

**Lista de Exercícios III**

- ① Um pulso triangular se propaga como uma onda para a direita com velocidade  $v = 1$  m/s. A equação do pulso no instante  $t = 0$  s é dada por

$$y(x, 0) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{se } |x| \leq 1 \text{ m,} \\ 0, & \text{se } |x| > 1 \text{ m.} \end{cases}$$

- (a) Esboce o gráfico de  $y(x)$  nos instantes  $t = 0, 1$  e  $2$  s;  
(b) Esboce o gráfico de  $y(t)$  para as posições  $x = -1, 0$  e  $1$  m;  
(c) Escreva a função  $y(x, t)$  dessa onda.  
(d) Calcule os coeficientes de Fourier e verifique o que ocorre com os primeiros cinco termos da série.
- ② Considere o deslocamento ondulatório representado por

$$y(x, t) = 0,5 \sin(0,1x - 0,4t),$$

com todas as quantidades no SI.

- (a) Determine a amplitude, o período, o comprimento de onda e a velocidade de propagação dessa onda;  
(b) Determine a velocidade  $\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)$  e a aceleração  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t)$  deste deslocamento;  
(c) Esboce os gráficos de  $y(x, 0)$ ,  $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0)$  e  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, 0)$ .
- ③ Mede-se a velocidade  $v$  de propagação de ondas transversais num fio com uma extremidade presa a uma parede, que é mantido esticado pelo peso de um bloco que se encontra suspenso na outra extremidade através de uma polia.
- (a) Forneça uma expressão para a velocidade  $v$ .  
(b) Considere um bloco de altura  $h$ , submerso em um fluido de densidade  $\rho$ . Usando o fato de que a pressão  $p_2$  exercida pelo fluido sobre a base inferior do bloco e a pressão  $p_1$  exercida pelo fluido sobre a base superior se relacionam como  $p_2 - p_1 = \rho gh$ , deduza o *Princípio de Arquimedes* que relaciona o empuxo que o fluido

fornece ao bloco com o peso da porção de fluido deslocada pelo bloco (HMN – Vol.2 – Cap.1).

- (c) Considere agora que o bloco suspenso pela polia esteja mergulhado na água até os  $2/3$  da altura e que se verifica que a velocidade de propagação cai para 95,5% da anterior. Qual é a densidade do bloco em relação à água?

- ④ Uma onda é representada por

$$y_1(x, t) = 10 \cos(5x + 25t),$$

onde  $x$  é medido em metros e  $t$  em segundos. Mostre que  $y_1(x, t)$  satisfaz a equação de onda e deduza seu comprimento de onda, frequência, velocidade e direção de propagação. Uma segunda onda

$$y_2(x, t) = 20 \cos(5x + 25t + \pi/3),$$

interfere com  $y_1(x, t)$ . Deduza a amplitude e fase da onda resultante.

- ⑤ Uma corda uniforme de massa  $m$  e comprimento  $l$  está pendurada no teto.

- (a) Mostre que a velocidade de uma onda transversal na corda é uma função de  $y$ , a distância de um ponto na corda medida a partir do ponto mais baixo, e dada por  $v = \sqrt{gy}$ .
- (b) Mostre que o tempo que uma onda transversal leva para atravessar o comprimento da corda é  $t = 2\sqrt{l/g}$ .
- (c) A massa da corda influi nos resultados obtidos? Por que?

- ⑥ (a) Mostre, diferenciando a expressão para a velocidade de propagação de ondas numa corda, que a variação percentual de velocidade  $\Delta v/v$  produzida por uma variação percentual  $\Delta T/T$  da tensão na corda é dada por  $\Delta v/v = \frac{1}{2}\Delta T/T$ .
- (b) Um afinador de pianos faz soar a nota lá de um diapasão, de frequência  $\nu = 440$  Hz, para compará-la com a nota lá da escala média de um piano. Com ambas soando simultaneamente, ele ouve batimentos cuja intensidade máxima se repete a intervalos de 0,5 s. Que ajuste percentual ele deve fazer na tensão da corda do piano para afiná-la?

- ⑦ Um receptor de rádio de ondas curtas recebe simultaneamente dois sinais de um transmissor localizado a 500 m de distância, o primeiro sinal por um caminho ao longo da superfície da Terra, o segundo por reflexão em uma porção da camada da ionosfera situada a 200 km de altura. A camada atua como um refletor horizontal perfeito. Quando a frequência da onda transmitida é 10 MHz é observado que a intensidade do sinal combinado varia de seu valor máximo para seu valor mínimo e volta para o máximo 8 vezes por minuto. Com que velocidade vertical está se movendo a camada da ionosfera? Mostre que a Terra pode ser considerada como plana para este problema. Ignore distúrbios atmosféricos.
- ⑧ Considere uma corda de comprimento  $\ell$  distendida horizontalmente, com a extremidade esquerda livre e a extremidade direita fixa. No instante  $t = 0$  s, um pequeno pulso de forma triangular localizado na extremidade esquerda está se propagando para a direita com velocidade  $v$  (veja a figura abaixo). Depois de quanto tempo a corda voltará à configuração inicial?

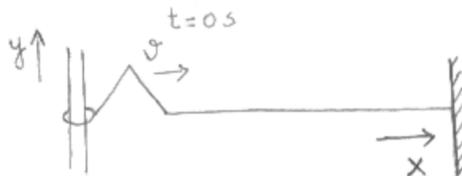


Figura 1: Corda de comprimento  $L$  distendida horizontalmente.

- ⑨ (a) Encontre os modos normais e frequências das ondas transversais em uma corda de comprimento  $L$  e densidade linear de massa  $\mu$ , que está sob tensão  $T$  e fixa em ambas as extremidades.
- (b) Admitindo que a corda tem  $L = 0,5$  m,  $\mu = 0,01$  kg/m e que a frequência fundamental da corda seja 247 Hz, qual a tensão da corda ?
- ⑩ Um arame de alumínio de comprimento  $L_1 = 60$  cm e seção reta de  $0,01$  cm<sup>2</sup> está ligado a um arame de aço de mesma seção reta e de comprimento  $L_2 = 86,6$  cm. Mantendo este arame composto sob tensão de

100 N, provocam-se ondas transversais usando uma fonte externa de frequência variável. Sendo a densidade do alumínio igual a  $2,6 \text{ g/cm}^3$  e a do aço igual a  $7,8 \text{ g/cm}^3$ :

- (a) Encontre a frequência de excitação mais baixa para que sejam observadas ondas estacionárias tais que o ponto de junção seja um nó;
  - (b) Qual é o número total de nós observados a esta frequência, excluindo os que se encontram nas duas extremidades do arame composto?
- ❶ Uma corda vibrante de comprimento  $\ell$  presa em ambas as extremidades está vibrando em seu  $n$ -ésimo modo normal, com deslocamento transversal dado por

$$y_n(x, t) = b_n \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi}{\ell} x \right) \cos \left( \frac{n\pi}{\ell} vt + \delta_n \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Calcule a energia total de oscilação da corda.

*Sugestão:* Considere um instante em que a corda esteja passando pela posição de equilíbrio, de modo que a energia total de oscilação esteja em forma puramente cinética. Calcule a densidade linear de energia e integre sobre toda a corda.

- ❷ Considere uma onda retangular cujo perfil em  $t = 0$  é dado por

$$g(x, 0) = \begin{cases} -1, & \text{se } -L/2 \leq x \leq -L/4 \\ 1, & \text{se } -L/4 \leq x \leq L/4 \\ -1, & \text{se } L/4 \leq x \leq L/2 \end{cases}$$

Encontre a série de Fourier que pode aproximar essa onda. Faça um gráfico dos primeiros 5 modos da série. Use o computador para fazer isso.