Instituto de Matemática e Estatística

MAT0103 — COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICA PARA CONTABILIDADE E ADMINISTRAÇÃO

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

PROFESSOR: PAOLO PICCIONE
MONITORA: JACKELINE CONRADO

Exercício 1. *Calcule uma primitiva $F(x)$ para as funções $f(x)$ abaixo.*

(1) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 2$
(2) $f(x) = e^{2x}$
(3) $f(x) = xe^x$
(4) $f(x) = x \sin x$
(5) $f(x) = 2x^2 - \frac{2}{x}$
(6) $f(x) = \ln x - 2\cos x$

Exercício 2. *Calcule as seguintes integrais definidas;*

(1) $\int_0^1 2x^3 - 4x^2 + x \,\mathrm{d}x$
(2) $\int_0^{\ln 2} e^x \,\mathrm{d}x$
(3) $\int_1^2 \ln x \,\mathrm{d}x$
(4) $\int_{-1}^1 \sin^3 x \,\mathrm{d}x$
(5) $\int_0^2 xe^x \,\mathrm{d}x$
(6) $\displaystyle\int_1^3 \frac{\mathrm{d}x}{x}$

Exercício 3. *Quais das seguintes afirmações é verdadeira? Justifique.*

(1) *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é contínua em $[a, b]$.*
(2) *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é derivável em $[a, b]$.*
(3) *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é uma primitiva de f que satisfaz $F(b) = 0$.*
(4) *Se F é uma primitiva de f, então $f'(x) = F(x)$.*
(5) *Se F é uma primitiva de f em $[a, b]$, então $F(a) = 0$.*
(6) *Se F é uma primitiva de f tal que $F(1) = 0$, então*

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -F(0).$$

Date: 28 de julho de 2020.

Exercício 4. *Calcule a derivada das seguintes funções:*

(1) $F(x) = \int_0^x e^{t^2}\,\mathrm{d}t$
(2) $F(x) = \int_1^{2x} \cos^2 t\,\mathrm{d}t$
(3) $F(x) = \int_x^2 \sin^2 t\,\mathrm{d}t$
(4) $F(x) = \int_x^{2x} \ln^2 t\,\mathrm{d}t$
(5) $F(x) = \frac{1}{x}\int_0^x e^{t^2}\,\mathrm{d}t$
(6) $F(x) = \sin x + \int_{-\pi}^x \cos t\,\mathrm{d}t.$

Exercício 5. *Calcule a área das regiões R dadas.*

(1) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le \dfrac{1}{x}\right\}$
(2) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le \dfrac{1}{x^2}\right\}$
(3) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le e^{2x}\right\}$
(4) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \pi,\ -\sin x \le y \le 0\right\}$
(5) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le y \le \cos x\right\}$
(6) $R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \frac{\pi}{2},\ -\sin x \le y \le \cos x\right\}$

Gabarito

Exercício 1: (1) $\frac{3x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x + c$, (2) $\frac{e^{2x}}{2} + c$, (3) $xe^x - e^x + c$, (4) $-\frac{x^2\cos(x)}{2} + c$ (5) $\frac{2x^3}{3} - 2\ln(x) + c$ (6) $x(\ln(x) - 1) - 2\sin(x) + c$
Exercício 2: (1) $-1/3$ (2) 1 (3) $\ln(4) - 1$ (4) 0 (5) $1 + e^2$ (6) $\ln(3)$
Exercício 3: (1) V (2) V (3) F (4) F (5) F (6) V
Exercício 4: (1) e^{x^2} (2) $2\cos^2(2x)$ (3) $-\sin^2(x)$ (4) $2\ln^2(2x) + \ln^2(x)$
(5) $-\frac{1}{x^2}\int_0^x e^{t^2}\,\mathrm{d}t + \frac{e^{x^2}}{x}$ (6) $2\cos(x)$
Exercício 5: (1) $\ln(2)$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{e^2-1}{2}$ (4) 2 (5) 2 (6) 2