.5		30-1300
		25	.34	27.0		40-1100
Oils						
Castor		10	1.0	2.42		
		30	1.0	.451		
		40	1.0	.231		
		100	1.0	.0169		
Corn		38	1.0	.0317		
		25	1.0	.0565		
Cottonseed		20	1.0	.0704		
		38	1.0	.0306		
Linseed		50	1.0	.0176		
		90	1.0	.0071		
Olive		10	1.0	.1380		
		40	1.0	.0363		
		70	1.0	.0124		
Peanut		25.5	1.0	.0656		
		38.0	1.0	.0251		
		21.1	1.0	.0647		32-64
		37.8	1.0	.0387		32-64
		54.4	1.0	.0268		32-64
Rapeseed		0.0	1.0	2.530		
		20.0	1.0	.163		
		30.0	1.0	.096		
Safflower		38.0	1.0	.0286		
		25.0	1.0	.0522		
Sesame		38.0	1.0	.0324		
Soybean		30.0	1.0	.0406		
		50.0	1.0	.0206		
		90.0	1.0	.0078		
Sunflower		38.0	1.0	.0311		

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.2. Boca Raton, CRC, 1997.

Product	Total solids (%)	T (°C)	n (—)	K (Pa·s ⁿ)	γ̇ (s ⁻¹)	Product	Total solids (%)	T (°C)	n (—)	K (Pa·s ⁿ)	γ̇ (s ⁻¹)
Apple						Pineapple, late	—	25	.532	8.564	0–500
Pulp	—	25.0	.084	65.03	—	41.8 Brix	—	15	.538	13.432	0–500
Sauce	11.6	27	.28	12.7	160–340		—	0	.636	18.584	0–500
	11.0	30	.30	11.6	5–50		—	-10	.629	36.414	0–500
	11.0	82.2	.30	9.0	5–50	Valencia, early	—	25	.583	5.059	0–500
	10.5	26	.45	7.32	.78–1260	43.0 Brix	—	15	.609	6.714	0–500
	9.6	26	.45	5.63	.78–1260		—	-10	.619	27.16	0–500
	8.5	26	.44	4.18	.78–1260	Valencia, late	—	25	.538	8.417	0–500
Apricots						41.9 Brix	—	15	.568	11.802	0–500
Puree	17.7	26.6	.29	5.4	—		—	0	.644	18.751	0–500
	23.4	26.6	.35	11.2	—		—	-10	.628	41.412	0–500
	41.4	26.6	.35	54.0	—	Naval					
	44.3	26.6	.37	56.0	5–80	65.1 Brix	—	-18.5	.71	29.2	—
	51.4	26.6	.36	108.0	5–80		—	-14.1	.76	14.6	—
	55.2	26.6	.34	152.0	5–80		—	-9.3	.74	10.8	—
	59.3	26.6	.32	300.0	5–80		—	-5.0	.72	7.9	—
Reliable, conc.							—	-0.7	.71	5.9	—
Green	27.0	4.4	.25	170.0	3.3–137		—	10.1	.73	2.7	—
	27.0	25	.22	141.0	3.3–137		—	29.9	.72	1.6	—
Ripe	24.1	4.4	.25	67.0	3.3–137		—	29.5	.74	.9	—
	24.1	25	.22	54.0	3.3–137	Papaya, puree (7.3 Brix)	—	26.0	.528	9.09	20–450
Ripened	25.6	4.4	.24	85.0	3.3–137	Peach					
	25.6	25	.26	71.0	3.3–137	Pie Filling	—	20.0	.46	20.22	1–140
Overripe	26.0	4.4	.27	90.0	3.3–137	Puree	10.9	26.6	.44	.94	—
	26.0	25	.30	67.0	3.3–137		17.0	26.6	.55	1.38	—
Banana							21.9	26.6	.55	2.11	—
Puree A	—	23.8	.458	6.5	—		26.0	26.6	.40	13.4	80–1000
Puree B	—	23.8	.333	10.7	—		29.6	26.6	.40	18.0	80–1000
Puree (17.7 Brix)	—	22	.283	107.3	28–200		37.5	26.6	.38	44.0	—
Blueberry, pie filling	—	20	.426	6.08	3.3–530		40.1	26.6	.35	58.5	2–300
Carrot, Puree	—	25	.228	24.16	—		49.8	26.6	.34	85.5	2–300
Green Bean, Puree	—	25	.246	16.91	—		58.4	26.6	.34	440.0	—
Guava, Puree (10.3 Brix)	—	23.4	.494	39.98	15–400		11.7	30.0	.28	7.2	5–50
Mango, Puree (9.3 Brix)	—	24.2	.334	20.58	15–1000		11.7	82.2	.27	5.8	5–50
Orange Juice							10.0	27.0	.34	4.5	160–3200
Concentrate						Pear					
Hamlin, early	—	25	.585	4.121	0–500	Puree	15.2	26.6	.35	4.25	—
42.5 Brix	—	15	.602	5.973	0–500		24.3	26.6	.39	5.75	—
	—	0	.676	9.157	0–500		33.4	26.6	.38	38.5	80–1000
	—	-10	.705	14.255	0–500		37.6	26.6	.38	49.7	—
Hamlin, late	—	25	.725	1.930	0–500		39.5	26.6	.38	64.8	2–300
41.1 Brix	—	15	.560	8.118	0–500		47.6	26.6	.33	120.0	5–1000
	—	0	.620	1.754	0–500		49.3	26.6	.34	170.0	—
	—	-10	.708	13.875	0–500		51.3	26.6	.34	205.0	—
Pineapple, early	—	25	.643	2.613	0–500		45.8	32.2	.479	35.5	—
40.3 Brix	—	15	.587	5.887	0–500		45.8	48.8	.477	26.0	—
	—	0	.681	8.938	0–500		45.8	65.5	.484	20.0	—
	—	-10	.713	12.184	0–500		45.8	82.2	.481	16.0	—
							14.0	30.0	.35	5.6	5–50
							14.0	82.2	.35	4.6	5–50
						Plum					
						Puree	14.0	30.0	.34	2.2	5–50
							14.0	82.2	.34	2.0	5–50
						Squash					
						Puree A	—	25	.149	20.65	—
						Puree B	—	25	.281	11.42	—
						Tomato					
						Juice conc.	5.8	32.2	.59	.22	500–800
							5.8	38.8	.54	.27	500–800
							5.8	65.5	.47	.37	500–800
							12.8	32.2	.43	2.0	500–800
							12.8	48.8	.43	2.28	500–800
							12.8	65.5	.34	2.28	500–800
							12.8	82.2	.35	2.12	500–800
							16.0	32.2	.45	3.16	500–800
							16.0	48.8	.45	2.77	500–800
							16.0	65.5	.40	3.18	500–800
							16.0	82.2	.38	3.27	500–800
							25.0	32.2	.41	12.9	500–800
							25.0	48.8	.42	10.5	500–800
							25.0	65.5	.43	8.0	500–800
							25.0	82.2	.43	6.1	500–800
							30.0	32.2	.40	18.7	500–800
							30.0	48.8	.42	15.1	500–800
							30.0	65.5	.43	11.7	500–800
							30.0	82.2	.45	7.9	500–800

Tabela 16. Propriedades reológicas de frutas e vegetais.

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.3. Boca Raton, CRC, 1997.

Tabela 17. Coeficientes da correlação para o fator de atrito de Fanning para fluxo laminar de produtos alimentícios que seguem a lei de potência, usando a seguinte equação: $f = a(N_{Re,PL})^b$

Product(s)	a*	b*	Source
Ideal power law	16.0	-1.00	Theoretical prediction
Pineapple pulp	13.6	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Apricot puree	12.4	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Orange concentrate	14.2	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Applesauce	11.7	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Mustard	12.3	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Mayonnaise	15.4	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Applejuice concentrate	18.4	-1.00	Rozema and Beverloo (1974)
Combined data of tomato concentrate and apple puree	29.1	-0.992	Lewicki and Skierkowski (1988)
Applesauce	14.14	-1.05	Steffe et al. (1984)

* a and b are dimensionless numbers.

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.4. Boca Raton, CRC, 1997.

Tabela 18. Coeficientes para perda de carga para escoamento turbulento de fluidos newtonianos através de válvulas e conexões.

- * This is pressure drop (including friction loss) between run and branch, based on velocity in the main stream before branching. Actual value depends on the flow split, ranging from 0.5 to 1.3 if main stream enters run and 0.7 to 1.5 if main stream enters branch.
- ^b The fraction open is directly proportional to steam travel or turns of hand wheel. Flow direction through some types of valves has a small effect on pressure drop. For practical purposes this effect may be neglected.
- ^c Values apply only when check valve is fully open, which is generally the case for velocities more than 3 ft/s for water.

Data from Sakiadis, B. C. 1984. Fluid and particle mechanics. In: Perry, R. H., Green, D. W., and Maloney, J. O. (ed.). *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., Sect. 5. McGraw-Hill, New York.

Type of Fitting or Valve	k_f
45° elbow, standard	0.35
45° elbow, long radius	0.2
90° elbow, standard	0.75
Long radius	0.45
Square or miter	1.3
180° bend, close return	1.5
Tee, standard, along run, branch blanked off	0.4
Used as elbow, entering run	1.0
Used as elbow, entering branch	1.0
Branching flow	1.0 ^a
Coupling	0.04
Union	0.04
Gate, valve, open	0.17
3/4 Open ^b	0.9
1/2 Open ^b	4.5
1/4 Open ^b	24.0
Diaphragm valve, open	2.3
3/4 Open ^b	2.6
1/2 Open ^b	4.3
1/4 Open ^b	21.0
Globe valve, bevel seat, open	6.0
1/2 Open ^b	9.5
Composition seat, open	6.0
1/2 Open ^b	8.5
Plug disk, open	9.0
3/4 Open ^b	13.0
1/2 Open ^b	36.0
1/4 Open ^b	112.0
Angle valve, open ^b	2.0
Plug cock	
$\theta = 0^\circ$ (fully open)	0.0
$\theta = 5^\circ$	0.05
$\theta = 10^\circ$	0.29
$\theta = 20^\circ$	1.56
$\theta = 40^\circ$	17.3
$\theta = 60^\circ$	206.0
Butterfly valve	
$\theta = 0^\circ$ (fully open)	0.0
$\theta = 5^\circ$	0.24
$\theta = 10^\circ$	0.52
$\theta = 20^\circ$	1.54
$\theta = 40^\circ$	10.8
$\theta = 60^\circ$	118.0
Check valve, swing	2.0 ^c
Disk	10.0 ^c
Ball	70.0 ^c

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.5. Boca Raton, CRC, 1997.

Tabela 19. Coeficientes para perda de carga (valores de k_f) para escoamento laminar de fluidos newtonianos através de válvulas e conexões.

Type of fitting or valve	$N_{Re} =$		
	1000	500	100
90° ell, short radius	0.9	1.0	7.5
Tee, standard, along run	0.4	0.5	2.5
Branch to line	1.5	1.8	4.9
Gate valve	1.2	1.7	9.9
Globe valve, composition disk	11	12	20
Plug	12	14	19
Angle valve	8	8.5	11
Check valve, swing	4	4.5	17

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.6. Boca Raton, CRC, 1997.

Tabela 20. Valores de β para a equação 1.41 ($k_f = \beta/N$).

Type of fitting or valve	β	N_{Re}
90° Short curvature elbow, 1 and 2 inch	842	1-1000
Fully open gate valve, 1 and 2 inch	273	1-100
Fully open square plug globe valve, 1 inch	1460	1-10
Fully open circular plug globe valve, 1 inch	384	1-10
Contraction, $A_2/A_1 = 0.445$	110	1-100
Contraction, $A_2/A_1 = 0.660$	59	1-100
Expansion, $A_2/A_1 = 1.52$	88	1-100
Expansion, $A_2/A_1 = 1.97$	139	1-100

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Tabela 1.7.Boca Raton, CRC, 1997.

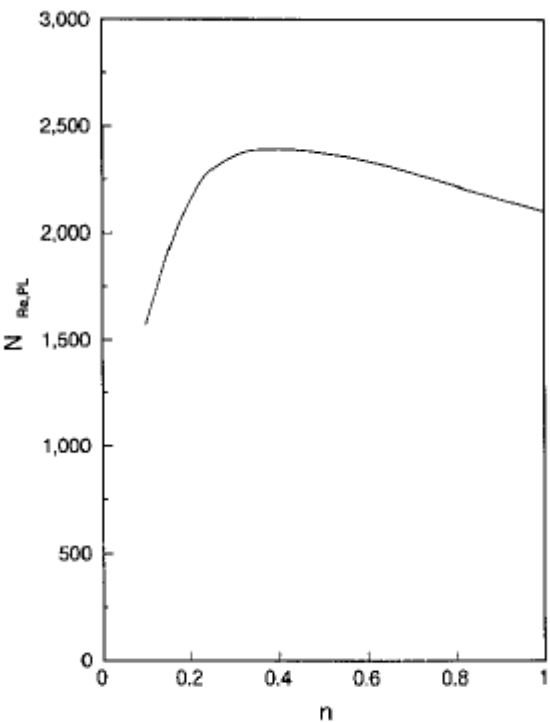


Figura 36. Valor crítico do número de Reynolds da lei de potência ($N_{Re,PL}$) para diferentes valores do índice de comportamento de fluxo (n).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.1.Boca Raton, CRC, 1997.

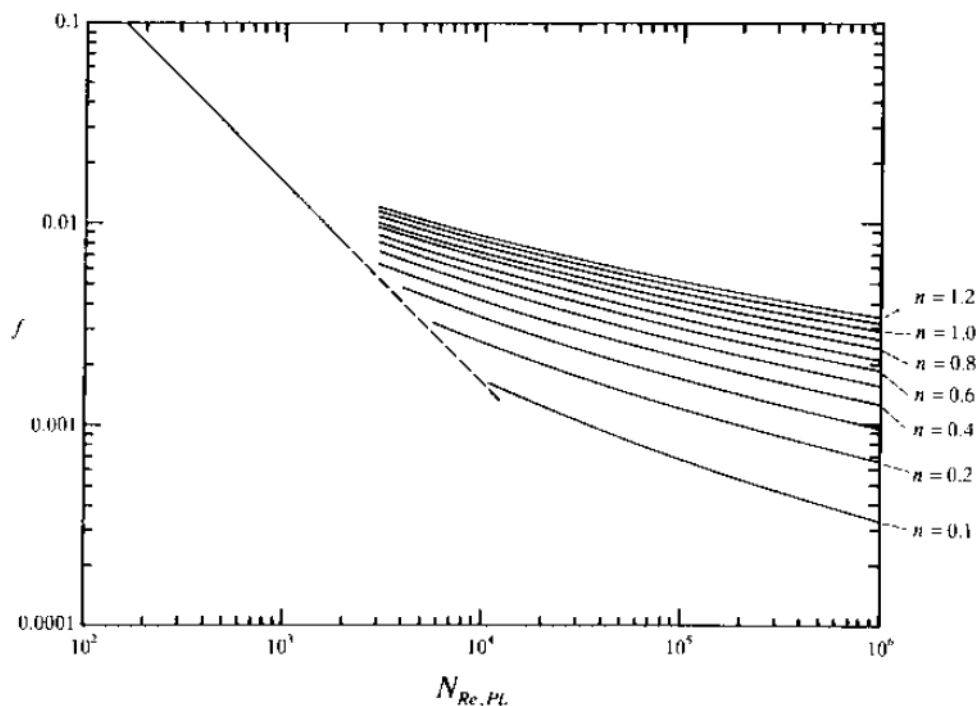


Figura 37. Fator de atrito de Fanning (f) para fluidos que seguem a lei de potência (relação de Dodge e Metzner, 1959).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.2. Boca Raton, CRC, 1997.

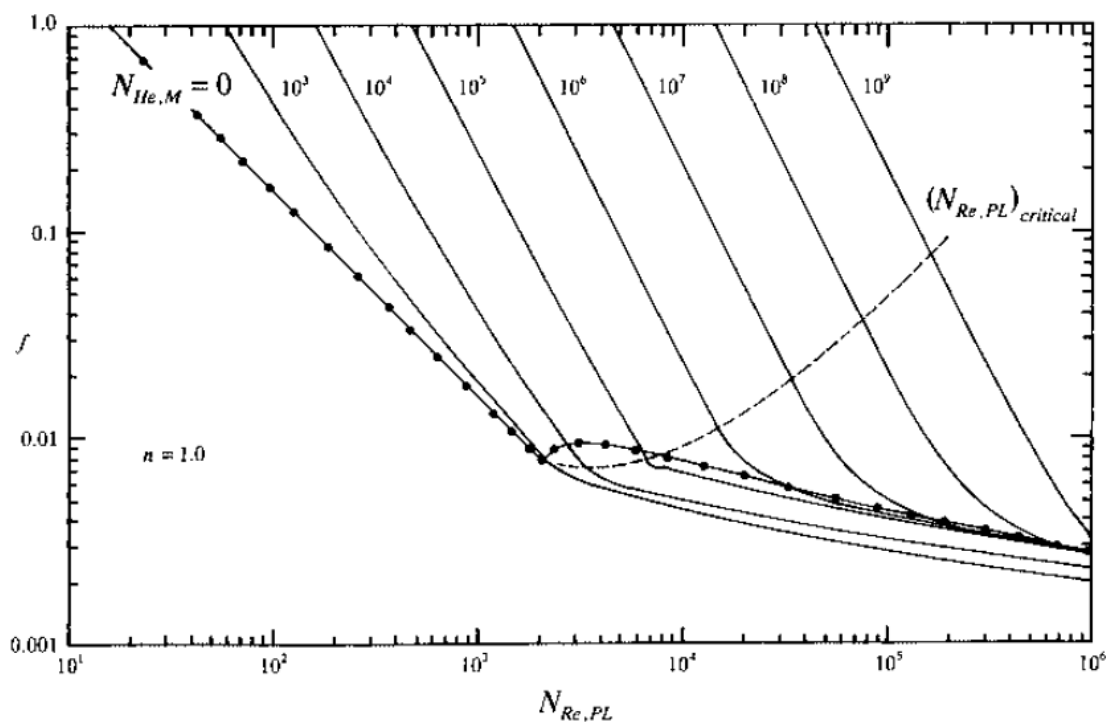


Figura 38. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=1,0$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.6. Boca Raton, CRC, 1997.

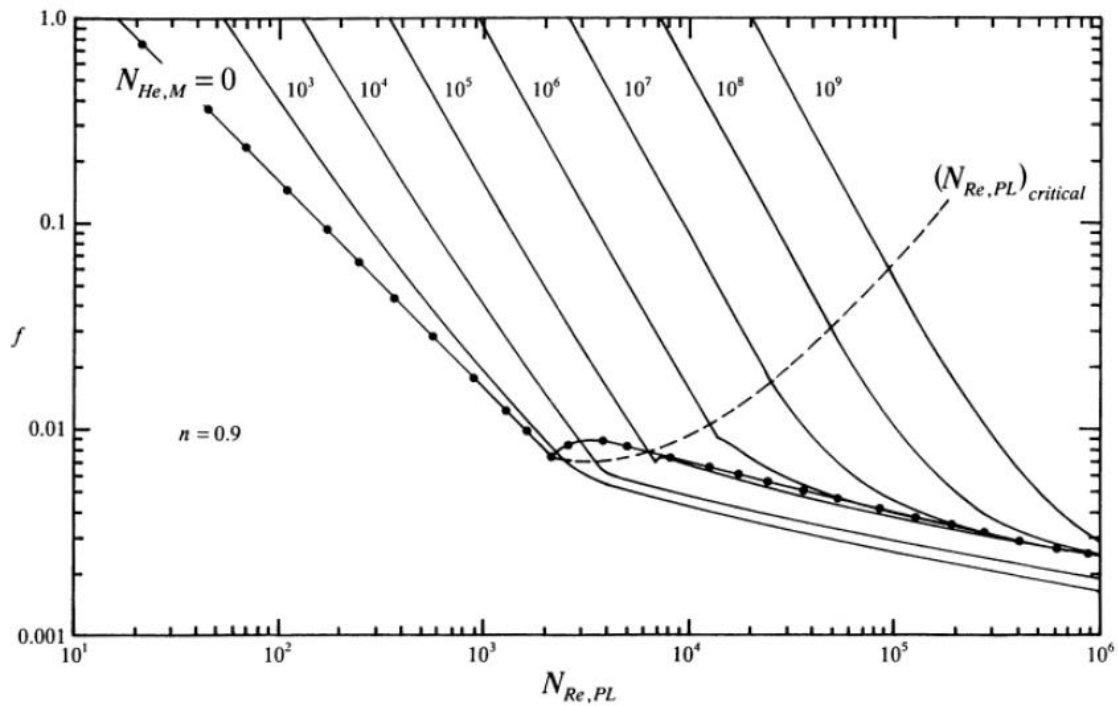


Figura 39. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,9$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.7. Boca Raton, CRC, 1997.

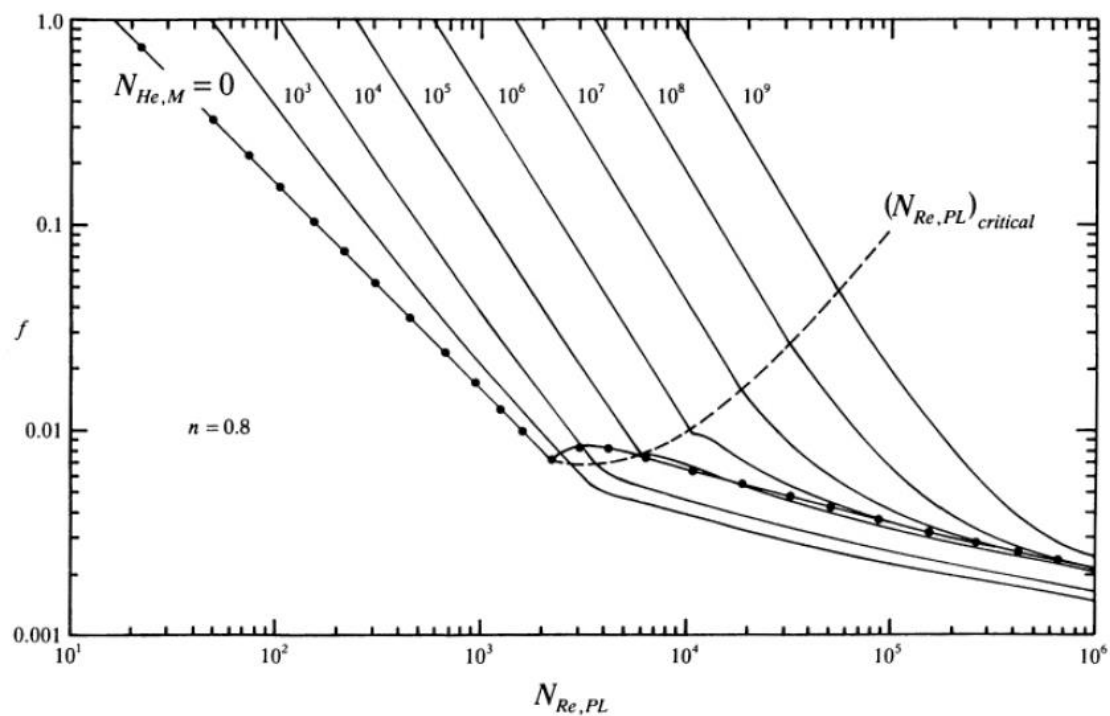


Figura 40. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,8$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.8. Boca Raton, CRC, 1997.

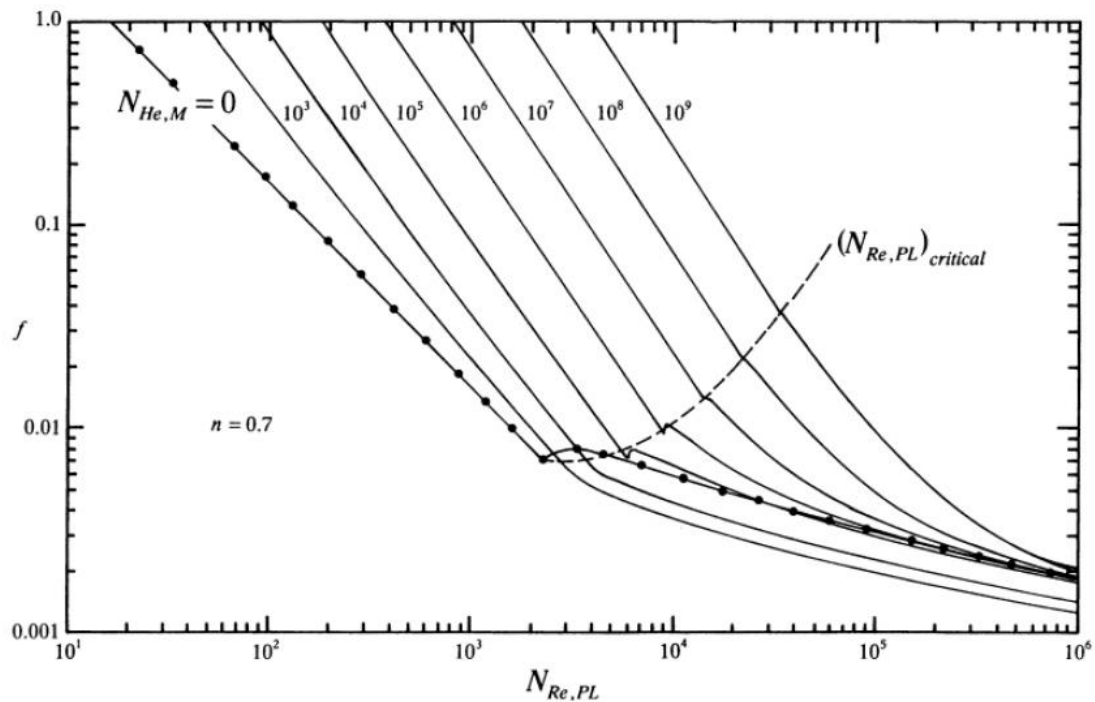


Figura 41. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,7$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.9. Boca Raton, CRC, 1997.

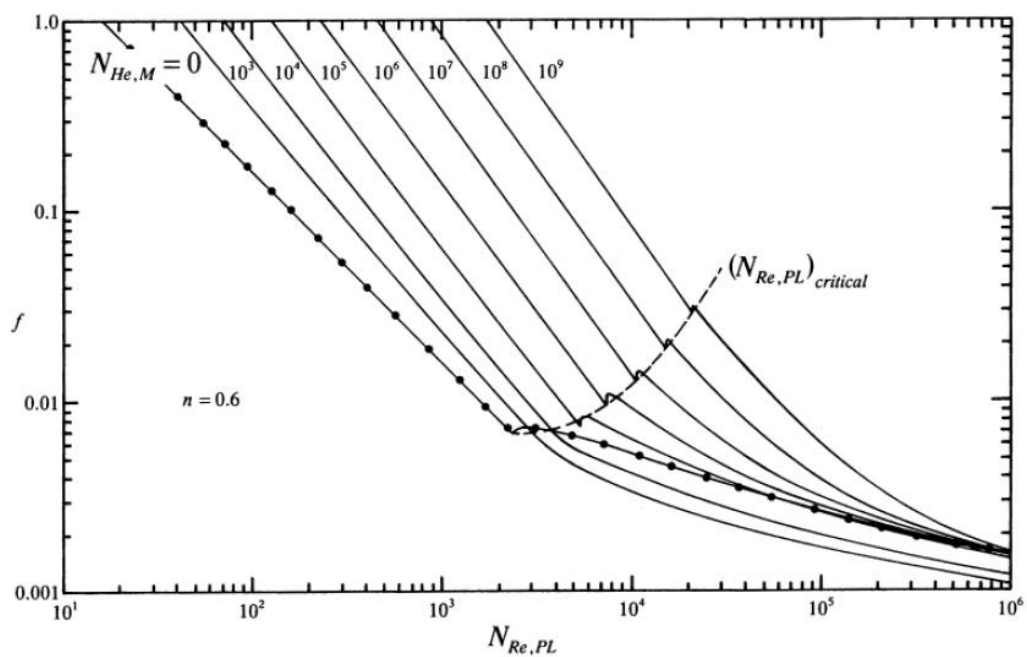


Figura 42. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,6$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.10. Boca Raton, CRC, 1997.

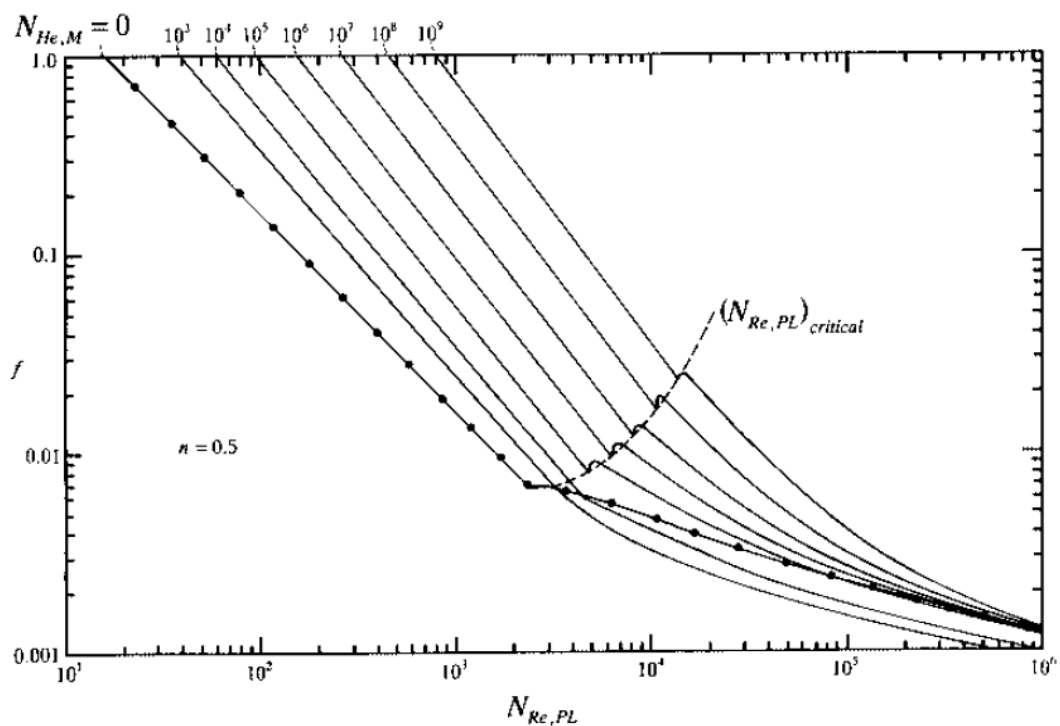


Figura 43. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,5$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.11. Boca Raton, CRC, 1997.

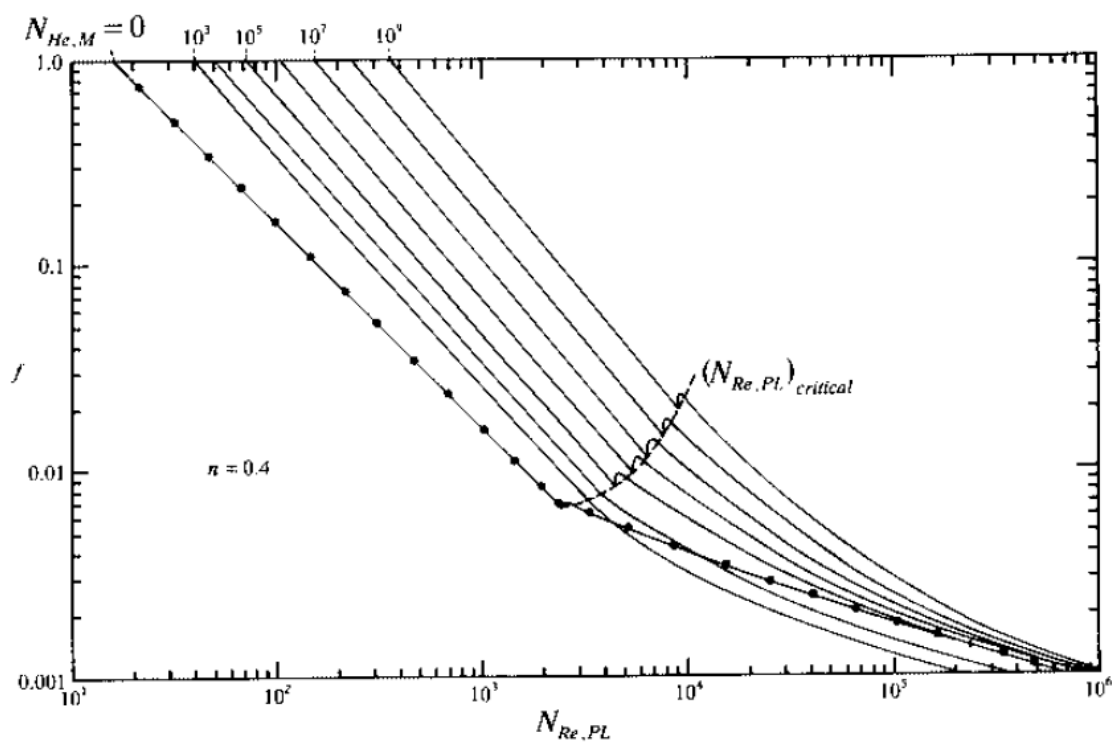


Figura 44. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,4$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.12. Boca Raton, CRC, 1997.

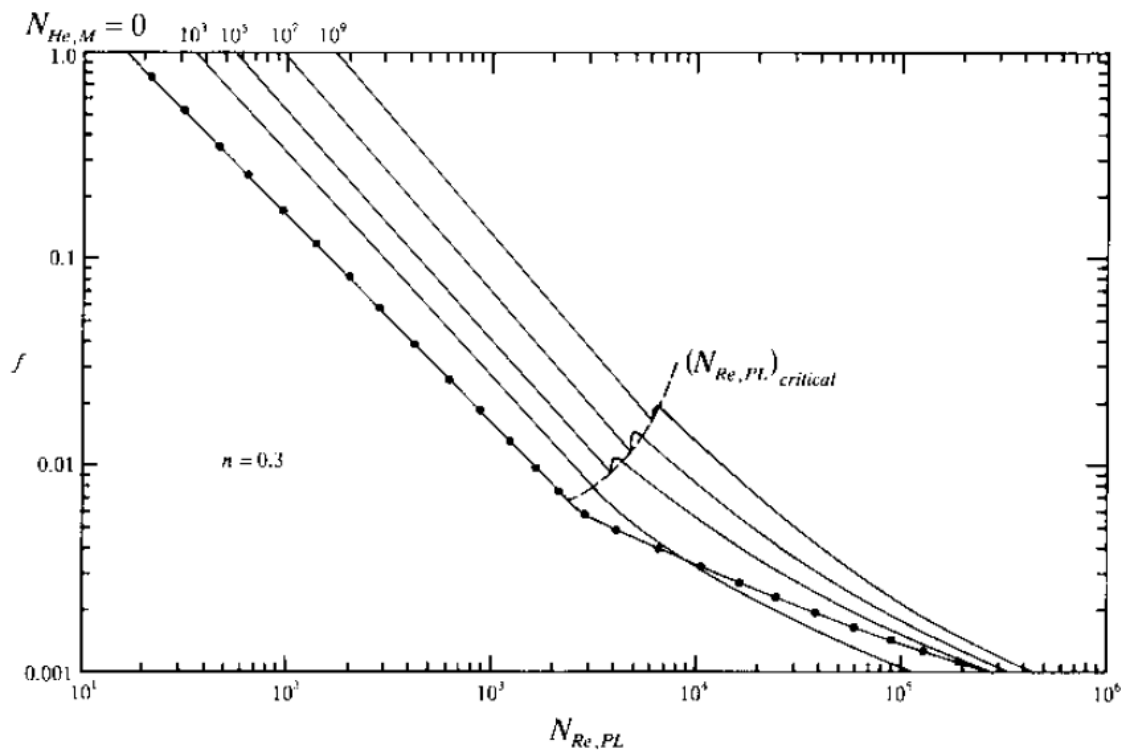


Figura 45. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,3$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.13. Boca Raton, CRC, 1997.

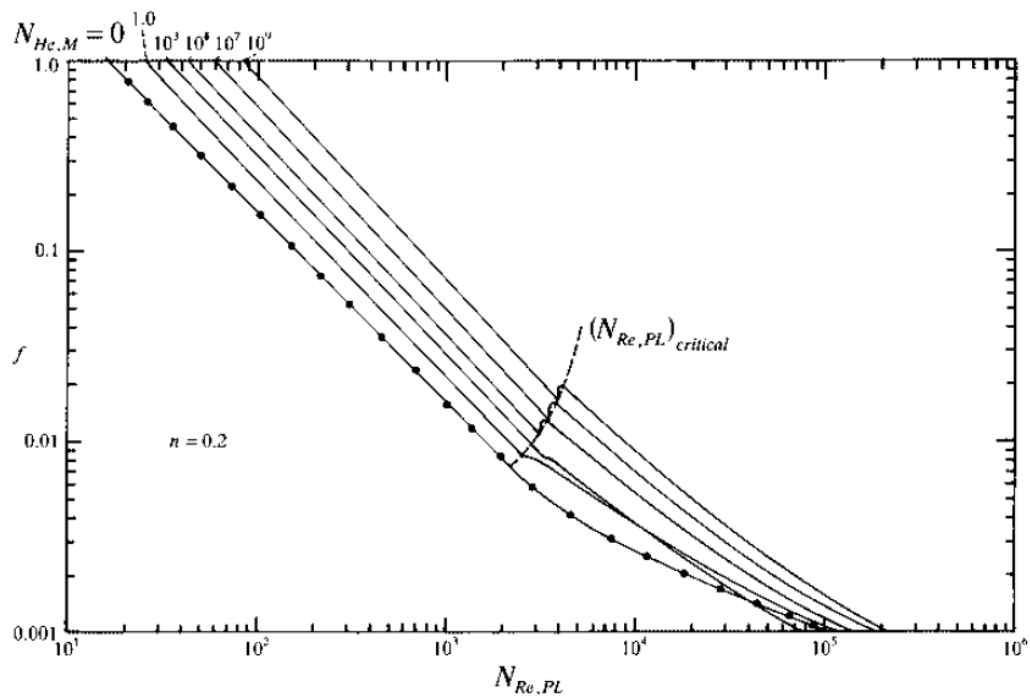


Figura 46. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,2$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.14. Boca Raton, CRC, 1997.

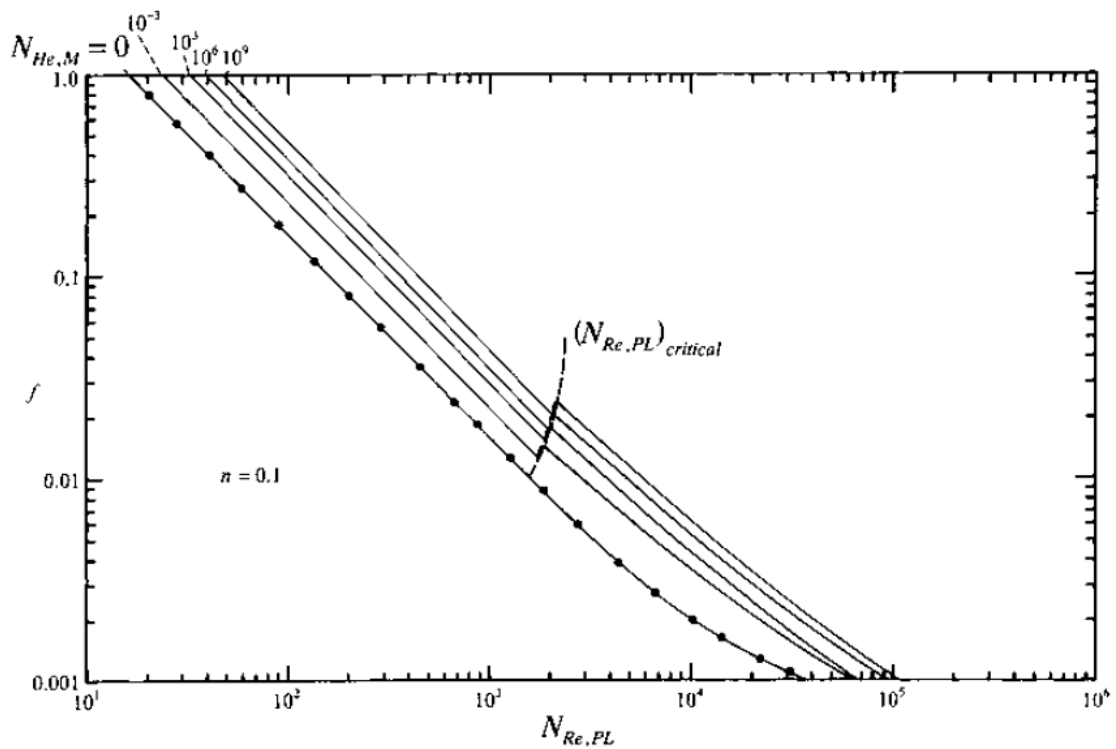


Figura 47. Fator de atrito de Fanning (f) para um fluido Herschel-Bulkley com $n=0,1$, baseado na relação de Hanks (1978).

Referência: VALENTAS, K. J.; ROTSTEIN, E.; SINGH, R. P. Handbook of Food Engineering Practice, Figura 1.15. Boca Raton, CRC, 1997.

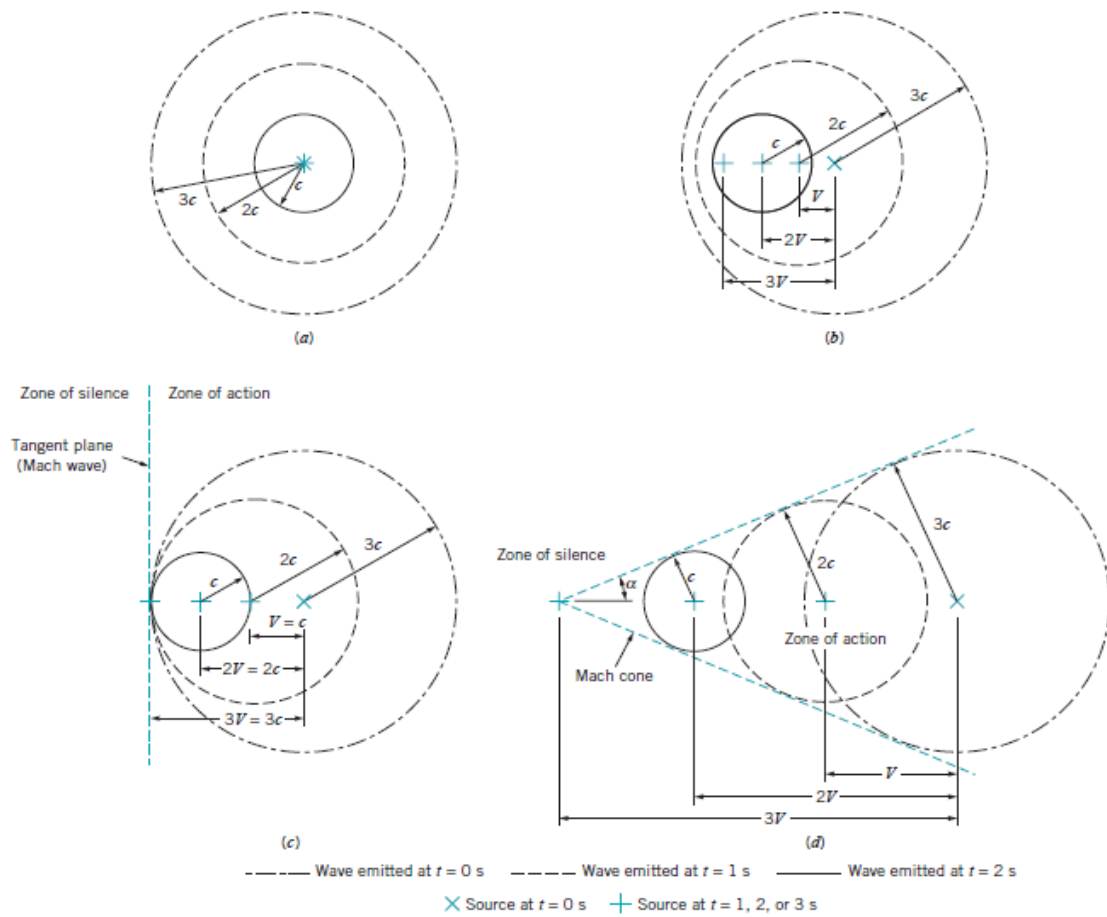


Figura 48. (a) Ondas de pressão em $t = 3$ s, $V = 0$; (b) Ondas de pressão em $t = 3$ s, $V < c$; (c) Ondas de pressão em $t = 3$ s, $V = c$; (d) Ondas de pressão em $t = 3$ s, $V > c$.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 11.3, John Wiley & Sons, 2009.

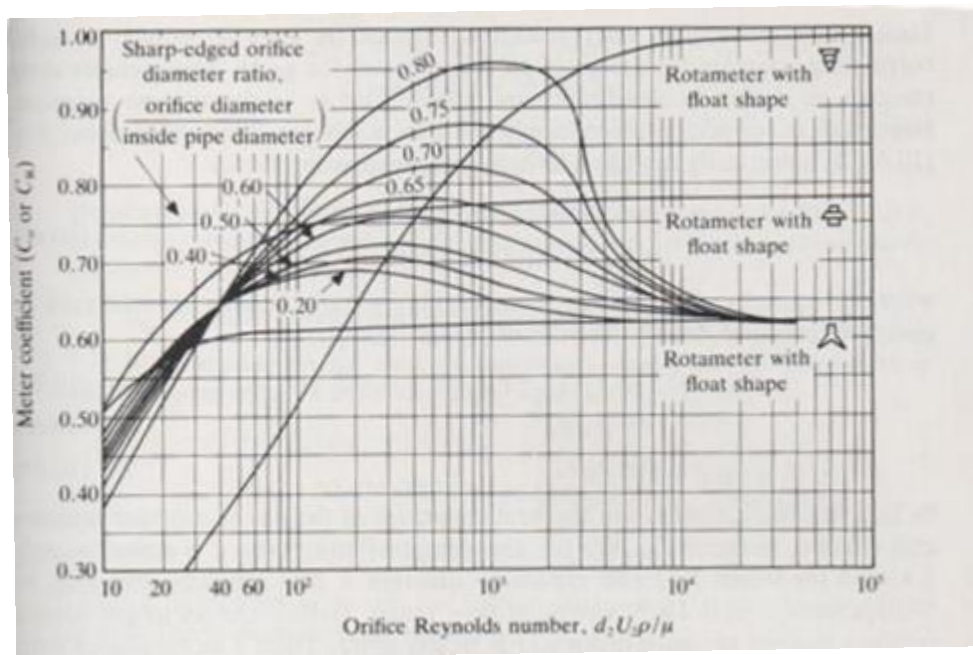


Figura 49. Coeficientes de calibração de orifício e rotâmetros.

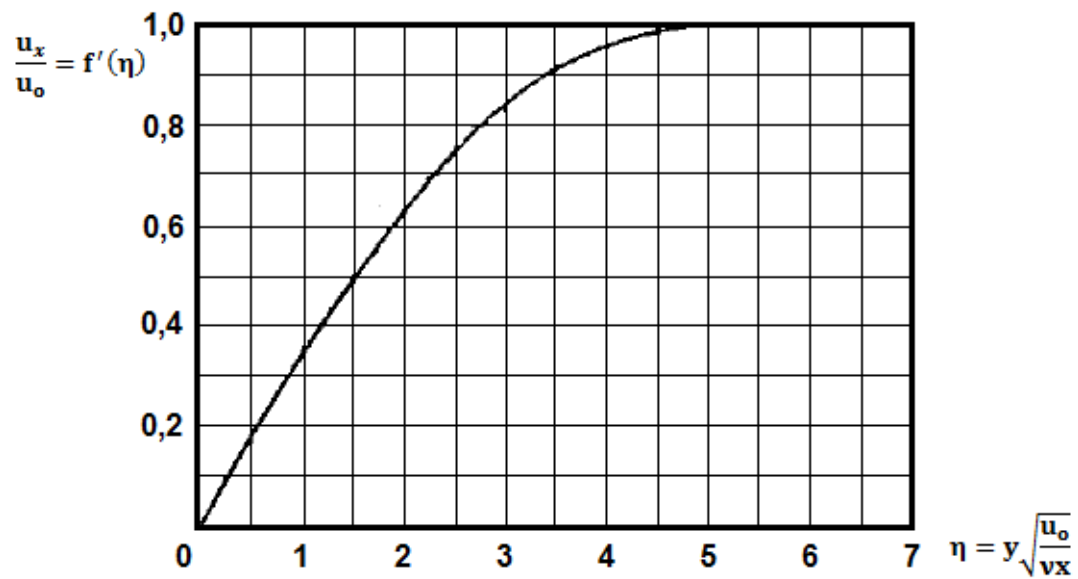


Figura 50. Variação de u_x com a posição no interior da camada limite laminar sobre uma placa plana.

Referência: SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory, 7ª edição, Figura 7.7, McGraw-Hill, 1979, adaptado.

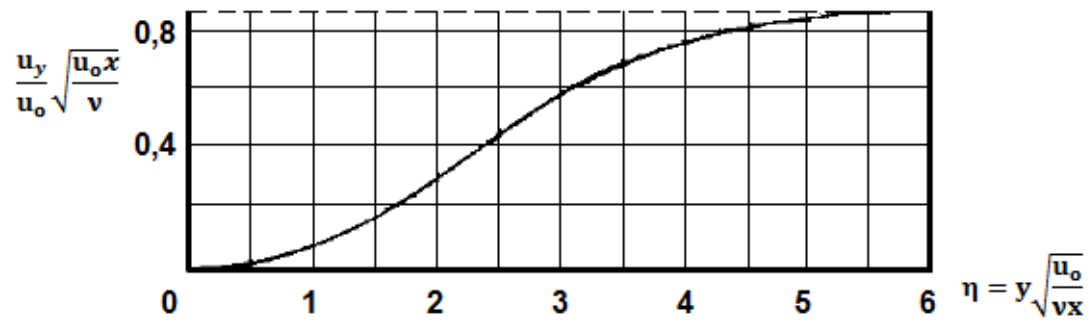


Figura 51. Variação de u_y com a posição no interior da camada limite laminar sobre uma placa plana.

Referência: SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory, 7ª edição, Figura 7.8, McGraw-Hill, 1979, adaptado.

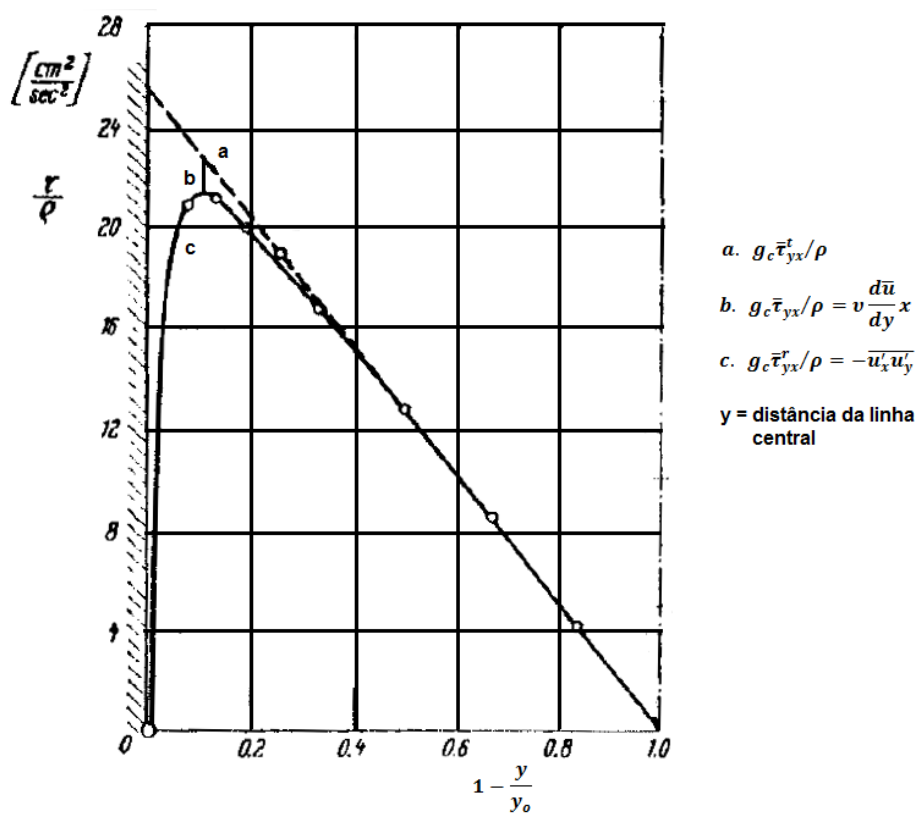


Figura 52. Tensão de cisalhamento em duto retangular.

Referência: SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory, 7ª edição, Figura 18.4, McGraw-Hill, 1979, adaptado.

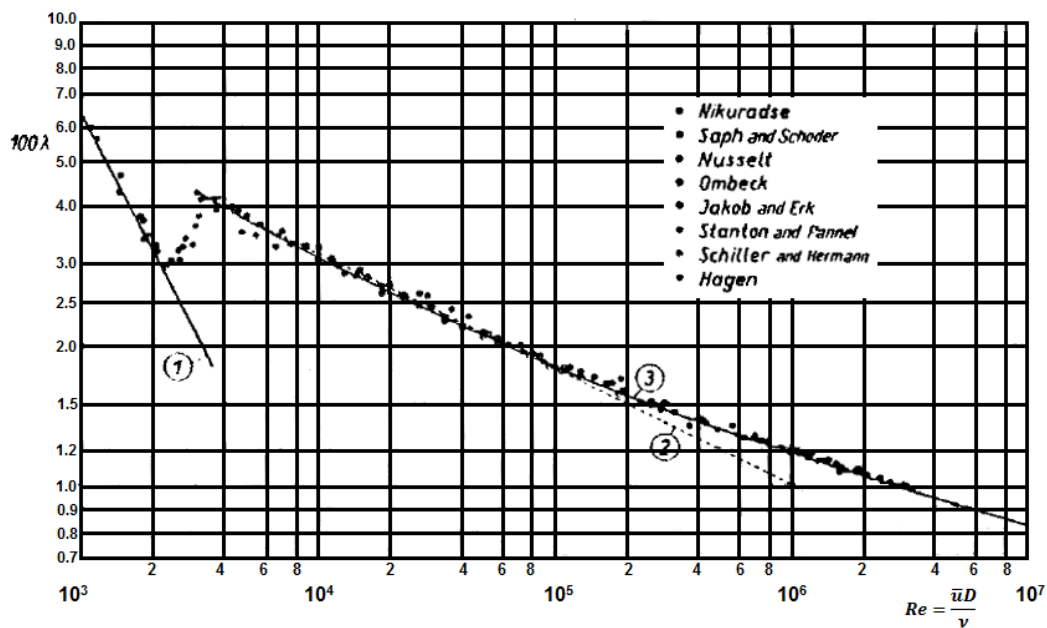


Figura 55. Fatores de atrito para escoamento em tubos lisos.

Referência: SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory, 7ª edição, Figura 20.1, McGraw-Hill, 1979, adaptado.

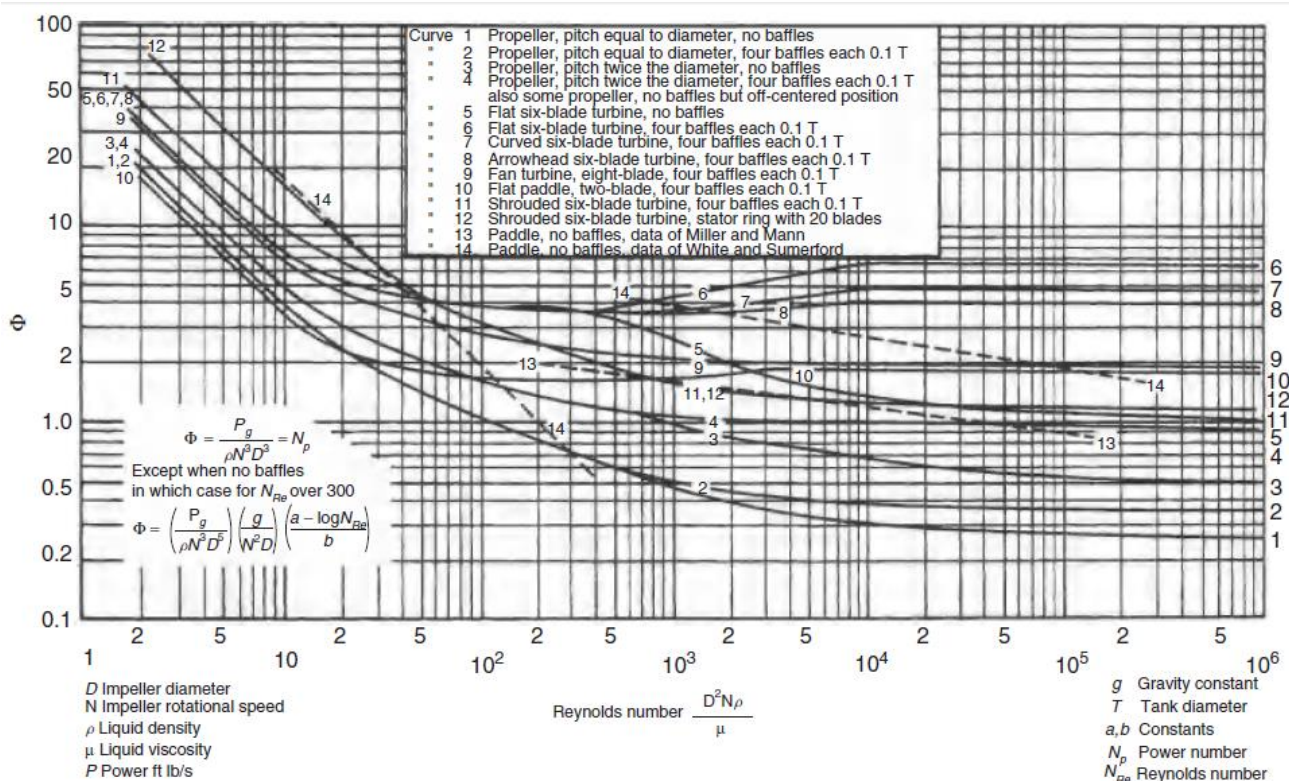


Figura 56. Número de potência para vários tipos de rotor.

Referência: HOLLOWAY, M. D.; NWAHOA, C.; ONYEWUENYI, O. A. Process Plant Equipment. Operation, Control and Reliability. Figura 12-2. John Wiley & Sons, 2012.

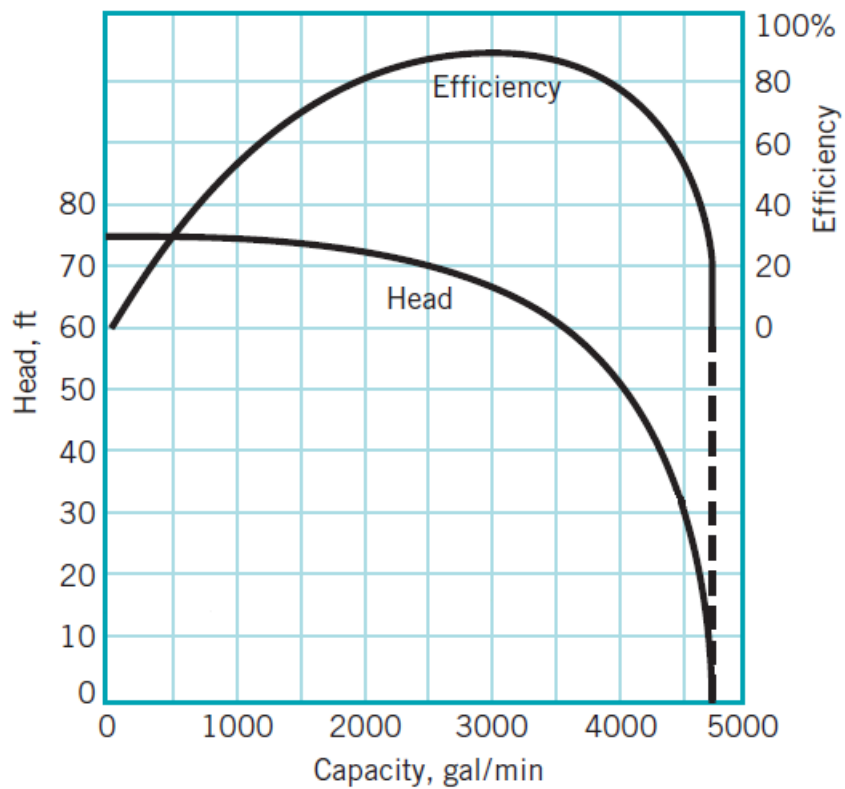


Figura 57. Desempenho de uma bomba centrífuga.

Referência: MUNSON, B. R. et al. Fundamentals of Fluid Mechanics, 6ª edição, Figura 12.17, John Wiley & Sons, 2009.

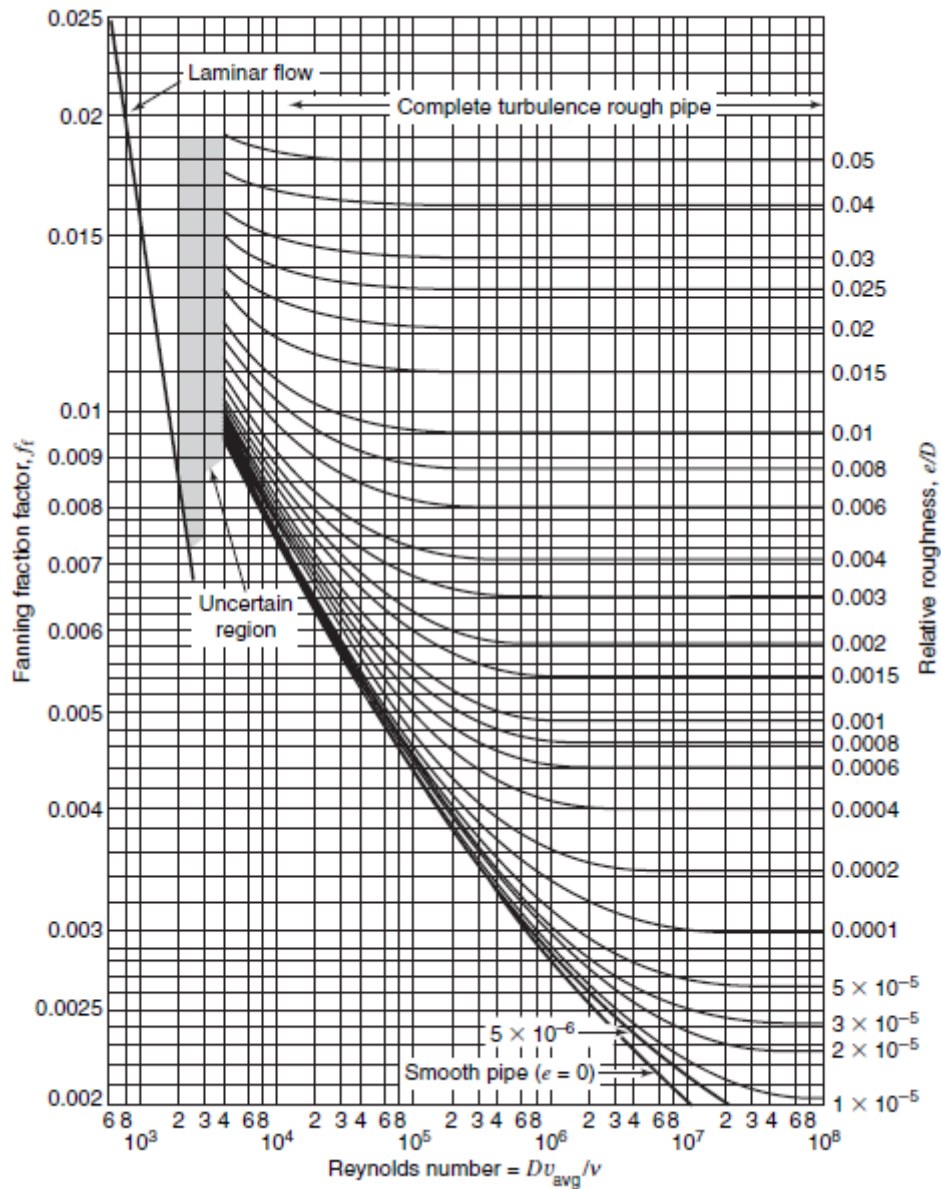


Figura 58. Fator de atrito de Fanning versus número de Reynolds e rugosidade relativa.

Referência: WELTY, J. R. et al. Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer. 5ª edição, Fig. 13.1, pg. 173, John Wiley and Sons, 2008, adaptado.

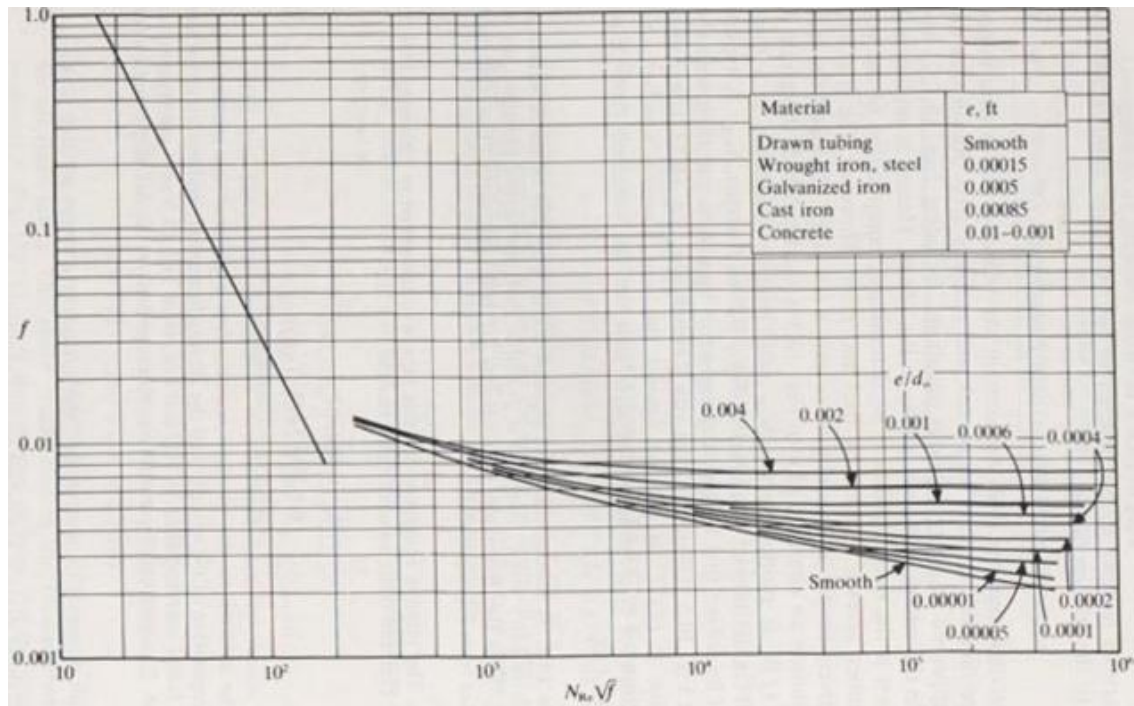


Figura 59. Fator de atrito versus número de Kármán e rugosidade relativa para tubos comerciais.

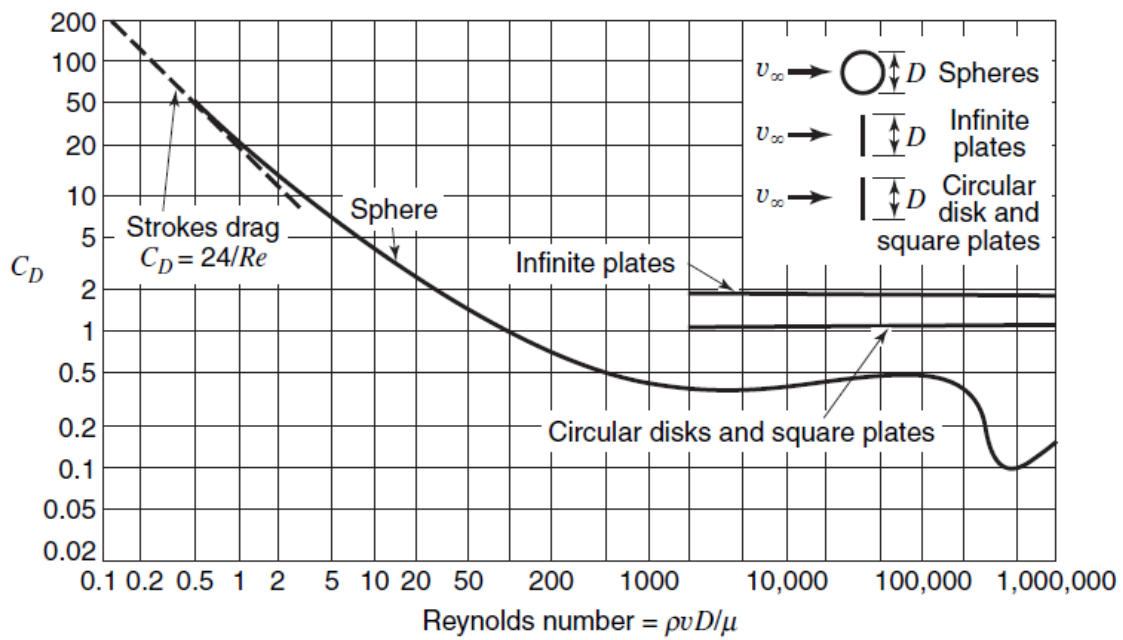


Figura 60. Coeficiente de atrito para esferas e discos.

Referência: WELTY, J. R. et al. Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer. 5ª edição, Fig. 12.4, pg. 141, John Wiley and Sons, 2008.

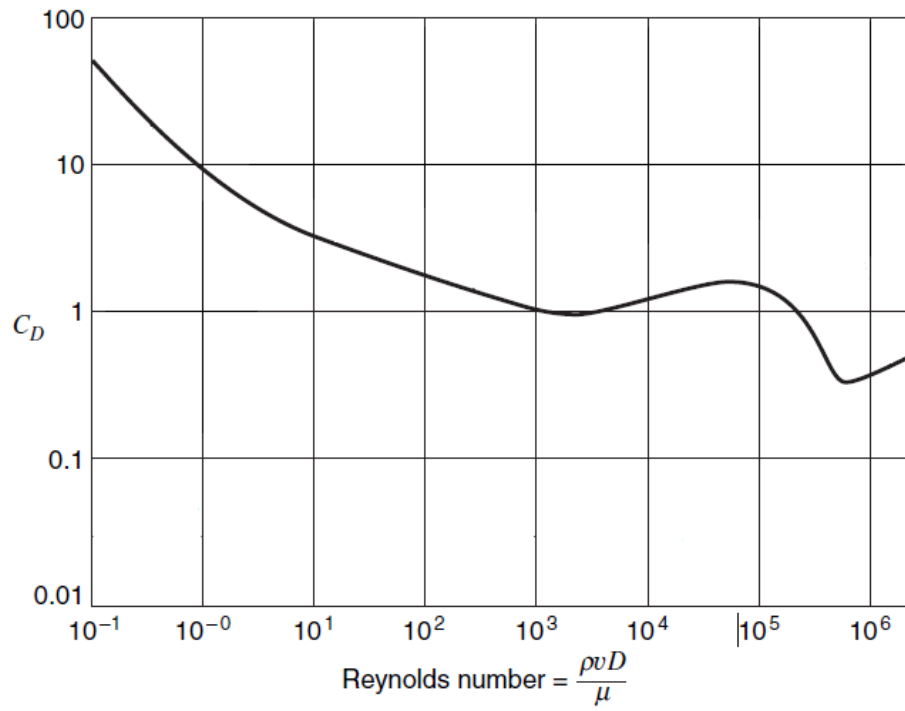


Figura 61. Coeficiente de arraste para escoamento sobre um cilindro infinito.

Referência: WELTY, J. R. et al. Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer. 5ª edição, Fig. 12.2, pg. 139, John Wiley and Sons, 2008, adaptado.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PQI-3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

LABORATÓRIO: ROTEIRO DE EXPERIMENTOS

ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 1

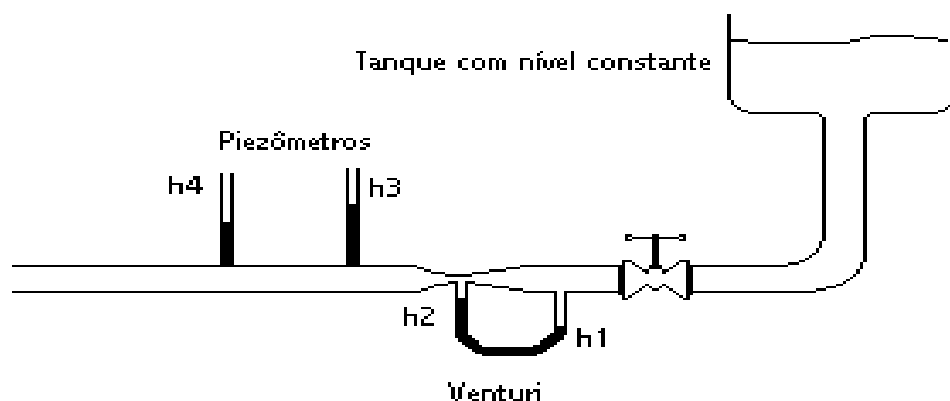
***CALIBRAÇÃO DO MEDIDOR VENTURI E PERDA DE CARGA EM TRECHO
RETO DE TUBULAÇÃO***

1. OBJETIVO

Este experimento tem como objetivo:

- a calibração do medidor Venturi;
- a determinação de perda de carga em tubo reto.

2. ESQUEMA DA APARELHAGEM



3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

3.1. Calibração do medidor Venturi

Para uma dada vazão, em regime estacionário, medir o volume de líquido coletado num intervalo de tempo cronometrado. É importante observar que a tubulação esteja cheia de líquido. Medir, para esta etapa do experimento, as alturas h_1 e h_2 do fluido manométrico do medidor Venturi.

Estabelecer, pelo menos, seis vazões diferentes e para cada vazão, medir por duas vezes o volume coletado, o tempo e a diferença de alturas h_1 e h_2 . Não há necessidade de medir as alturas h_3 e h_4 para esta etapa do experimento.

3.2. Obtenção da perda de carga em tubo reto.

Usando vazões diferentes das adotadas durante a calibração do medidor Venturi, proceder do seguinte modo:

- *estabelecer uma vazão;
- *medir a variação de altura $h_1 - h_2$;
- *medir a variação de altura $h_3 - h_4$.

Observação: não esquecer de medir a distância entre os dois piezômetros (entre as alturas h_3 e h_4) e o diâmetro da tubulação.

4. RELATÓRIO

O RELATÓRIO DEVE APRESENTAR OS ITENS A SEGUIR DESCRITOS. EMPREGAR O SISTEMA SI DE UNIDADES

4.1. Calibração do medidor Venturi

- Apresentar uma tabela com os seguintes dados: Δh_{12} , ΔP_{12} , ΔV , Δt , Q , $Q_{\text{média}}$. V = volume coletado, t = tempo cronometrado, Q = vazão obtida em cada medida, $Q_{\text{média}}$ = vazão média das três medidas.
- Construir a curva de calibração do medidor Venturi: Vazão volumétrica ($Q_{\text{média}}$) X Desnível observado no medidor Venturi (Δh_{12}).
- A vazão dada pelo medidor Venturi pode ser relacionada por uma expressão do tipo:
$$Q_{\text{média}} = a(\Delta P_{12})^b$$

Justifique a validade desta expressão com base nos conhecimentos teóricos. O que representam as constantes **a** e **b**?
- Construir o gráfico de $\log(Q_{\text{média}})$ X $\log(\Delta P_{12})$.
- Desprezando eventuais pontos discrepantes, obter pelo método da regressão linear os parâmetros **a** e **b**. Compare, se possível, com os valores esperados.
- Obtenha com essa expressão os valores das vazões correspondentes ao ΔP_{12} ensaiado. Compare os valores obtidos com a expressão e os valores obtidos experimentalmente. Apresente os desvios percentuais.
- Com os valores obtidos no experimento mostre como calcular o C_v do medidor Venturi. Comente.

4.2. Determinação da perda de carga em tubo reto.

- Apresentar uma tabela com os seguintes dados: Δh_{12} , ΔP_{12} , Q , Δh_{34} e ΔP_{34} .
 - Construir o gráfico da perda de carga no trecho em função da vazão. Comente sobre o tipo de curva obtida.
 - Calcular o fator de atrito, f , para cada medida feita. Construir uma tabela apresentando f X Re .
 - Construir o gráfico de f X Re .
 - Comparar o gráfico obtido com os gráficos encontrados na literatura. Anexar os gráficos com os quais a comparação é feita.
- **OBSERVAÇÃO: DEIXAR CLARO QUAIS OS VALORES DAS CONSTANTES UTILIZADAS, AS UNIDADES EMPREGADAS EM CADA CÁLCULO, AS EQUAÇÕES CONSIDERADAS.**

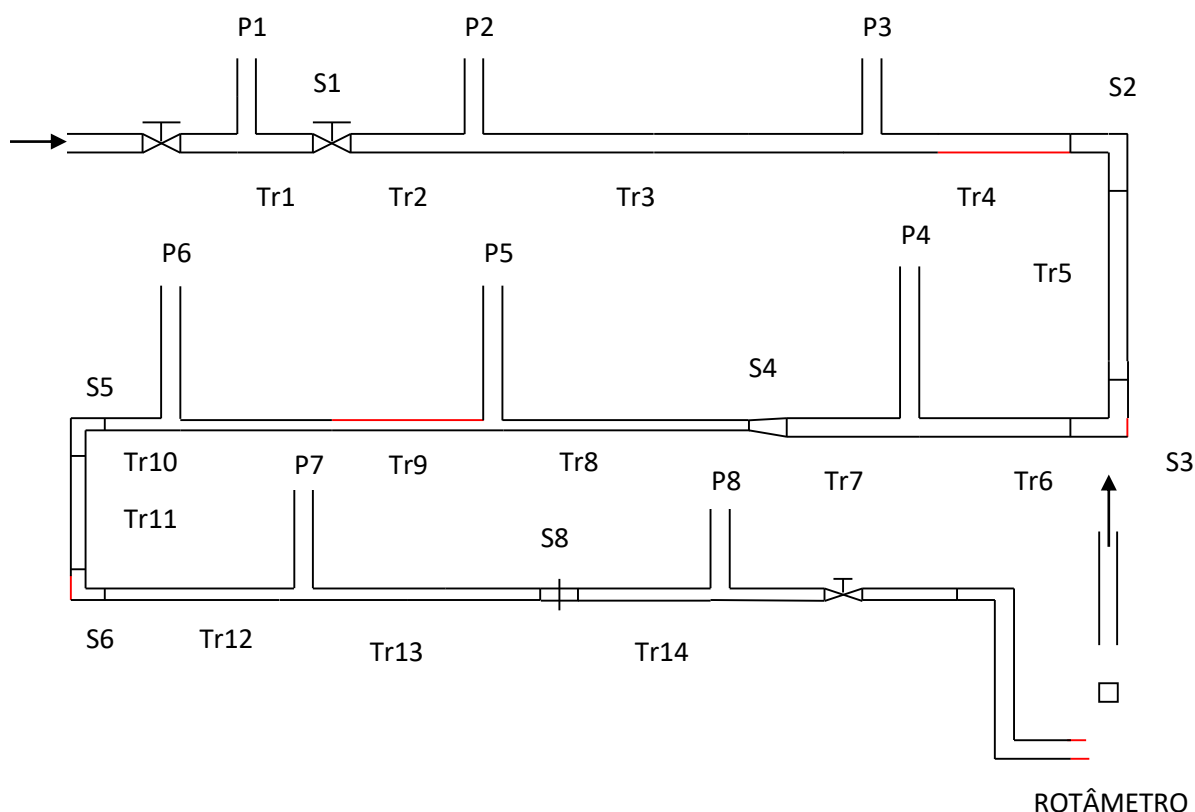
ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 2

PAINEL DE PIEZÔMETROS – PERDA DE CARGA

1. OBJETIVOS:

- determinar a perda de carga em singularidades;
- determinar a perda de carga em trecho reto de tubulação.

2. ESQUEMA DA APARELHAGEM



Tubulação em PVC:

- diâmetro interno do trecho I: 32mm
- diâmetro interno do trecho II: 25mm

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

3.1. Medidas da vazão:

A vazão será medida com um rotâmetro. Observar a escala do rotâmetro e não ultrapassar o valor máximo permitido que será informado antes do experimento, para cada equipamento. O número de vazões ensaiadas deve ser de, no mínimo, seis valores diferentes e espaçados de forma a cobrir toda a escala possível para o equipamento.

3.2. Obtenção das perdas de carga:

Antes de iniciar o experimento, procure estudar o painel verificando: tipos de singularidades, maneira como as tomadas de pressão são feitas, controle da vazão.

Para cada vazão estabelecida, anotar as alturas das colunas d'água em cada piezômetro. Procurar ler com cuidado, já que todos os resultados dependem das leituras efetuadas. Não esquecer de medir o comprimento dos trechos retos de tubulação.

4. RELATÓRIO

O RELATÓRIO DEVE APRESENTAR OS ITENS A SEGUIR DESCRITOS. EMPREGAR O SISTEMA SI DE UNIDADES

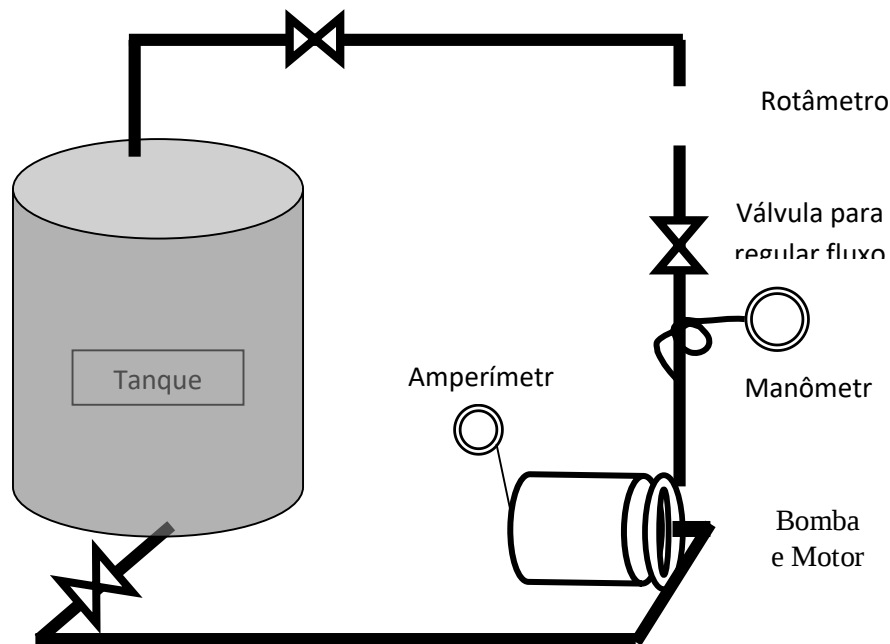
- Fazer uma tabela contendo:
 - vazões utilizadas;
 - diferença de alturas entre dois piezômetros sucessivos no painel.
- Para cada trecho de medida (entre dois piezômetros):
 - indicar como calcular a perda de carga para cada singularidade a partir dos dados medidos. Apresente o equacionamento;
- Apresentar uma tabela com os seguintes resultados: vazão, trecho reto, perda de carga.
- Apresentar uma tabela com os seguintes resultados: vazão, singularidade, perda de carga.
- Construir num único gráfico, a perda de carga em função da vazão para cada singularidade. COMPARAR E COMENTAR OS RESULTADOS OBTIDOS.
- Escolher duas singularidades quaisquer e estimar a perda de carga para um dado valor de vazão, utilizando algum método teórico. Indicar o método, os valores utilizados para a estimativa e comparar com o valor obtido experimentalmente.
- Analisar os resultados dos dois trechos lineares (Tr3 e Tr9) com diâmetros diferentes: verificar tipo de regime de escoamento (laminar, transição turbulento), traçar num único gráfico a perda de carga em função da vazão. . COMPARAR E COMENTAR OS RESULTADOS OBTIDOS.
- **OBSERVAÇÃO: DEIXAR CLARO QUAIS OS VALORES DAS CONSTANTES UTILIZADAS, AS UNIDADES EMPREGADAS EM CADA CÁLCULO, AS EQUAÇÕES CONSIDERADAS.**

ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 3
CURVA CARACTERÍSTICA DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA.

1. OBJETIVO:

-determinação da curva característica de uma bomba centrífuga.

2. ESQUEMA DA APARELHAGEM



3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

3.1. Recomendações gerais

- Utilizar sempre o mesmo tanque para todas as medidas.
- Fazer a leitura de vazão pelo rotâmetro.
- Fazer a leitura de pressão no manômetro.
- Fazer a leitura do amperímetro.
- Cuidar para que o nível do tanque de sucção não atinja a tubulação de saída de líquido.
- Cuidado com o motor da bomba.
- Cuidado com o acionamento das válvulas de controle de fluxo pelos tanques.

3.2. Determinação da curva característica da bomba.

Operar a bomba em diferentes pressões (diferentes vazões). Para cada vazão, seguir o procedimento descrito a seguir.

- ✓ Ajustar a vazão desejada por meio da válvula de regulação de fluxo, instalada na saída da bomba.
- ✓ Medir a vazão através do rotâmetro.
- ✓ Durante a operação de bombeamento, anotar a pressão lida no manômetro e a corrente lida no amperímetro.

4. RELATÓRIO.

O RELATÓRIO DEVE APRESENTAR OS ITENS A SEGUIR DESCRITOS.

EMPREGAR O SISTEMA SI DE UNIDADES

4.1. apresentação de dados e resultados:

- ✓ Fazer a tabela dos resultados obtidos para o levantamento da curva característica da bomba: pressão na saída da bomba, corrente medida e vazão bombeada.
 - ✓ Construir o gráfico de pressão na saída da bomba em função da vazão.
 - ✓ Construir o gráfico da altura manométrica na saída em função da vazão incluindo a situação de vazão zero (shut off).
 - ✓ Construir o gráfico da potência em função da vazão. Para este caso, considerar que o motor é trifásico, sendo a potência dada por $P = VI\cos\phi$, onde P é a potência, V é a diferença de potencial da rede de alimentação (220V, neste caso), I é a corrente medida pelo amperímetro (em Ampère), $\cos\phi$ é o cosseno da fase e vale 0,85.
- **OBSERVAÇÃO: DEIXAR CLARO QUAIS OS VALORES DAS CONSTANTES UTILIZADAS, AS UNIDADES EMPREGADAS EM CADA CÁLCULO, AS EQUAÇÕES CONSIDERADAS.**

4.2. Questões a serem discutidas:

- ✓ Os problemas que foram tratados neste experimento estão em regime estacionário? Discuta.
- ✓ Como seria possível estimar a eficiência da bomba centrífuga estudada? Discutir um exemplo numérico, utilizando dados coletados durante o experimento.

ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 4

CURVA CARACTERÍSTICA DE VENTILADOR E MEDIDORES DE VAZÃO

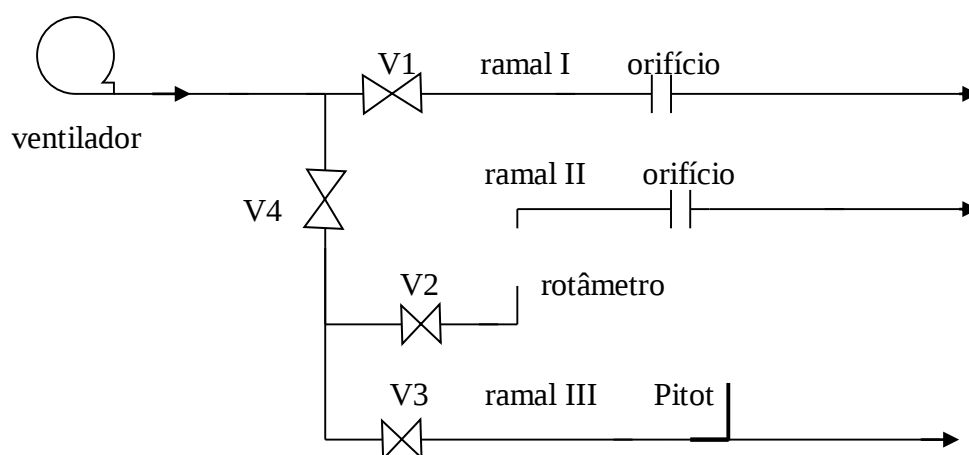
1. OBJETIVO

Obter curva característica de um ventilador centrífugo através de medidas de pressão e vazão, empregando-se placa de orifício. Analisar o desempenho de medidores de vazão de gás: rotâmetro, placa de orifício e tubo de Pitot. Observar comportamento de diferentes válvulas: esfera, globo e borboleta.

2. DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

O circuito de ar consiste de um ventilador centrífugo que alimenta três ramais em paralelo. No ramal I, de 4", tem-se uma placa de orifício com tomadas de pressão do tipo D e $D/2$ ("radius taps") e uma válvula esfera, V1; no ramal II, de 2", uma válvula globo, V2, um rotâmetro e uma placa de orifício com diferentes tomadas de pressão a montante e a jusante; no ramal III, de 3", uma válvula borboleta, V3, um tubo de Pitot.

As medidas de pressão são efetuadas em um painel de piezômetros. Para determinações mais precisas, necessárias para o tubo de Pitot, dispõe-se de um manômetro inclinado.



3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

- Anotar as dimensões dos tubos (diâmetro interno) e características das placas de orifício (diâmetros e posição das tomadas de pressão).

Curva característica do ventilador

- Isolar os ramais II e III fechando-se a válvula V4.
- Medir a pressão relativa (P_{vent}) a jusante do ventilador, antes da válvula V1, simultaneamente com a diferença de pressão na placa de orifício (ΔP_{placa}). Efetuar quatro medidas manobrando-se a válvula V1, medindo-se a temperatura.

Medidores de vazão

- Isolar os ramais I e II fechando-se as válvulas V1 e V2 e abrindo-se completamente V4. Medir a pressão estática e dinâmica no manômetro inclinado acoplado ao tubo de Pitot. Efetuar cinco medidas para as diferentes aberturas da válvula borboleta V3, medindo-se a temperatura.
- Isolar os ramais I e III fechando-se as válvulas V1 e V3 e abrindo-se completamente V4. Medir a diferença de pressão na placa de orifício, a vazão no rotâmetro e a pressão do ventilador. Efetuar quatro medidas.
- Ainda no ramal II, efetuar medidas de pressão relativa nos diferentes pontos a montante e jusante da placa. Efetuar medidas para a válvula globo V2 completamente aberta.

4. RELATÓRIO

- Apresentar uma tabela com os resultados de P_{VENT} , ΔP_{placa} e vazão volumétrica do ventilador (Q_{VENT}), calculada a partir dos dados da placa de orifício. Empregue a eq. 6.13 do Bennett, verificando se o valor de n° de Reynolds no orifício é superior a 10000. Construir a curva característica do ventilador: $P_{VENT} \times Q_{VENT}$.
- Apresentar uma tabela com os resultados do ângulo de abertura da válvula V3 em função da pressão dinâmica e pressão estática determinadas pelo tubo de Pitot, das velocidades máxima e média no tubo e da vazão volumétrica. Para o cálculo da velocidade média utilize o gráfico da Fig 5.14 do Perry, 6ª edição. Construir um gráfico relacionando a vazão de ar em função do ângulo de abertura da válvula V2.
- Apresentar uma tabela com os resultados da vazão medida pelo rotâmetro (Q_{ROT}) e a vazão volumétrica de ar (Q_{AR}), calculada a partir dos dados da placa de orifício. Construir o gráfico: $Q_{ROT} \times Q_{AR}$. Comparar os resultados e comentar as discrepâncias observadas.
- Para a válvula globo V2 meio aberta e completamente aberta, apresentar um gráfico com as medidas de pressão relativa em função da posição das tomadas de pressão ao longo do ramal II (a montante e jusante da placa de orifício). Calcular a fração de recuperação de pressão (eq. 6.14 do Bennett) e verificar a equação 5.24 do Perry, 6ª edição.

Observação: Em todos os itens do relatório explicitar os cálculos de pelo menos um dos resultados de cada tabela ou gráfico. Apresentar todos os resultados em unidades do sistema internacional (SI).

ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 5

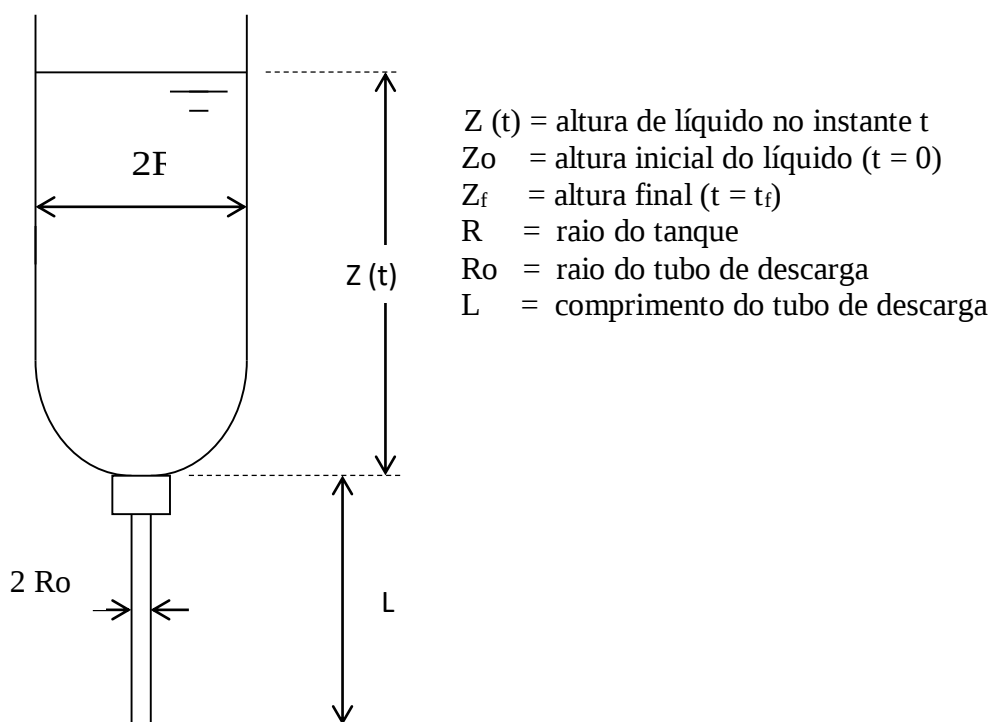
DESCARGA DE TANQUE

1. OBJETIVO

Mostrar a aplicação de balanços de massa e energia na modelagem de um sistema com escoamento em regime pseudo-estacionário. O sistema é constituído de um tanque cilíndrico, provido de um tubo vertical conectado no fundo. Estuda-se a descarga do tanque pelo fundo empregando-se tubos de diferentes comprimentos. Resultados experimentais de tempo de descarga são comparados com os previstos pelo modelo teórico.

2. DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

Consiste de tanque (graduado) de seção cilíndrica e tubos cilíndricos, encaixáveis na saída do tanque, com diferentes comprimentos.



3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

- Instalar um tubo na saída do tanque;
- anotar as dimensões do equipamento;
- encher o tanque até um nível Z_0 e medir a temperatura;
- medir o nível $Z(t)$ em função do tempo, até atingir Z_f ;
- repetir as etapas anteriores para os demais tubos.

4. RELATÓRIO

- a) Apresentar a dedução da expressão que relaciona o tempo de descarga com as características do sistema, a partir dos balanços de massa e energia e considerando-se as seguintes hipóteses:
- regime pseudo-estacionário para o balanço de energia;
 - desprezar efeito de entrada no tubo;
 - desprezar energia cinética no tanque e na saída do tubo;
 - tubo liso
 - regime laminar

Expressão final, que deve ser obtida, para regime laminar:

$$t = \frac{8\mu LR^2}{\rho g R_0^4} \ln \left(\frac{L + Z_0}{L + Z(t)} \right)$$

Não há necessidade de apresentação de dedução da expressão para regime turbulento, que é dada por :

$$t = \frac{0,4955 (R/R_0)^2 \mu^{1/7} L^{4/7}}{\rho^{1/7} g^{4/7} R_0^{5/7}} \left[(L + Z_0)^{3/7} - (L + Z(t))^{3/7} \right]$$

- b) Calcular o valor do número de Reynolds no tubo de descarga para as condições iniciais e finais de cada ensaio.
- c) Comparar os valores de tempo de descarga teóricos (t) com os experimentais (t_{exp}). Apresentar um gráfico de t/t_{exp} em função do comprimento L dos diferentes tubos .
- d) Analisar as hipóteses adotadas no item (a) e fazer o equacionamento desconsiderando as hipóteses mais restritivas. Nas novas condições apresentar um roteiro de cálculo do tempo de descarga teórico indicando as equações a serem resolvidas.

Observação: Em todos os itens do relatório explicitar os cálculos de pelo menos um dos resultados de cada tabela ou gráfico. Apresentar todos os resultados em unidades do sistema internacional (SI).

ROTEIRO DE AULA DE LABORATÓRIO: EXPERIÊNCIA 6

COMPORTAMENTO REOLÓGICO

1. OBJETIVO

- 1.1. Caracterizar o comportamento reológico de alguns líquidos empregando-se um reômetro de cilindros coaxiais.
- 1.2. Determinar a viscosidade de um líquido a partir de medidas de velocidade terminal de uma esfera em uma proveta contendo o líquido considerado.

2. DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

2.1. O reômetro empregado é um equipamento que determina a força necessária para manter em rotação um “spindle” cilíndrico, que está imerso em um recipiente cilíndrico fixo contendo o líquido em estudo. As rotações impostas ao “spindle” podem variar de 0 a 250 rpm. Um microcomputador efetua aquisição de dados do reômetro através de um software específico.

2.2. Para a determinação de viscosidade através da queda de esfera, dispõe-se de provetas e esferas de vidro.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

3.1. Reômetro

- Zerar o reômetro;
- fixar o “spindle”; colocar o líquido no recipiente cilíndrico e acoplar no dispositivo de pequenas amostras;
- aguardar a estabilização da temperatura;
- efetuar as medidas de tensão de cisalhamento, viscosidade , % de torque e taxa de deformação para diferentes rotações;
- repetir as etapas anteriores para os demais líquidos.

3.2. Queda de esfera

- anotar as dimensões da proveta e características da esfera;
- Efetuar cinco medidas de tempo de queda da esfera na proveta.

4. RELATÓRIO

- e) Apresentar, na forma de um gráfico, os resultados de tensão de cisalhamento, τ , em função da taxa de cisalhamento (deformação), du/dy , e viscosidade em função da taxa de cisalhamento (deformação). Apresentar um gráfico para cada fluido .

No caso de fluidos newtonianos, sabe-se que: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Para não newtonianos uma aproximação razoável é dada por: $\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n$, onde

n é diferente de 1 e o termo $K(du/dy)^{n-1}$ é denominado viscosidade aparente.

- f) Apresentar os mesmos resultados do item (a) na forma de um gráfico : $\ln \tau$ x $\ln (du/dy)$. Através de um ajuste linear obter valores de K e n e caracterizar o comportamento reológico (newtoniano, dilatante, pseudo-plástico, etc). Efetuar o procedimento para todos os fluidos.

- g) No caso do escoamento de uma esfera (diâmetro d) num regime viscoso, em um fluido newtoniano, sob ação da gravidade, tem-se, para a velocidade terminal:

$$v = \frac{g d^2 (\rho_{esfera} - \rho_{liq})}{18 \mu}.$$

A partir do tempo médio de queda, obter um valor médio da velocidade terminal. Corrigir o mesmo considerando o efeito de parede, pela expressão:

$$v_{corrigida} = v_{medida} \left(1 + 2,1 \times \left(\frac{d_{esfera}}{d_{tubo}} \right) \right).$$

Calcular a viscosidade e verificar o regime viscoso (calcule o valor do n° de Reynolds). Análise os resultados comparando-os aos dos itens anteriores.

Observação: Em todos os itens do relatório explicitar os cálculos de pelo menos um dos resultados de cada tabela ou gráfico. Apresentar todos os resultados em unidades do sistema internacional (SI).