Modelo de Solow - II

Mauro Rodrigues (USP)

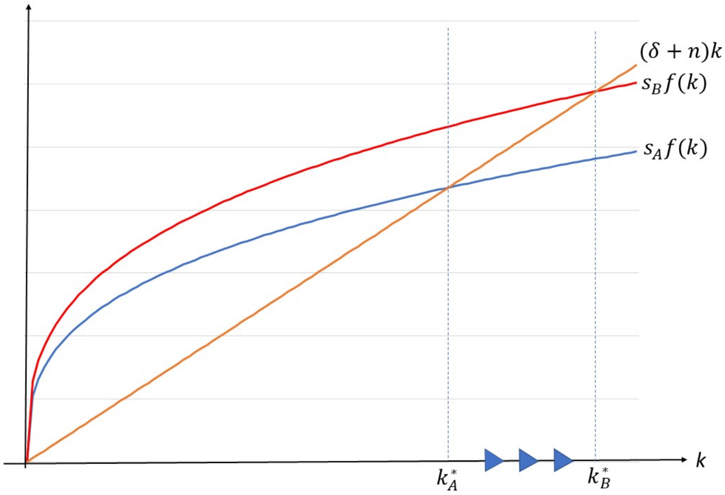
2020

Mudança na taxa de poupança

- Lembre que o capital por trabalhador evolui de acordo com a seguinte equação
$$\dot{k}_t = sf(k_t) - (\delta + n)k_t$$
- Em estado estacionário:
$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$
- Suponha a economia inicialmente em estado estacionário com taxa de poupança s_A
  - Capital por trabalhador $= k_A^*$
  - Produto por trabalhador $= y_A^* = f(k_A^*)$
- No instante t_0,a taxa de poupança aumenta permanentemente para $s_B > s_A$

Aumento na taxa de poupança

Figure: Aumento na taxa de poupança



Efeitos de longo prazo

- Aumento na taxa de poupança leva a um estoque de capital por trabalhador mais alto em estado estacionário:

$$k_B^* > k_A^*$$

- Renda per capita será mais alta como consequência, pois $y = f(k)$:

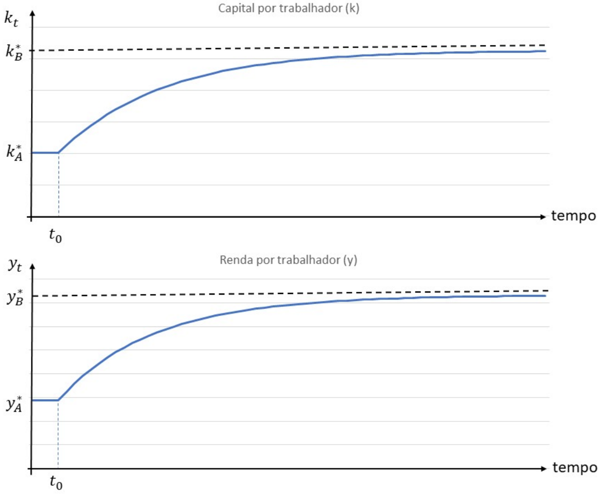
$$y_B^* > y_A^*$$

Transição

- Aumento não é imediato:
  - Em t_0, capital por trabalhador ainda está no seu nível original (variável de estado)
  - Cresce ao longo do tempo, pois a taxa de poupança mais alta faz com que o investimento fique acima da depreciação temporariamente
  - Com o tempo, crescimento cai porque $PMgK$ é decrescente
  - Renda por trabalhador segue trajetória semelhante

Transição

Figure: Transição



Implicação

- Aumento na taxa de poupança leva a um aumento permanente no **nível** da renda por trabalhador de um país
- Mas gera aumento apenas transitório na **taxa de crescimento** da renda per capita
  - Capital exibe retornos marginais decrescentes

Efeitos sobre consumo de estado estacionário

- Lembre que consumo é uma fração $1 - s$ da renda

$$C_t = (1 - s) Y_t$$

- Dividindo por L_t, obtemos o consumo por trabalhador em função da renda por trabalhador:

$$c_t = (1 - s) f(k_t)$$

- Em estado estacionário:

$$c^* = (1 - s) f(k^*)$$

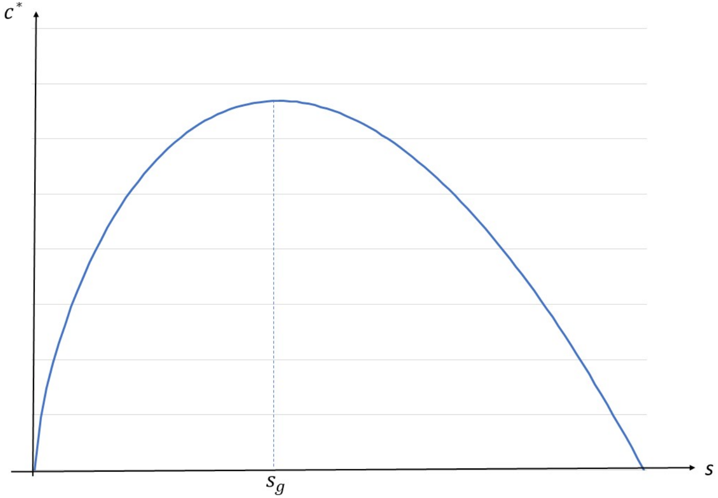
- Aumento em s tem dois efeitos:
  - Eleva o nível da renda por trabalhador de estado estacionário $f(k^*)$
    - Contribui para aumentar c^*
  - Dimunui a parcela da renda alocada a consumo
    - Contribui para diminuir c^*

Regra de ouro

- s baixo $\Rightarrow$ k^* baixo e $PMgK$ elevada
  - Aumento em s leva a um aumento significativo em $f(k^*)$
  - Primeiro efeito domina; c^* aumenta
- s alto $\Rightarrow$ k^* alto e $PMgK$ baixa
  - Aumento em s leva a um aumento pequeno em $f(k^*)$
  - Segundo efeito domina; c^* diminui
- **Regra de ouro**: taxa de poupança s_g que maximiza consumo de estado estacionário

Regra de ouro

Figure: Regra de ouro



Regra de ouro

- Em estado estacionário:

$$c^* = (1-s)f(k^*) = f(k^*) - sf(k^*)$$

- Sabemos que $sf(k^*) = (\delta + n)k^*$. Logo:

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n)k^*$$

- Encontraremos primeiro o capital por trabalhador de estado estacionário que gera consumo máximo (k_g^*). Maximizando c^* com relação a k^*

$$\left.\frac{dc^*}{dk^*}\right|_{k_g^*} = f'(k_g^*) - (\delta + n) = 0$$

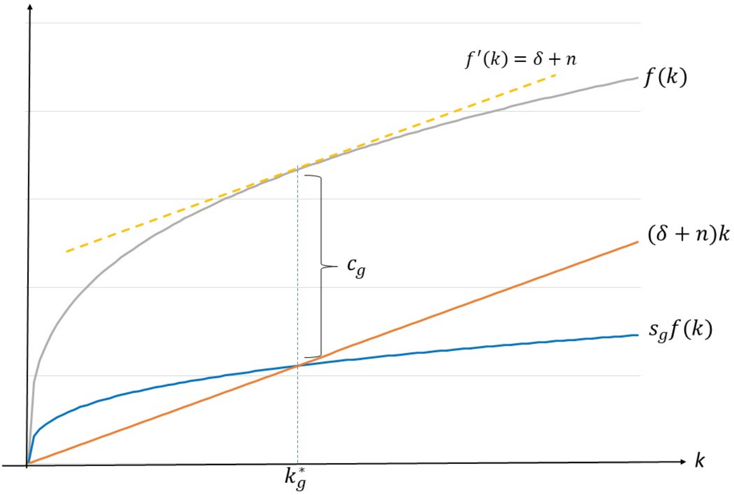
$$f'(k_g^*) = \delta + n$$

- Agora podemos inferir a taxa de poupança (s_g) que induz esse nível de capital por trabalhador em estado estacionário:

$$s_g f(k_g^*) = (\delta + n)k_g^*$$

Regra de ouro

Figure: Regra de ouro



Caso Cobb-Douglas

- Função de produção Cobb-Douglas:

$$f(k) = zk^{\alpha}$$

- Encontrando o capital por trabalhador associado à regra de ouro:

$$f'(k_g^*) = z\alpha(k_g^*)^{\alpha-1} = \delta + n$$

$$k_g^* = \left(\frac{z\alpha}{\delta + n}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

- Encontrando a taxa de poupança da regra de ouro:

$$s_g f(k_g^*) = (\delta + n)k_g^*$$

$$s_g = (\delta + n)\frac{k_g^*}{z(k_g^*)^{\alpha}} = \frac{\delta + n}{z}\frac{z\alpha}{\delta + n}$$

- Logo, $s_g = \alpha$

Transições

- Suponha uma economia inicialmente em estado estacionário, com taxa de poupança $s > s_g$
- No instante t_0, taxa de poupança diminui para s_g
- Capital e renda por trabalhador de estado estacionário são mais baixos
- Mas ajuste não é imediato
    - Em t_0, capital ainda está no nível inicial
    - Decai ao longo do tempo pois, com a taxa de poupança mais baixa, investimento $<$ depreciação (por trabalhador)
    - No longo prazo, tende para k_g^*
    - Produto por trabalhador segue caminho semelhante, pois $y_t = f(k_t)$

Transições

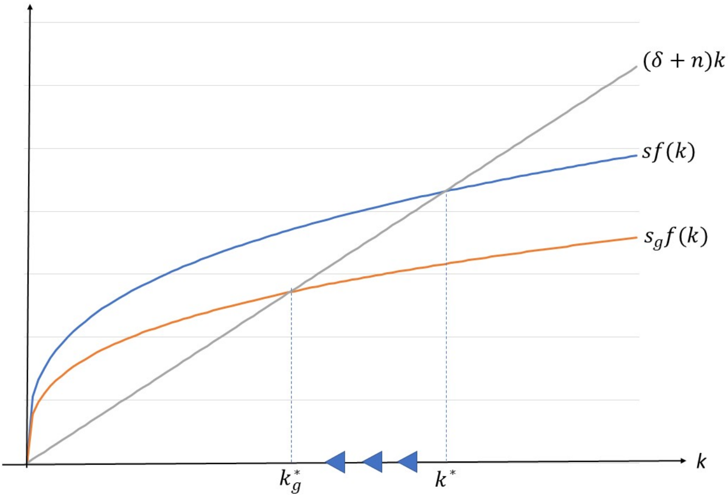
- Consumo por trabalhador aumenta no longo prazo
  - Quando $s = s_g$, c^* é máximo
- Mas em t_0, consumo por trabalhador aumenta de maneira discreta:

$$c_t = (1 - s)f(k_t)$$

  - Em t_0, capital por trabalhador ainda está no nível anterior, mas a queda em s induz "salto" em c_t
- A partir daí ($t > t_0$), c_t segue trajetória descendente (por conta da dinâmica do capital e produto)
  - Converge para $c_g^* > c^*$ no longo prazo
- Trajetória inteira de consumo por trabalhador é mais alta, em comparação ao nível inicial

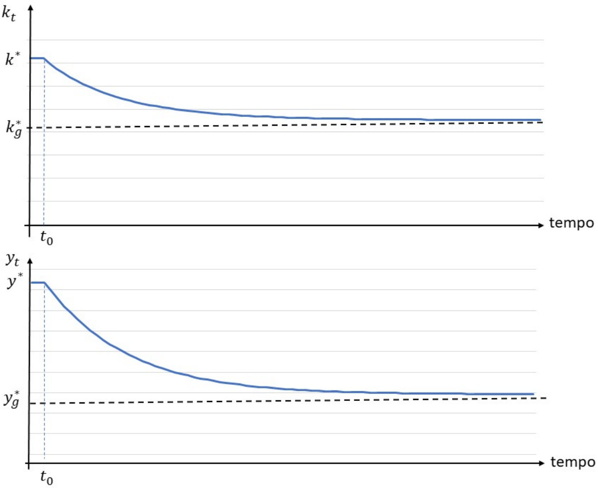
Inicialmente $s > s_g$

Figure: Redução na taxa de poupança de s para s_g



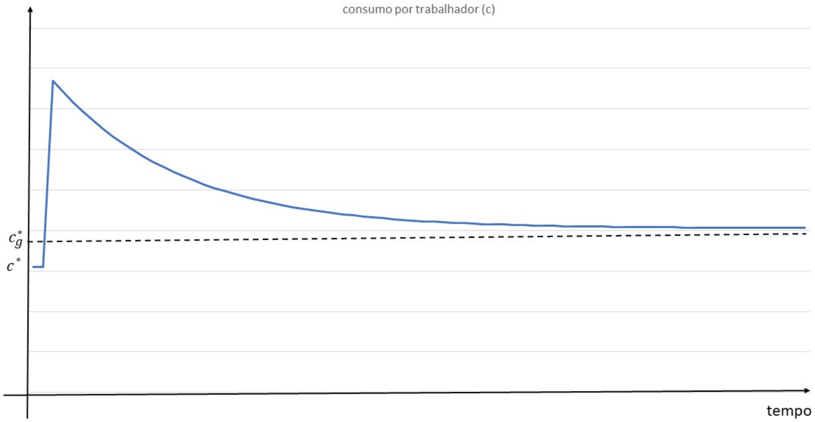
Inicialmente $s > s_g$

Figure: Redução na taxa de poupança de s para s_g



Inicialmente $s > s_g$

Figure: Redução na taxa de poupança de s para s_g



Transições

- Suponha agora uma economia com taxa de poupança menor que a da regra de ouro
  - Inicialmente em estado estacionário, com taxa de poupança $s > s_g$
- No instante t_0, taxa de poupança aumenta para s_g
- Capital e renda por trabalhador de estado estacionário são mais altos
- Mas ajuste não é imediato
  - Em t_0, capital ainda está no nível inicial
  - Cresce ao longo do tempo pois, com a taxa de poupança mais alta, investimento $>$ depreciação (por trabalhador)
  - No longo prazo, tende para k_g^*
  - Produto por trabalhador segue caminho semelhante, pois $y_t = f(k_t)$

Transições

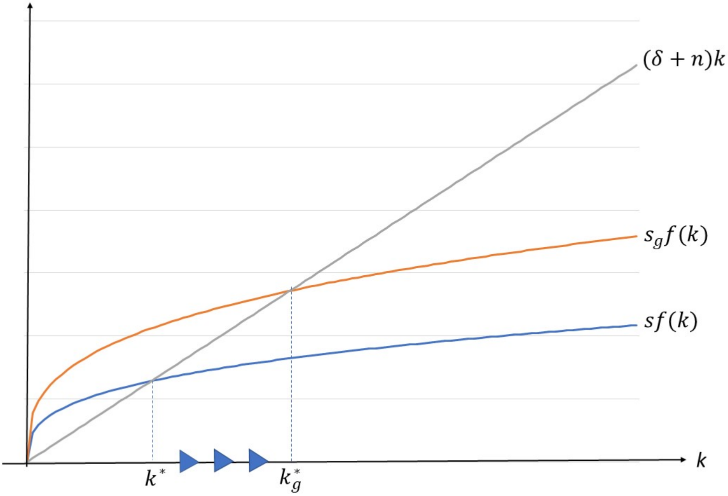
- Consumo por trabalhador aumenta no longo prazo
  - Quando $s = s_g$, c^* é máximo
- Mas em t_0, consumo por trabalhador diminui de maneira discreta:

$$c_t = (1 - s) f(k_t)$$

  - Em t_0, capital por trabalhador ainda está no nível anterior, mas a queda em s induz "salto" para baixo em c_t
- A partir daí ($t > t_0$), c_t segue trajetória ascendente (por conta da dinâmica do capital e produto)
  - Converge para $c_g^* > c^*$ no longo prazo
- Em comparação ao nível inicial, consumo por trabalhador cai na transição, mas aumenta no longo prazo

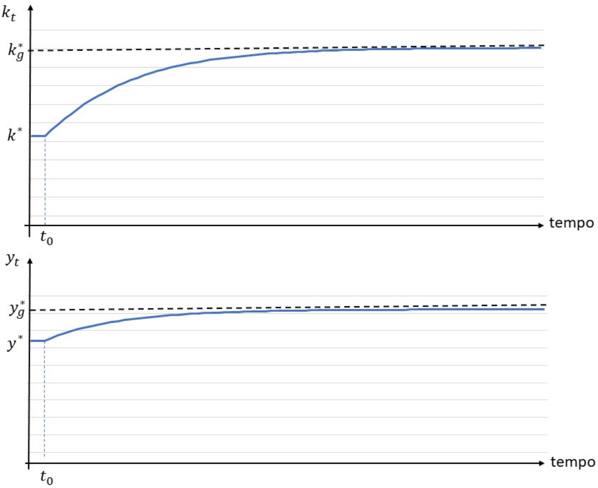
Inicialmente $s < s_g$

Figure: Aumento na taxa de poupança de s para s_g



Inicialmente $s < s_g$

Figure: Aumento na taxa de poupança de s para s_g



Inicialmente $s < s_g$

Figure: Aumento na taxa de poupança de s para s_g