



SHS-5896

Modelos Matemáticos e Métodos Numéricos em Recursos Hídricos

Prof. Edson Cezar Wendland

AULA 3 – PROPRIEDADES FÍSICAS

Propriedades Físicas da Água

✦ Densidade absoluta ou massa específica

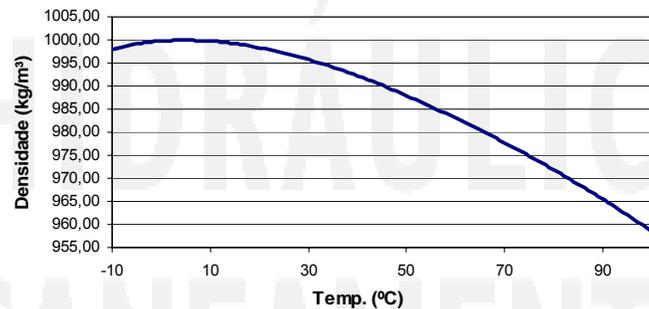
$$\rho = m / v$$

✦ ρ – densidade da água, em kg/m³;

✦ m – massa da água, em kg;

✦ v – volume ocupado pela mesma, em m³.

Propriedades Físicas da Água



$$\rho(T) = 999,71704 + 0,07894.T - 0,00864.T^2 + 5,6752.10^{-5}.T^3 - 1,94502.10^{-7}.T^4$$

$\rho_{\max} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ocorre a $4 \text{ }^\circ\text{C}$

3

Propriedades Físicas da Água

✚ Peso específico

$$\gamma = P / v$$

✚ P – peso da água, em N;

✚ v – volume ocupado pela água, em m^3 ;

✚ γ – peso específico da água, em N/m^3 .

$$\gamma = \rho \cdot g$$

✚ ρ – densidade da água, em kg/m^3 ;

✚ γ – peso específico da água, em N/m^3 ;

✚ g – aceleração da gravidade, m/s^2 .

4

Propriedades Físicas da Água

Viscosidade dinâmica ou absoluta

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

τ – Tensão superficial, em Pa;

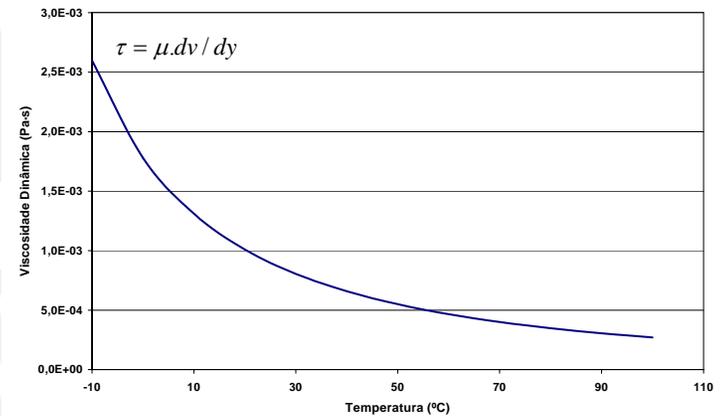
μ – Viscosidade dinâmica, em N.s/m²;

$\frac{\partial v}{\partial y}$ – Gradiente de velocidade, em s⁻¹.

5

Propriedades Físicas da Água

Variação da Viscosidade Dinâmica com a Temperatura



6

Propriedades Físicas da Água

✚ Viscosidade cinemática

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- ✚ ν – Viscosidade cinemática, em m²/s;
- ✚ μ – Viscosidade absoluta, em N.m²/s;
- ✚ ρ – Massa específica ou densidade absoluta, em kg/m³.

Propriedades Físicas da Água

✚ Compressibilidade

$$\beta = -\frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{1}{\Delta p}$$

- ✚ β – Compressibilidade, em m²/N;
- ✚ ΔV – Variação de volume, em m³;
- ✚ V – Volume, em m³;
- ✚ Δp – Variação de pressão, em N.

Propriedades Físicas da Água

✚ Módulo de elasticidade (Módulo de Young)

$$E = -\frac{1}{\beta}$$

✚ E – Módulo de elasticidade, em N/m²;

✚ β – Compressibilidade, em m²/N;

Resumo - Propriedades Físicas da Água

PROPRIEDADE	SÍMBOLO	UNIDADE		DIMENSÃO (MLT)	VALOR a 20 °C
		SI	Inglês		
Massa específica ou dens. absoluta	ρ	kg/m ³	slug/ft ³	M L ⁻³	998,2
Peso específico	γ	N/m ³	lb/ft ³	M T ⁻² L ⁻²	9.789
Viscosidade dinâmica	μ ou η	N.s/m ²	lb.s/ft ²	M L ⁻¹ T ⁻¹	1,005x10 ⁻³
Viscosidade cinemática	ν	m ² /s	ft ² /s	L ³ T ⁻¹	1,007x10 ⁻⁶
Compressibilidade	β	m ² /N	ft ² /lb	M ⁻¹ L T ²	4,8x10 ⁻¹⁰
Módulo de elasticidade	E	Pa	lb/ft ²	M L ⁻¹ T ⁻²	2x10 ⁹

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Três estados possíveis:

- Estado seco – quando a umidade do solo está próxima de zero, ou seja, não há quase água na amostra;
- Estado úmido – quando a amostra de solo tem uma determinada quantidade de água, mas que a mesma não preenche todos os seus vazios;
- Estado saturado – quando os vazios da amostra de solo encontram-se, teoricamente, preenchidos de água em sua totalidade.

11

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Densidade ou massa específica

$$\rho = m / v$$

- ρ – densidade do meio poroso, em kg/m^3 ;
- m – massa do meio poroso, em kg;
- V – volume ocupado pelo meio poroso, em m^3 .

12

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ **Peso específico**

$$\gamma = P / V_s$$

- ✚ γ – Peso específico do solo, em N/m³;
- ✚ P – Peso da amostra, em N;
- ✚ V_s – Volume de partículas sólidas, em m³, ou seja:

$$V_s = V_{\text{total}} - V_{\text{poros}}$$

13

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ **Porosidade (n ou \emptyset)**

$$n = V_v / V_t$$

- ✚ η – Porosidade, que pode ser expressa por um adimensional ou sobre forma de porcentagem, quando multiplicado por 100%;

✚ V_v – Volume de vazios do solo, em m³;

✚ V_t – Volume total do solo, em m³.

$$\emptyset_{\text{saturado}} < \emptyset_{\text{úmido}} < \emptyset_{\text{seco}}$$

14

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Porosidade

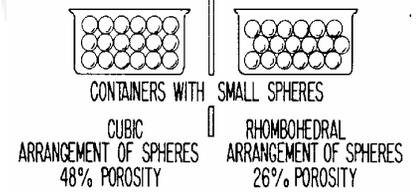
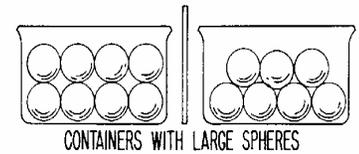
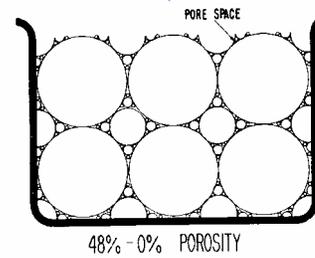
Material	Porosidade(%)	Rendimento específico
Argila	55	3%
Argiloso	35	5%
Areia Fina	45	10%
Areia Média	37	(e)
Areia Grossa	30	
Areia+Pedregulho	20	16%
Pedregulho	25	22%

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Porosidade

Arranjo geométrico →

Granulometria



Propriedades Físicas do Meio Poroso

Porosidade: alteração devido à compactação

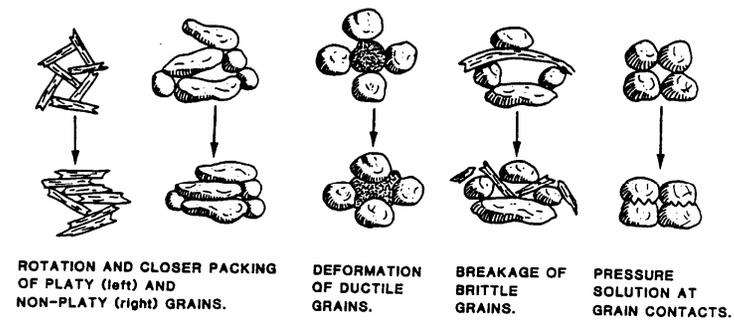
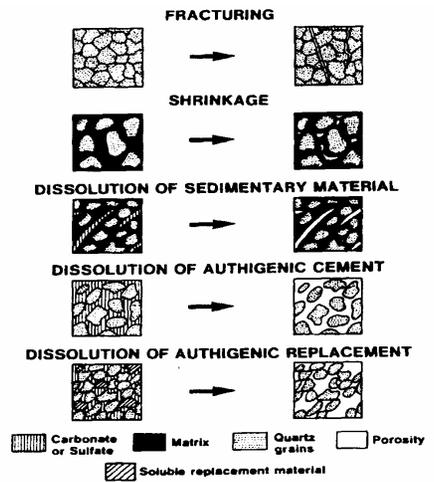


Figura 34 – Mecanismos de compactação (Jonas & McBride, 1977)

Propriedades Físicas do Meio Poroso

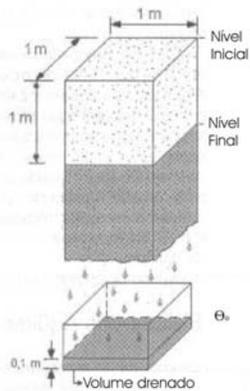
Porosidade

Aumento



Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Porosidade útil ou efetiva



$$n_e = V_d / V_t$$

- ✚ n_e – Porosidade útil (adimensional);
- ✚ V_d – Volume drenado por gravidade, em m^3 ;
- ✚ V_t – Volume total, em m^3 .

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Retenção Específica

$$R_e = \frac{V_p - V_D}{V}$$

- ✚ R_e – Retenção específica (adimensional);
- ✚ V – Volume da amostra, em m^3 ;
- ✚ V_D – Volume drenado por gravidade, em m^3 .

$$n = n_e + R_e$$

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Porosidade efetiva ao fluxo

$$n_f = V_{v. \text{ Interligados}} / V_t$$

✚ $V_{v. \text{ interligados}}$ – Volume de vazios interconectados, em m^3 ;

✚ V_t – Volume total, em m^3 .

$$n_f < n_e < n$$

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Estimativas de Porosidade

✚ TOTAL:

✚ Fetter, 1994:

$$n = 100 \cdot [1 - \rho_b / \rho_s]$$

✚ ρ_b – dry bulk density (densidade aparente);

✚ ρ_s – particle density ($\sim 2.650 \text{ kg/m}^3$).

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Estimativas de Porosidade

Luckner: $U = d_{60} / d_{10}$

d_{60} – diâmetros dos grãos para 60% de passagem nas peneiras;

d_{10} – idem para 10%.

Se $U < 5,0$ – o material é uniforme;

$U > 5,0$ – o material é não-uniforme.

Beims:

$$n = 0,21 \cdot (1 + 1/U^{2/3})$$

Propriedades Físicas do Meio Poroso

Estimativas de Porosidade

ÚTIL:

Marotz, 1969:

$$n_e = 0,045 \cdot \ln K + 0,462$$

K – condutividade hidráulica, em m/s.

EFETIVA:

$$n_f = n \cdot (1 - U^{0,5} / 12)$$

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Saturação e umidade

$$S_w = V_w / V_v$$

✚ S_w – saturação da amostra, adimensional;

✚ V_w – volume de água na amostra, em m³;

✚ V_v – volume de vazios da amostra, em m³.

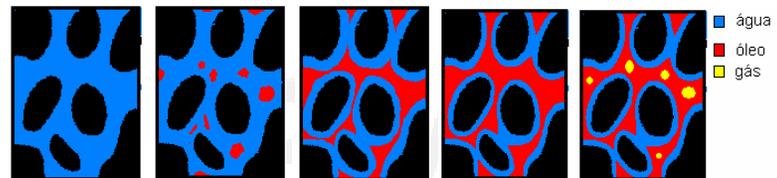
$$0 \leq S_w \leq 1,0 \text{ (saturação)}$$

Propriedades Físicas do Meio Poroso

✚ Saturação

✚ Mais de 1 substância dissolvida

$$S_w + S_{\text{óleo}} + S_{\text{gás}} \leq 1,0$$



AULA 3 – PROPRIEDADES FÍSICAS

Resumo - Propriedades Físicas do Meio Poroso

PROPRIEDADE	SÍMBOLO	UNIDADE		DIMENSÃO (MLT)
		SI	Inglês	
Massa específica ou densidade absoluta	ρ	kg/m ³	slug/ft ³	ML ⁻³
Peso específico	γ	N/m ³	lb/ft ³	MT ⁻² L ⁻²
Porosidade útil	ϕ_e ou n_e			
Retenção específica	R_e			
Teor de umidade	θ			
Módulo de elasticidade	E	N/m ²	lb/ft ²	ML ⁻¹ T ⁻²
Compressibilidade	α	m ² /N	ft ² /lb	M ⁻¹ LT ²

27

AULA 3 – PROPRIEDADES FÍSICAS

Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Carga hidráulica

✚ Equação de Bernoulli:

$$E = p/\gamma + z + v^2/2g$$

$$v^2/2g \rightarrow 0$$

$$h = p/\gamma + z$$

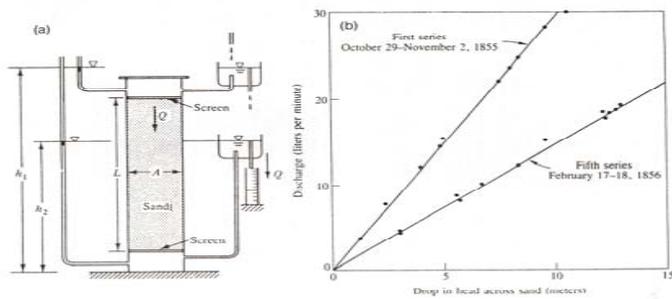
✚ z é carga de posição;

✚ p/γ é carga de pressão.

28

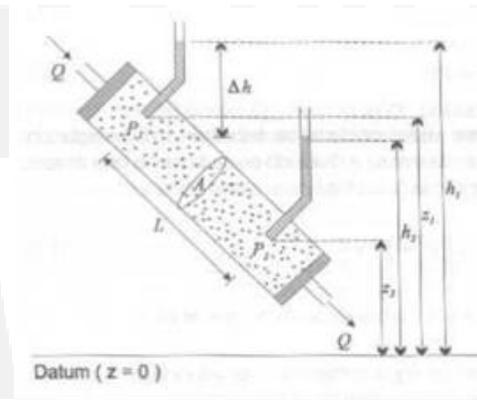
Sistema Fluido - Meio Poroso

Darcy Versuch



Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Condutividade Hidráulica (Lei de Darcy)



Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Lei de Darcy

$$Q = K.A. \frac{(h_1 - h_2)}{L}$$

- ✚ Q – vazão, em m³/s;
- ✚ K – condutividade hidráulica, em m/s;
- ✚ A – área da seção transversal, em m²;
- ✚ (h₁ – h₂) – diferença de carga hidráulica entre os pontos 1 e 2, em m;
- ✚ L – comprimento, em m.

31

Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Velocidade de Darcy (velocidade aparente)

$$q = \frac{Q}{A} = K. \frac{(h_1 - h_2)}{L}$$

✚ Velocidade média de deslocamento

$$v = \frac{Q}{A.n_f} = \frac{q}{n_f}$$

- ✚ n_f – porosidade efetiva

32

Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Validade da Lei de Darcy

Re < 1 ou < 10 (escoamento laminar)

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

- ✚ v – velocidade média de deslocamento, em m/s;
- ✚ D – diâmetro do tubo, em m;
- ✚ ν – viscosidade cinemática do fluido, em m²/s.

Sistema Fluido - Meio Poroso

✚ Condutividade Hidráulica (Lei de Darcy)

Material	Condutividade (cm/s)
Argila	10 ⁻⁹ - 10 ⁻⁶
Silte, silte argiloso	10 ⁻⁶ - 10 ⁻⁴
Areia argilosa	10 ⁻⁶ - 10 ⁻⁴
Areia siltosa, areia fina	10 ⁻⁵ - 10 ⁻³
Areia bem distribuída	10 ⁻³ - 10 ⁻¹
Cascalho bem distribuído	10 ⁻² - 10 ⁻¹