



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Introdução aos Elementos de Máquinas**

**PMR 3307 - A05**

**Teorias de Falha**

**Parte 2**

**2020.2**



## Cronograma de aulas

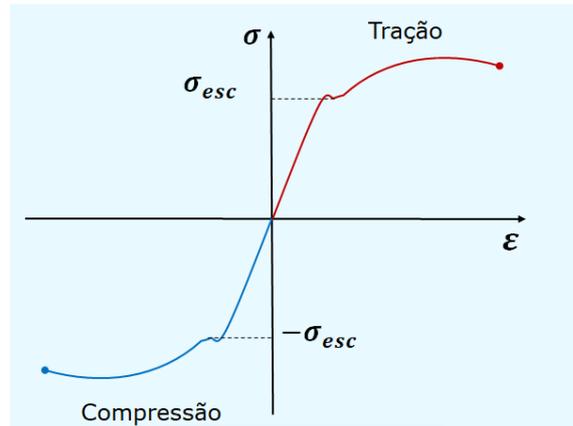
Dia	S	Aula	Tópico	Prof.
18.08	3ª	A1	<b>Introdução a disciplina</b> Modelagem, carregamento e equilíbrio	RS
21.08	6ª	A2	Comportamento mecânico dos materiais	RS
25.08	3ª	A3	Composição de tensões Estado plano de tensões – Círculo de Mohr	RS
28.08	6ª	A4	Teorias de Falha: 1) Falha por deformação excessiva; fundamentos	RS
01.09	3ª	A5	Teorias de Falha: 2) Falha por deformação permanente: von Mises, Tresca, Coulomb-Mohr;	RS
04.09	6ª	A6	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 1	RS
08.09	3ª	A7	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 2	RS
11.09	6ª	A8	Teorias de Falha: 4) Falha por instabilidade: flambagem	RS
15.09	3ª	A9	Teorias de Falha: 5) Falha por impacto: Parte - 1	RS
18.09	6ª	A10	Teorias de Falha: 6) Falha por impacto: Parte - 2	RS
22.09	3ª	A11	Teorias de Falha: 6) Falha por desgaste excessivo	RS
25.09	6ª	A12	Fixações cubo-eixo	NG
29.09	3ª	A13	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Rebites	NG
02.10	6ª	A14	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Parafusos: Parte - 1	NG
06.10	3ª	A15	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Parafusos: Parte - 2	NG
09.10	6ª	A16	Especificação e dimensionamento de elementos de transmissão: Fusos	NG
13.10	3ª	A17	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Mancais: Parte - 1	NG
16.10	6ª	A18	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Mancais: Parte - 2	NG
20.10	3ª	A19	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Molas: Parte - 1	NG
23.10	6ª	A20	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Molas: Parte - 2	NG
27.10	3ª	A21	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Freios e embreagens	NG
30.10	6ª	A22	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Correias e Correntes	NG
03.11	3ª	A23	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 1	RS
06.11	6ª	A24	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 2	RS
10.11	3ª	A25	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 3	RS
13.11	6ª	A26	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 4	RS
17.11	3ª	---	<b>Feriado municipal – Consciência Negra</b>	
20.11	6ª	A27	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Guias de escorregamento	RS
24.11	3ª	A28	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Guias lineares	RS
27.11	6ª	A29	Apresentação dos trabalhos	RS
01.12	3ª	A30	Apresentação dos trabalhos	
04.12	6ª	A29	Apresentação dos trabalhos	
08.12	3ª	A30		
11.12	6ª	A31		
14.12	2ª		<b>Encerramento do semestre 2020-2</b>	



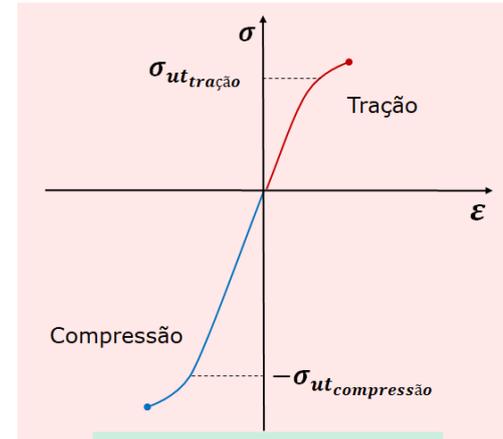
### Materiais Dúcteis

### Materiais Frágeis

Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

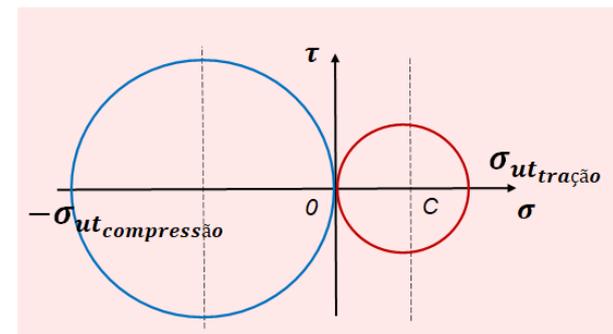
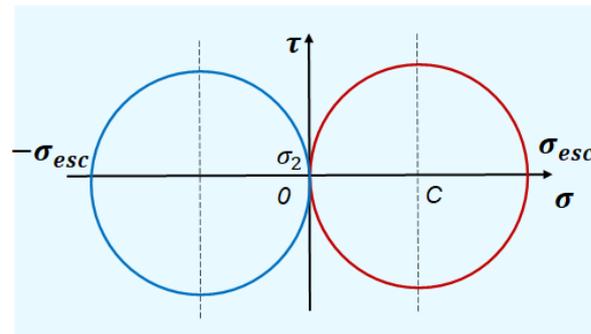


$$\sigma_{esc} \cong -\sigma_{esc}$$

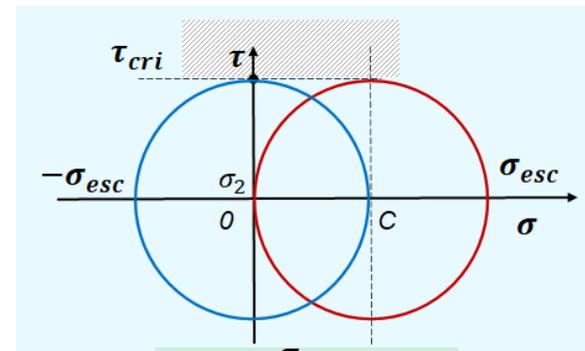


$$\sigma_{utcompressão} \gg \sigma_{uttração}$$

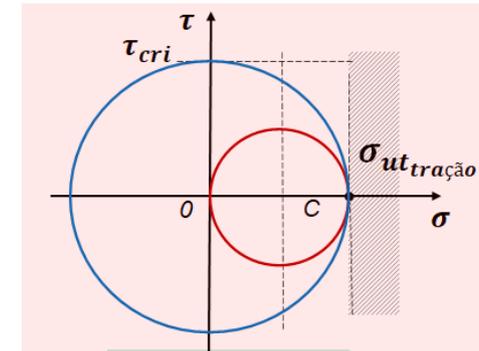
Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão



Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção



$$0,5 < \frac{\tau_{cri}}{\sigma_{esc}} < 0,6$$



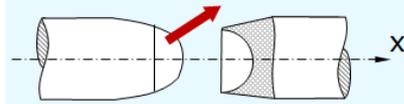
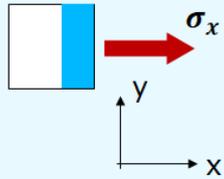
$$\tau_{cri} \cong \sigma_{uttração}$$



## Materiais Dúcteis

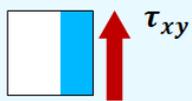
### Tração

➤ Tensões Normais

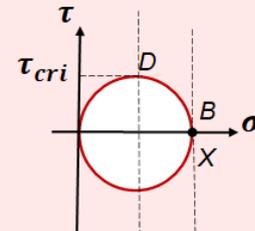


### Torção

➤ Tensões Cisalhantes

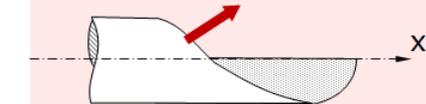
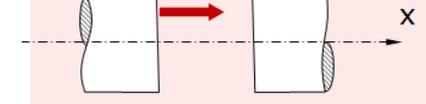
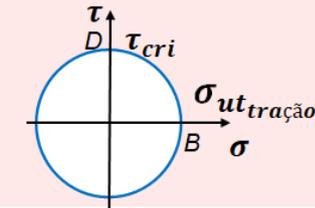


## Materiais Frágeis

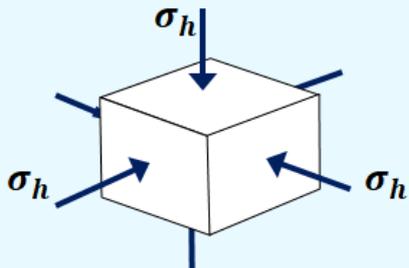


### Torção

➤ Tensões Cisalhantes

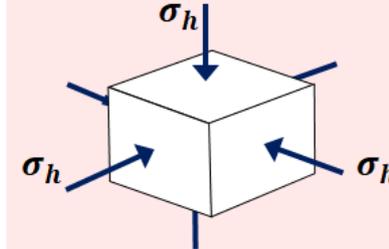


### Hidrostática

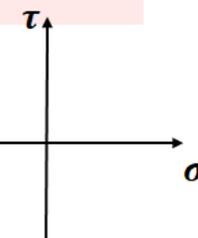


$$\sigma_{esc} \gg \sigma_h$$

### Hidrostática



$$\sigma_{uttração} \cong \sigma_h$$





## Teorias de falha -> Dúcteis

- Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
- Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
- Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcties

## Teorias de falha -> Frágeis

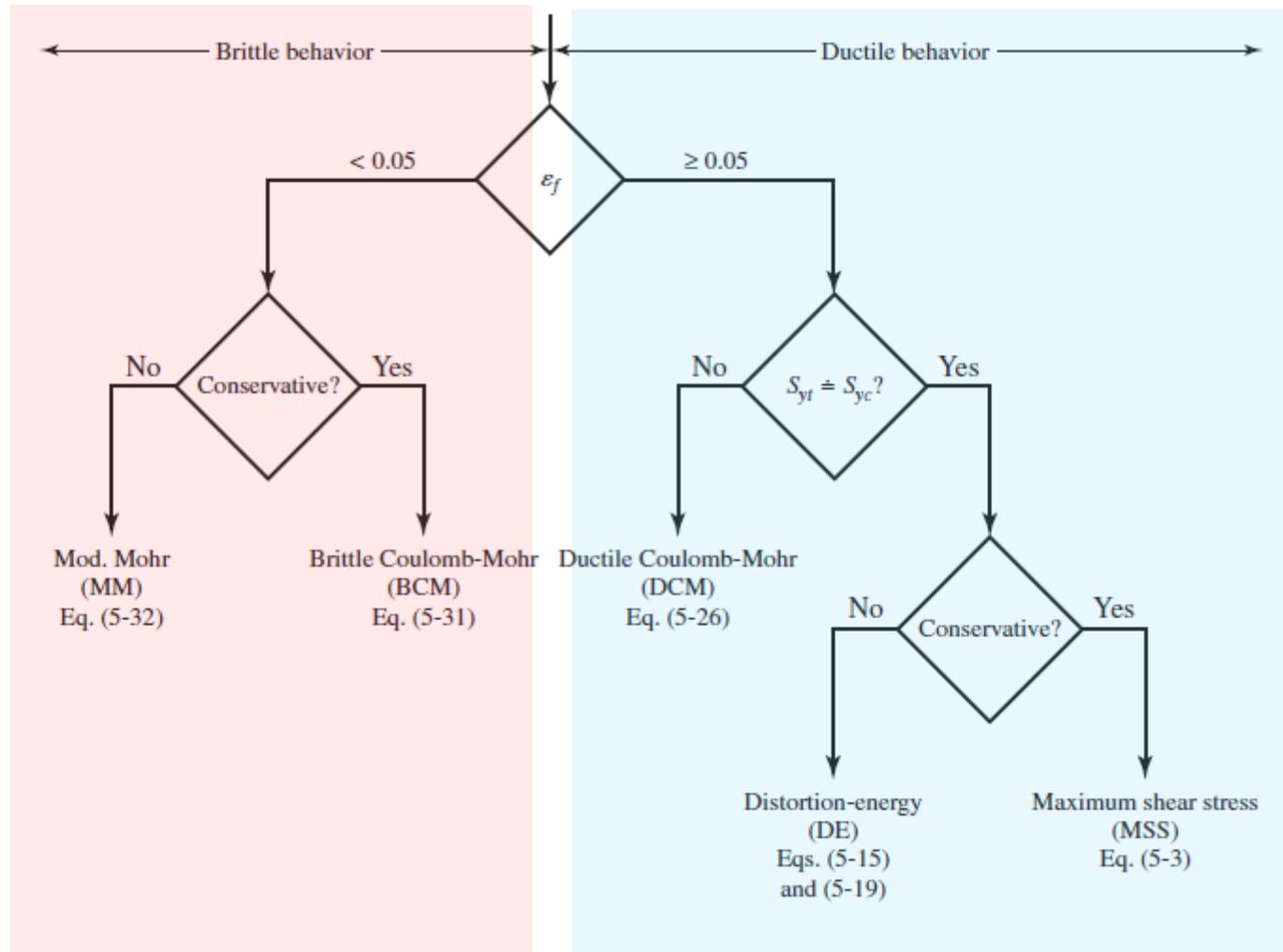
- Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
- Falha frágil Coulomb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
- Mohr modificado - *Modified Mohr*



## Fluxograma para seleção da teoria de falha

**Figure 5-21**

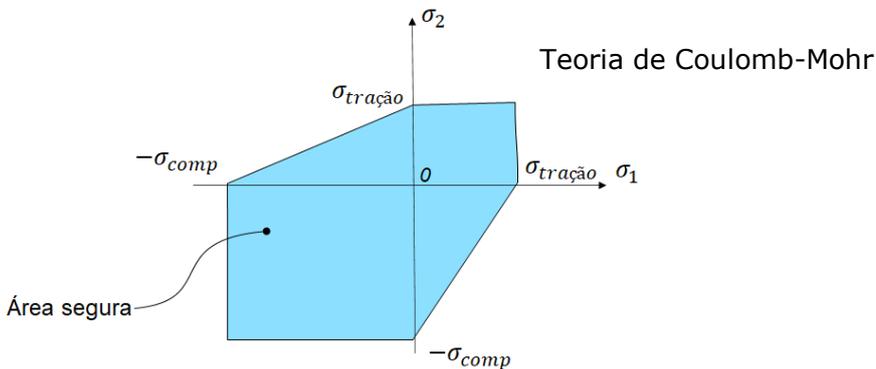
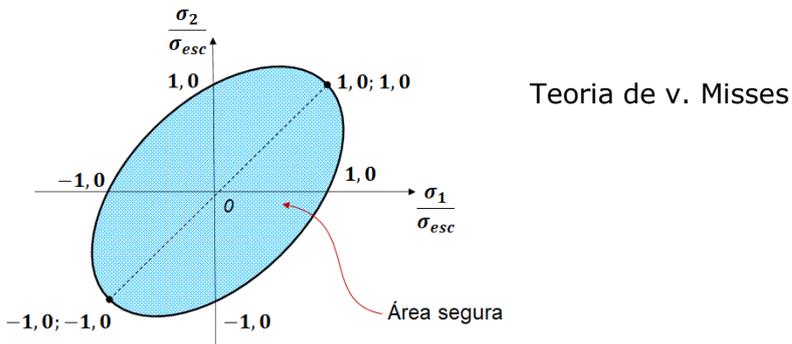
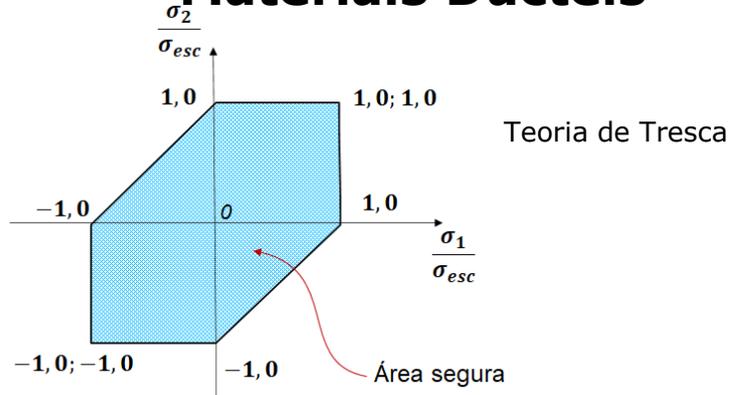
Failure theory selection flowchart.



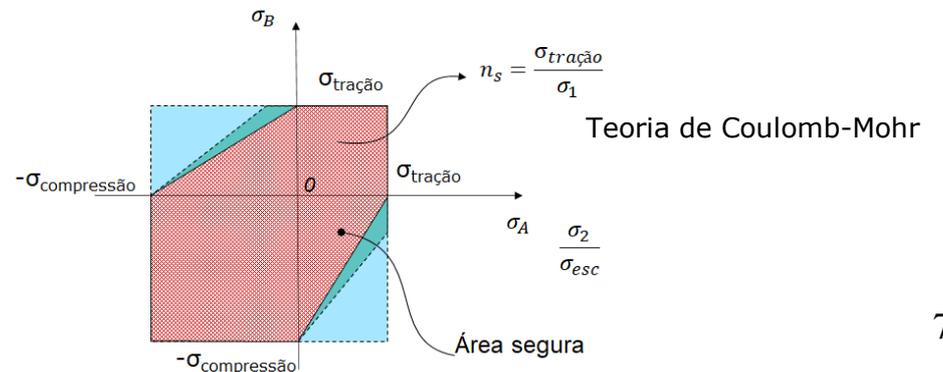
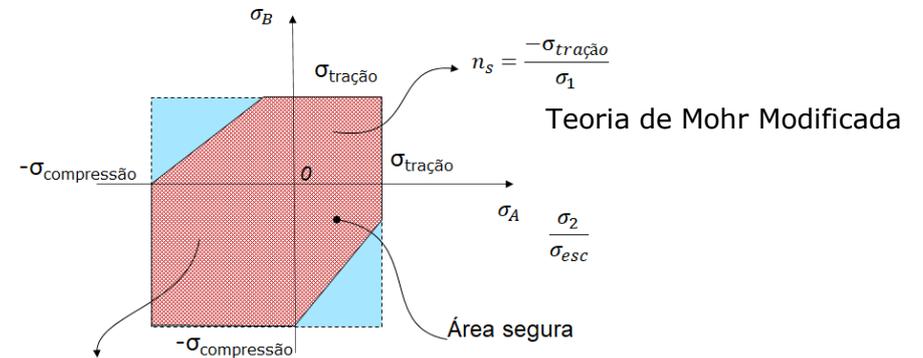
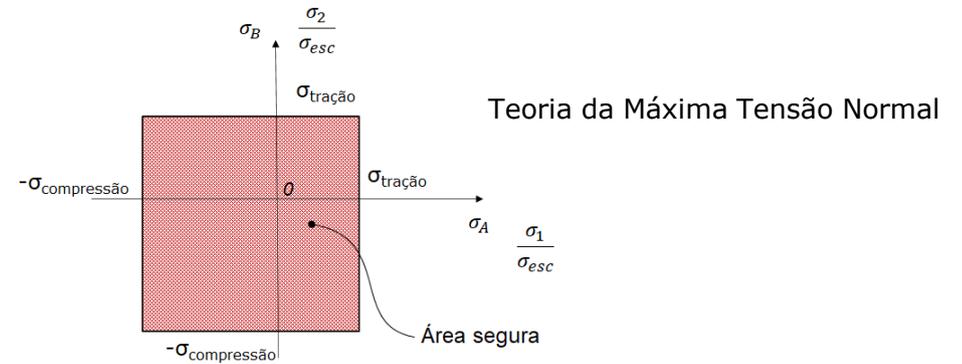


# teoria de falha

## Materiais Dúcteis



## Materiais Frágeis







## Exercício - Aula 04

Com base nos dados determine:

Ex A 03

- a) deformações principais
- b) tensões principais
- c) construa os círculos de Mohr para tensão
- d) determine graficamente o estado de tensão a  $15^\circ$
- e) construa os círculos de Mohr para deformação
- f) determine graficamente o estado de deformação a  $30^\circ$

Ex A 04

- e) verifique se o componente irá falhar segundo o critério da Máxima Energia de Distorção (von Mises)
- f) verifique se o componente irá falhar segundo o critério da Máxima Tensão Cisalhante (Tresca)
- g) compare os resultados dos itens (e) e (f)

**Atenção!** Considere material homogêneo, isotrópico ideal, estado plano de tensões (bi-axial),  $n_{seg} = 2$ .



## Equações

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{45^\circ} - (\varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{90^\circ}); \quad \sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1); \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{0^\circ}; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{90^\circ}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}; \quad \sigma_{1,2} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \pm 1; \quad \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1 \quad \sigma_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\sigma_{cri} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}; \quad \sigma_{cri} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J}; \quad J = \frac{\pi d^4}{32}; \quad \sigma = \frac{Mr}{I}; \quad I = \frac{\pi d^4}{64}; \quad \tau_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}; \quad n_{seg} = \frac{\sigma_{esc}}{\sigma_{cri}}$$



## Correção Ex 3 e 4

Dados:

$$\varepsilon_{0^\circ} = +0,00056$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = -0,00024$$

$$\varepsilon_{90^\circ} = +0,00028$$

$$E = 580 \text{ GPa}$$

$$\sigma_{esc} = 934 \text{ Mpa}$$

$$\nu = 0,24$$

Ex.: Austregésilo Anônimos, no. USP 9345807

9 3 4 5 8 0 7

módulo de elasticidade do material [GPa]

tensão de escoamento [MPa]

Equações fornecidas

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{45^\circ} - (\varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{90^\circ}); \quad \sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1); \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{0^\circ}; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{90^\circ}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}; \quad \sigma_{1,2} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \pm 1; \quad \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_{esc}^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1 \quad \sigma_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\sigma_{cri} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}; \quad \sigma_{cri} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J}; \quad J = \frac{\pi d^4}{32}; \quad \sigma = \frac{Mr}{I}; \quad I = \frac{\pi d^4}{64}; \quad \tau_{max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}; \quad n_{seg} = \frac{\sigma_{esc}}{\sigma_{cri}}$$



## Correção Ex 3 e 4

### a) Determinação das deformações principais

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{0^\circ} \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{90^\circ}$$

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{45^\circ} - (\varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{90^\circ})$$

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot (-0,00024) - (+0,00056 + 0,00028)$$

$$\gamma_{xy} = -0,00048 - (+0,00084)$$

$$\Rightarrow \gamma_{xy} = -0,00132$$

Dados:

$$\varepsilon_{0^\circ} = +0,00056$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = -0,00024$$

$$\varepsilon_{90^\circ} = +0,00028$$

$$E = 580 \text{ GPa}$$

$$\sigma_{esc} = 934 \text{ Mpa}$$

$$\nu = 0,24$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_1 = +0,00042 + \sqrt{(0,00014)^2 + (-0,000132)^2}$$

$$\varepsilon_1 = +0,00109$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_2 = +0,00042 - \sqrt{(0,00014)^2 + (-0,000132)^2}$$

$$\varepsilon_2 = -0,00025$$

$$\left( \varepsilon_{x'} \right)_{\min}^{\max} = \varepsilon_1 \text{ ou } \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$



Dados:

$$\varepsilon_{0^\circ} = +0,00056$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = -0,00024$$

$$\varepsilon_{90^\circ} = +0,00028$$

$$E = 580 \text{ GPa}$$

$$\sigma_{esc} = 934 \text{ Mpa}$$

$$\nu = 0,24$$

## Correção Ex 3 e 4

$$\varepsilon_1 = +0,00109$$

$$\varepsilon_2 = -0,00025$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1)$$

### b) Determinação das tensões principais

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2)$$

$$\sigma_1 = \frac{580 \cdot 10^3}{1 - 0,24^2} (+0,00109 + 0,24 * -0,00025)$$

$$\sigma_1 = 615449,92 (+0,00109 + -0,00006)$$

$$\sigma_1 = 615449,92(+0,00103)$$

$$\sigma_1 = 636,10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1)$$

$$\sigma_2 = \frac{580 \cdot 10^3}{1 - 0,24^2} (-0,00025 + 0,24 * 0,00109)$$

$$\sigma_2 = 615499,92(-0,00025 + 0,0002616)$$

$$\sigma_2 = 615499,92(+0,000116)$$

$$\sigma_2 = 71,40 \text{ MPa}$$



### Correção Ex 3 e 4

$$\sigma_1 = 636,10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 71,40 \text{ MPa}$$

$$c = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

$$c = \frac{636,1 + 71,4}{2}$$

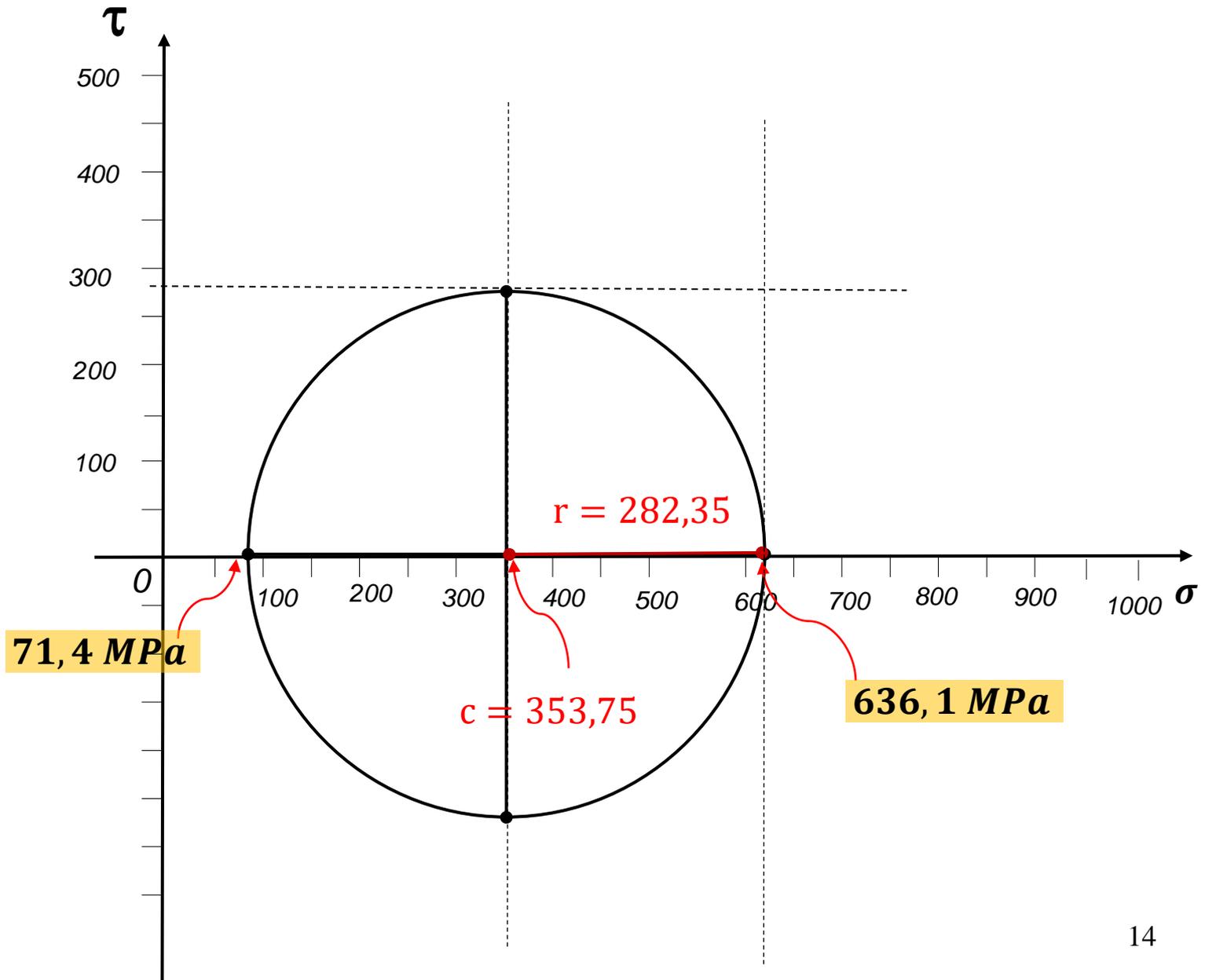
$$c = \frac{707,5}{2}$$

$$c = +353,75$$

$$r = \sigma_1 - c$$

$$r = 636,1 - 353,75$$

$$r = 282,35$$





### Correção Ex 3 e 4

$$r = 282,35$$

$$c = 353,75$$

$$\sigma_{x_{15}} = c + r * \cos(2 * )$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 + 282,35 * \cos(30)$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 + 282,35 * 0,866$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 + 244,52$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 + 244,52$$

$$\sigma_{x_{15}^\circ} = 598,27 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x_{15}} = c - r * \cos(2 * )$$

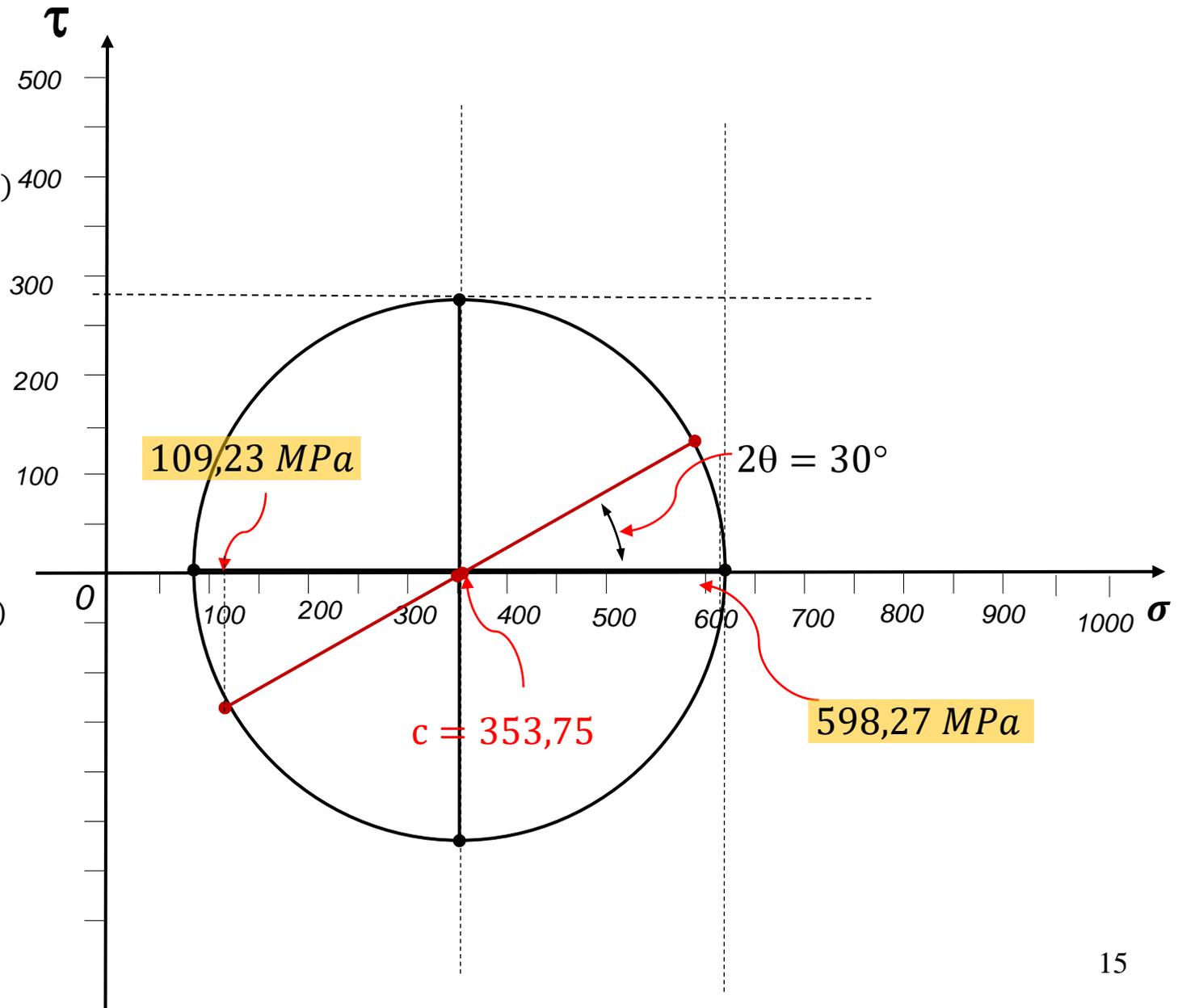
$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 - 282,35 * \cos(30)$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 - 282,35 * 0,866$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 - 244,52$$

$$\sigma_{x_{15}} = 353,75 - 244,52$$

$$\sigma_{x_{15}^\circ} = 109,23 \text{ MPa}$$





### Correção Ex 3 e 4

$$r = 282,35$$

$$c = +353,75$$

$$\tau_{xy_{15^\circ}} = r * \text{sen} (2 * \theta)$$

$$\tau_{xy_{15^\circ}} = 282,35 * \text{sen} (30)$$

$$\tau_{xy_{15^\circ}} = 282,35 * 0,5$$

$$\tau_{xy_{15^\circ}} = 141,18 \text{ MPa}$$

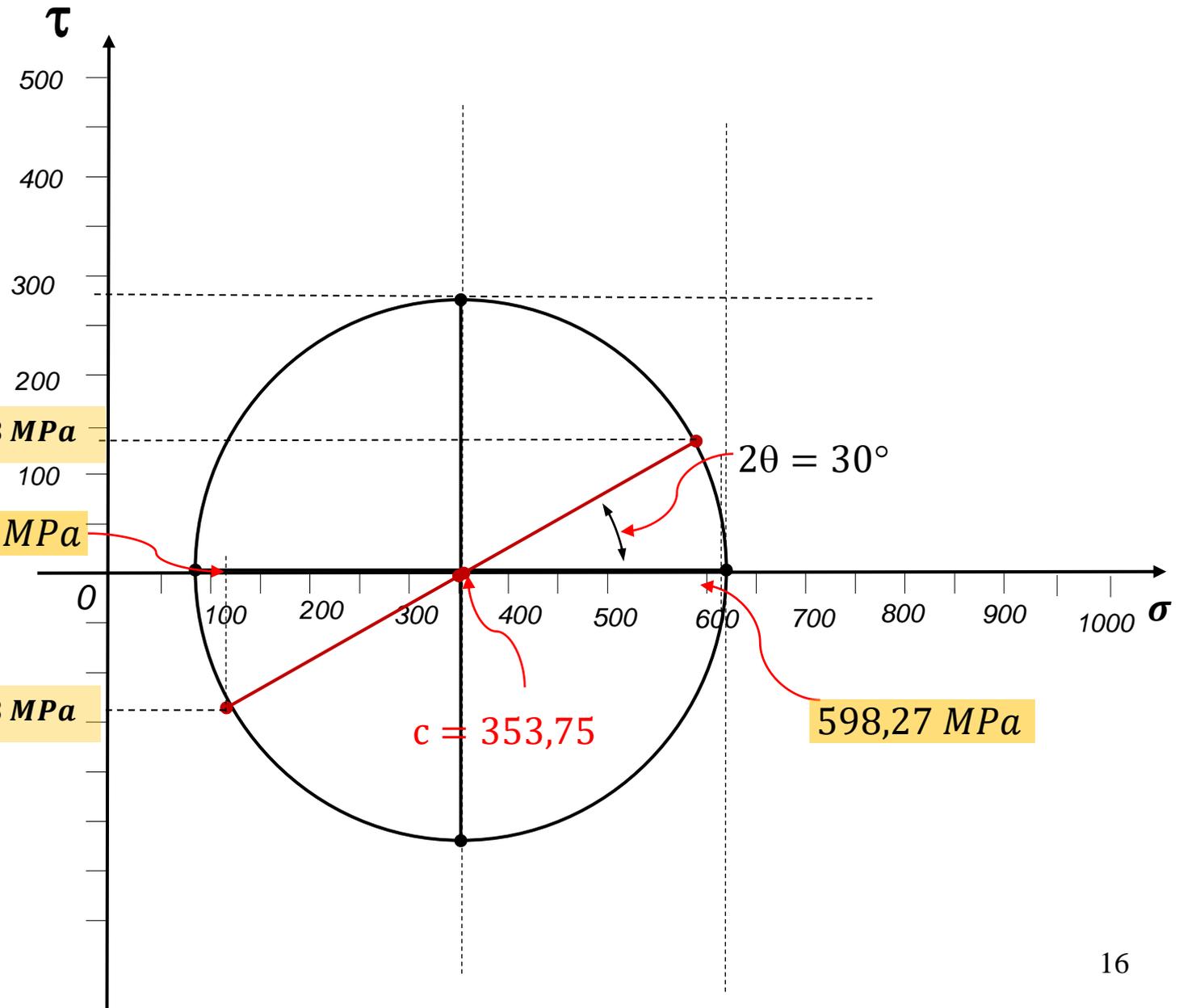
$$\tau_{xy_{15^\circ}} = 141,18 \text{ MPa}$$

$$109,23 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy_{15^\circ}} = -141,18 \text{ MPa}$$

$$c = 353,75$$

$$598,27 \text{ MPa}$$







## Correção Ex 3 e 4

e) verifique se o componente irá falhar segundo o critério da Máxima Energia de Distorção (von Misses)

$$\sigma_1 = 636,10 \text{ MPa}$$

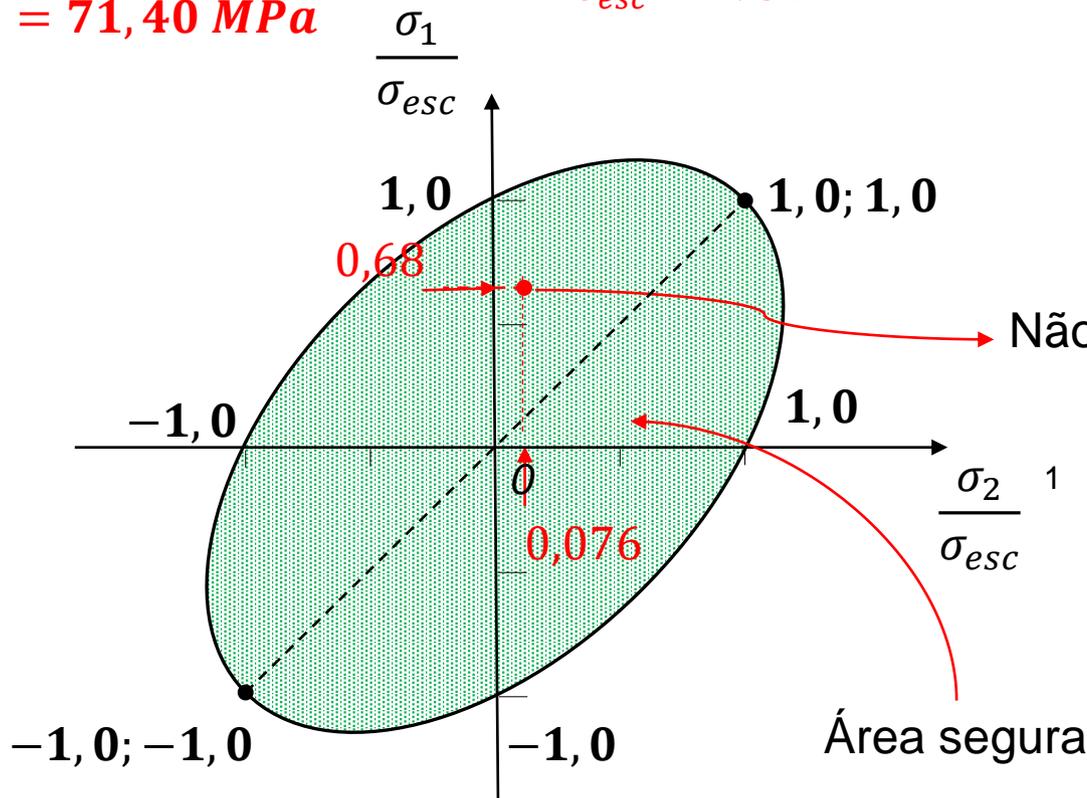
$$\sigma_2 = 71,40 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} = \frac{636,10}{934} = 0,68$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \frac{71,40}{934} = 0,076$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1$$

$$(0,68)^2 - (0,68 * 0,076) + (0,076)^2 = \sigma_{vm}$$



Não falha

$$\sigma_{vm} = 0,52 < 1 \rightarrow \text{Não falha}$$



## Correção Ex 3 e 4

f) verifique se o componente irá falhar segundo o critério da Máxima Tensão Cisalhante (Tresca)

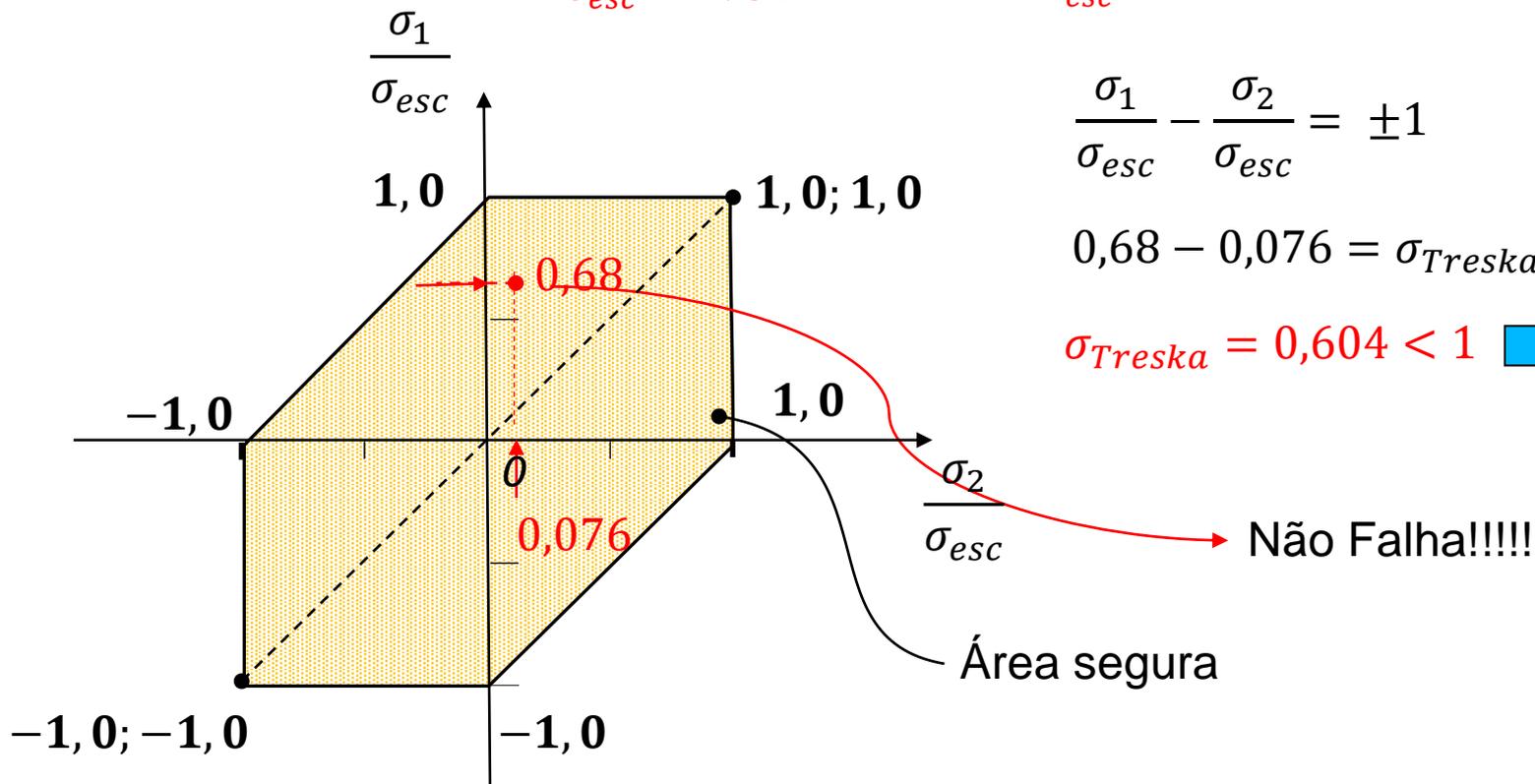
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} = \frac{636,10}{934} = 0,68$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \frac{71,40}{934} = 0,076$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \pm 1$$

$$0,68 - 0,076 = \sigma_{Treska}$$

$$\sigma_{Treska} = 0,604 < 1 \quad \rightarrow \quad \text{Não falha}$$

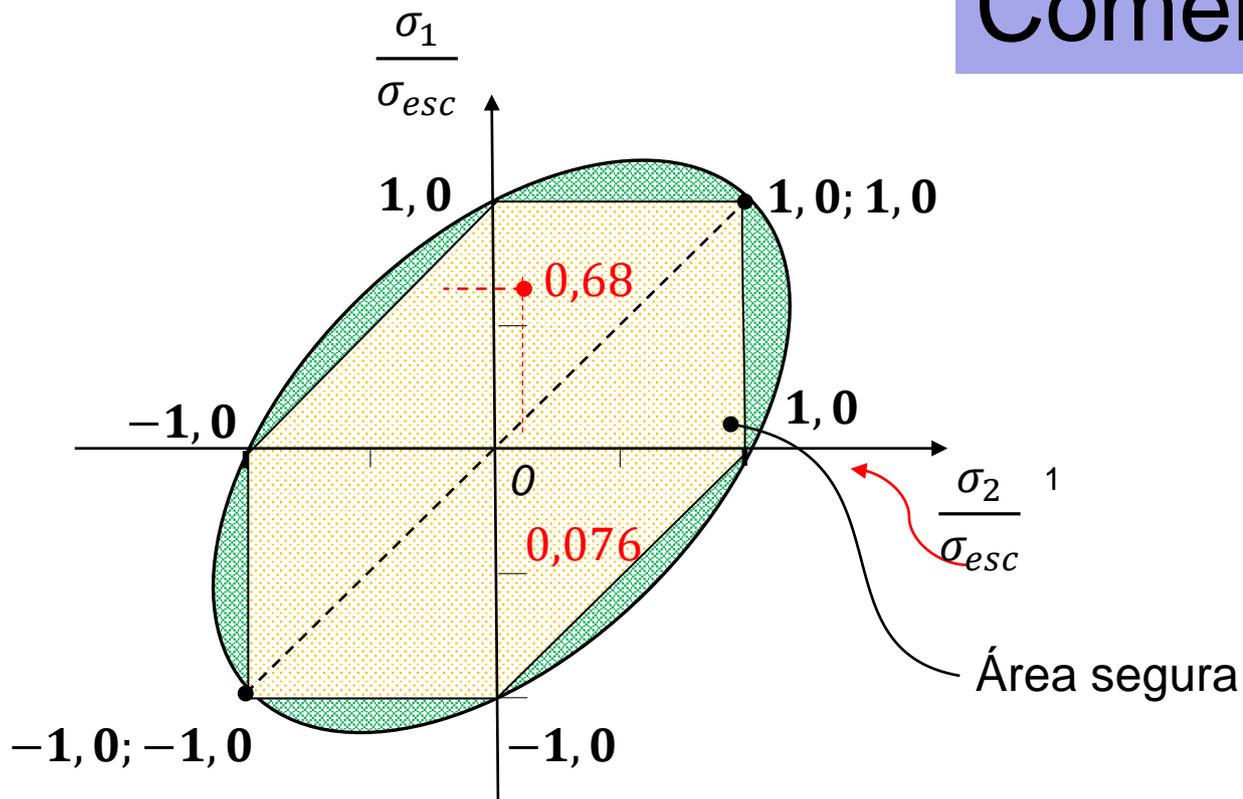




## Av1-Q2

g) Comparando os resultados critério de Von Mises X Tresca

Comentar!!!!!!!





## Falha por fadiga mecânica dos materiais

