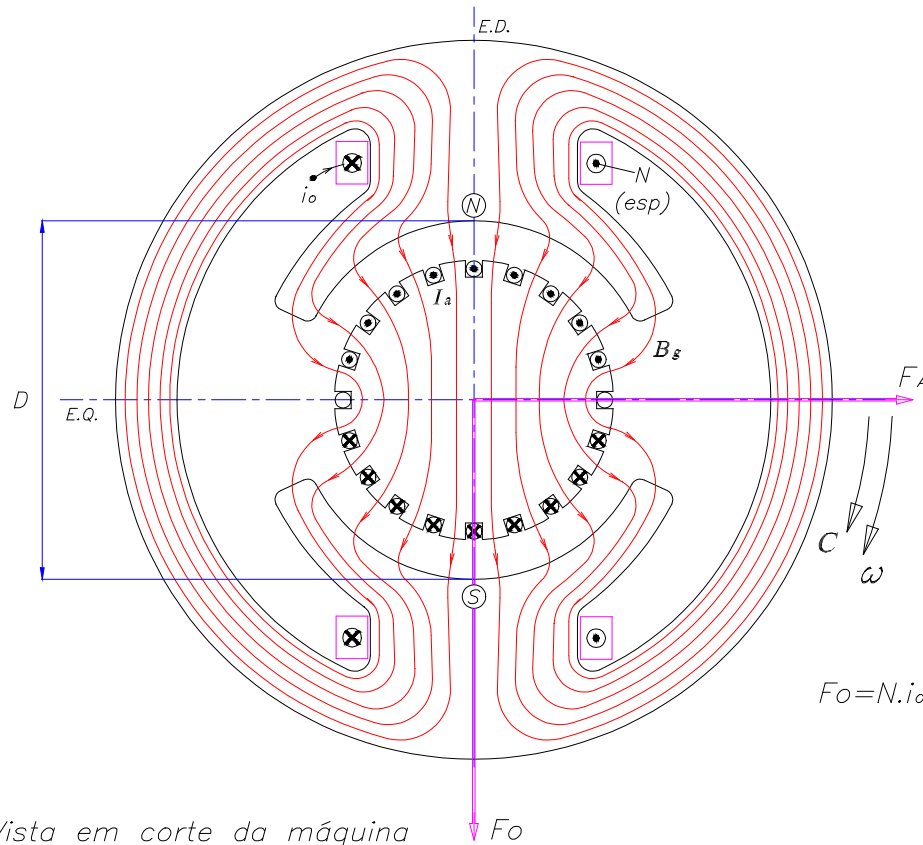


FUNCIONAMENTO DAS MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA

MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA: FUNCIONAMENTO

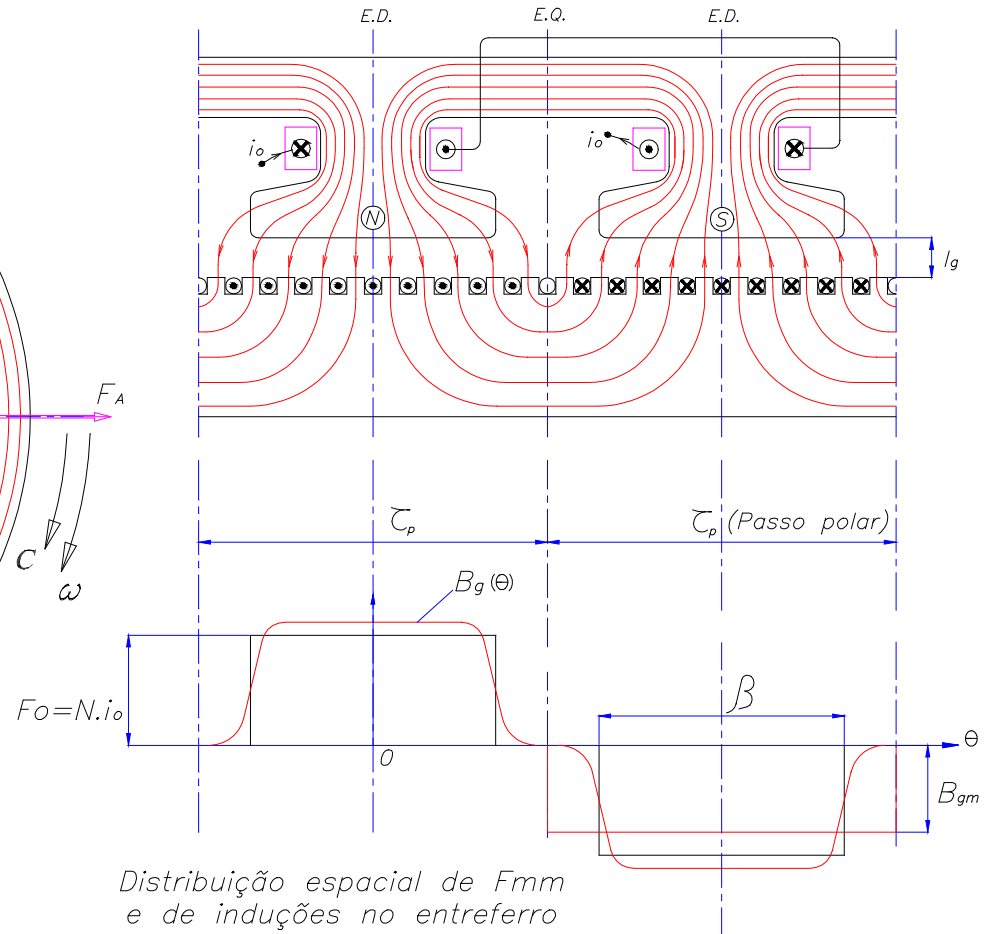
MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

Interação eletromagnética entre rotor e estator



Vista em corte da máquina

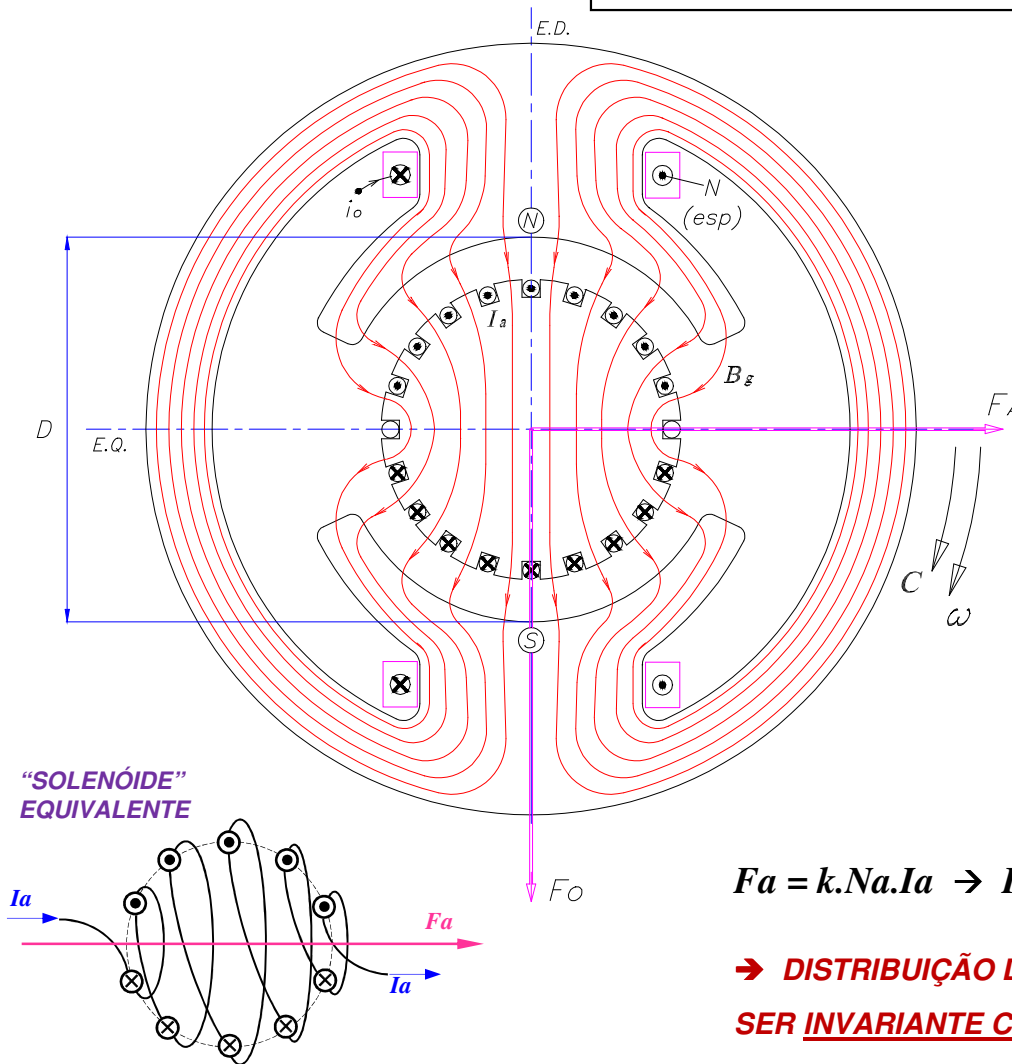
Vista planificada da máquina



Distribuição espacial de Fmm e de induções no entreferro

DISTRIBUIÇÃO DE CAMPO NO CIRCUITO MAGNÉTICO DA MÁQUINA C.C.

MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA: FUNCIONAMENTO



FORÇA MAGNETOMOTRIZ DE EXCITAÇÃO:

$$F_0 = N \cdot i_0 = \mathcal{R} \cdot \phi = \mathcal{R} \cdot \tau_p \cdot L \cdot B_g(\theta)$$

RELUTÂNCIA DO CIRCUITO MAGNÉTICO:

$$\mathcal{R} \approx \mathcal{R}_g = l_g / \mu_0 \cdot S_p$$

$$\rightarrow B_g(\theta) = (N \cdot \mu_0 / l_g) \cdot i_0$$

BASE DO FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA C.C. :

INTERAÇÃO DE MÚTUA ENTRE CAMPOS DE EXCITAÇÃO (F₀) E DE ARMADURA (F_a)

CONJUGADO DESENVOLVIDO: C_{mutua} = K · F₀ · F_a · senδ

→ NA MÁQUINA C.C. :

F₀ SEMPRE PERPENDICULARA F_a → C_{mutua} = C_{max}

F_a = k · N_a · I_a → F_a COM DIREÇÃO FIXA NO ESPAÇO (DIREÇÃO DO E.Q.)

→ DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTES I_a NOS CONDUTORES DO ROTOR DEVE SER INVARIANTE COM A POSIÇÃO DESTA

INVARIÂNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTES NO ROTOR → ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO

→ BASE DO FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA C.C. : EXISTÊNCIA DO ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO

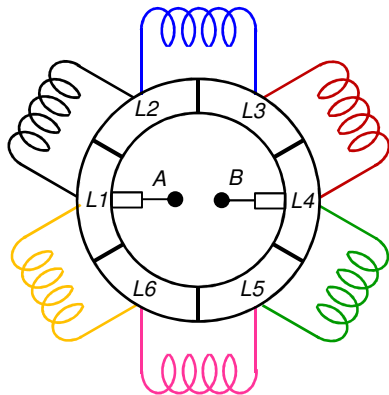
CONSTRUÇÃO DO ENROLAMENTO

PSEUDO-ESTACIONÁRIO :

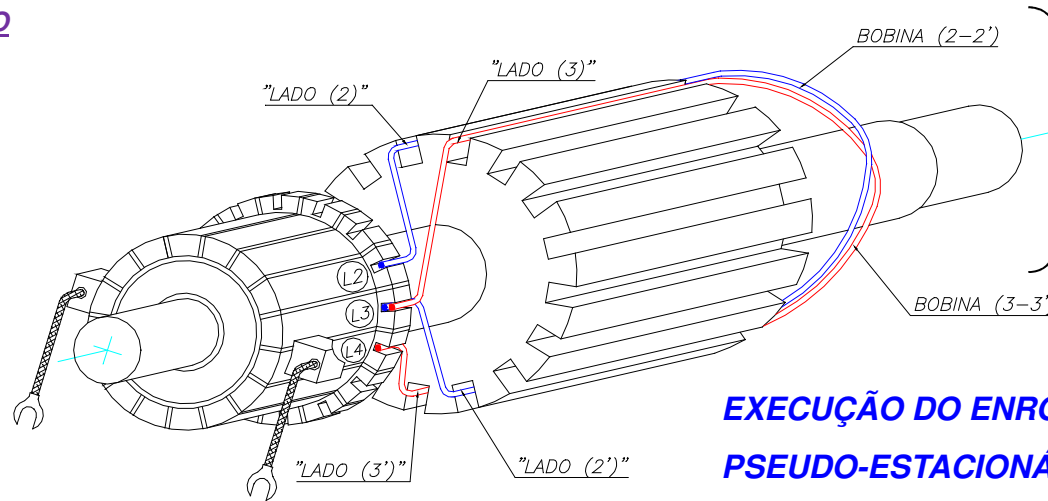
1. TODAS AS BOBINAS DA ARMADURA SE CONECTAM A UM PAR DE SEGMENTOS ADJACENTES DO COMUTADOR

2. TERMINAL INICIAL DE CADA BOBINA CONECTADO A UM SEGMENTO DE COMUTADOR ONDE SE ALOJA O TERMINAL FINAL DA BOBINA ANTERIOR

3. ÚLTIMA BOBINA DO ENROLAMENTO FINALIZA NO SEGMENTO DE COMUTADOR ONDE SE INICIOU A PRIMEIRA BOBINA



ESQUEMA EQUIVALENTE



BOBINAS DO ROTOR MONTADAS NO NÚCLEO, COM OS LADOS ALOJADOS EM RANHURAS AFASTADAS DE UM PASSO POLAR (DIAMETRALMENTE OPOSTAS, EM MÁQUINAS DE 2 POLOS)

EXECUÇÃO DO ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO

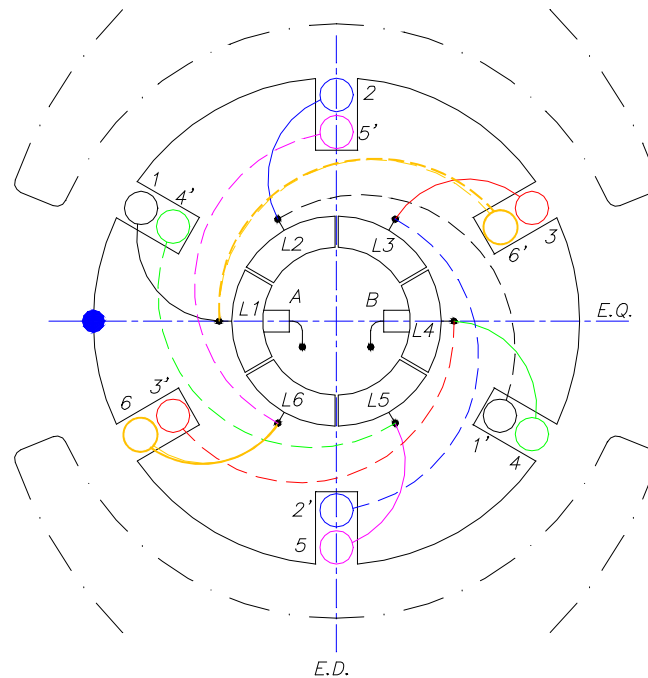
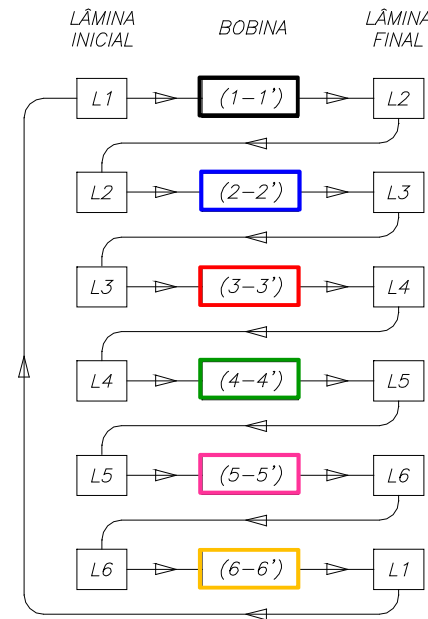


DIAGRAMA SIMPLIFICADO



VISTA ESQUEMÁTICA DO ENROLAMENTO MONTADO

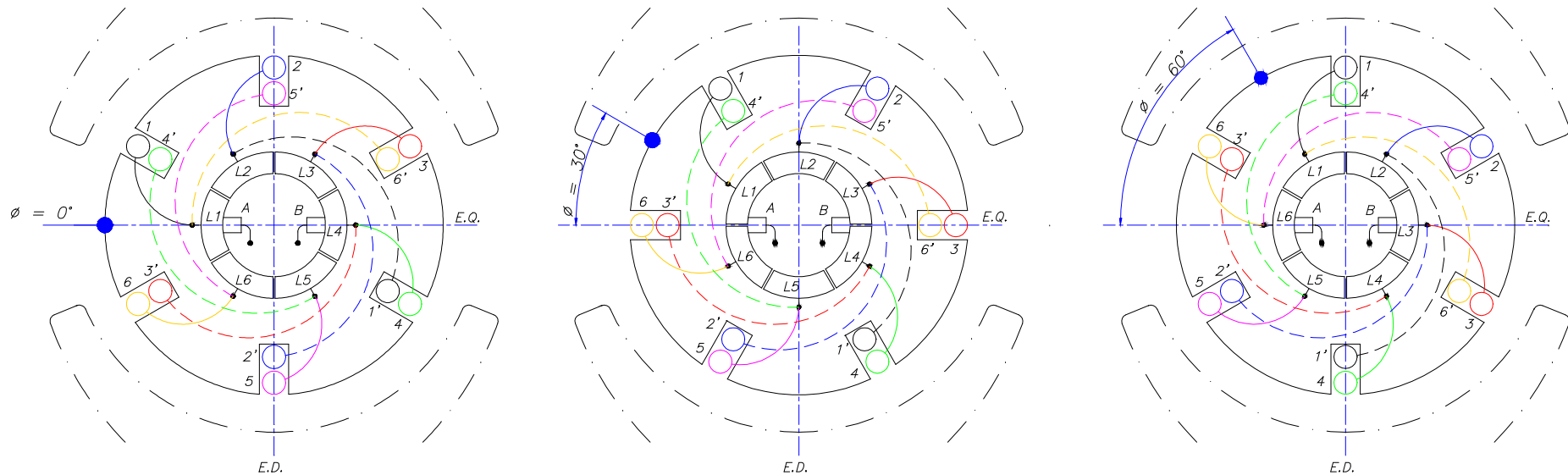
ROTOR SIMPLIFICADO, COM 6 BOBINAS E 6 SEGMENTOS DE COMUTADOR

SEQUÊNCIA DE EXECUÇÃO

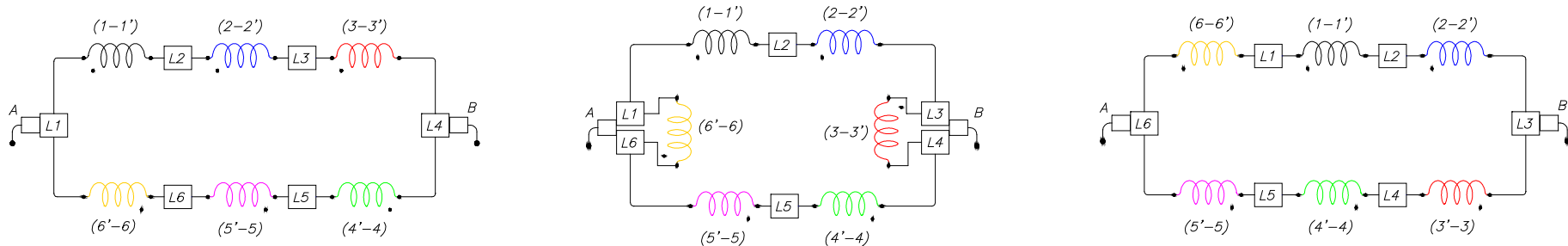
PROPRIEDADES DO ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO :

1. NÃO EXISTEM TERMINAÇÕES DE BOBINAS ACESSÍVEIS – O ENROLAMENTO É FECHADO SOBRE SI MESMO

2. ACESSO AO ENROLAMENTO SE DÁ PELAS ESCOVAS EM CONTATO COM O COMUTADOR → ESCOVAS A-B = “TERMINAIS DA ARMADURA”



EXEMPLO COM ARMADURA DE 2 POLOS COMPOSTA DE 6 BOBINAS E 6 SEGMENTOS NO COMUTADOR



3. ENTRE ESCOVAS, FORMAM-SE 2 CIRCUITOS ELÉTRICOS EM PARALELO, CADA UM CONSTITUÍDO DE 3 BOBINAS EM SÉRIE

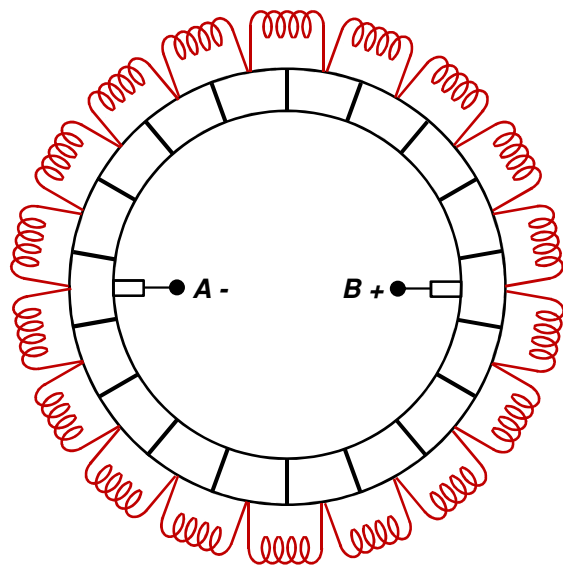
4. APÓS UMA ROTAÇÃO DO ROTOR DE UM PASSO DE RANHURA (60°) → O CIRCUITO ENTRE ESCOVAS É O MESMO (BOBINAS SE REPOSICIONAM)

5. NO INTERVALO DO DESLOCAMENTO (30°), AS ESCOVAS COLOCAM 2 BOBINAS EM CURTO CIRCUITO → 4 PERMANECEM NO CIRCUITO

→ CIRCUITO ELÉTRICO ENTRE ESCOVAS FICA INVARIANTE COM A ROTAÇÃO, COM PERTURBAÇÃO DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO

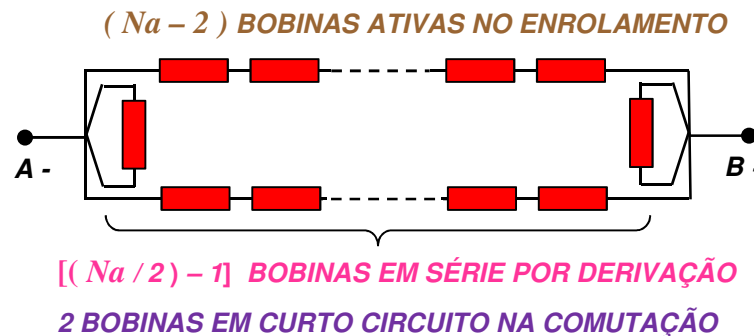
PROPRIEDADES DO ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO - CASO GERAL

ARMADURA DE 2 POLOS ($2p = 2$), COM N_a BOBINAS TOTAIS NO ROTOR \rightarrow 2 ESCOVAS SOBRE O COMUTADOR



CIRCUITO ELÉTRICO FORMADO ENTRE ESCOVAS FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO

2 CIRCUITOS EM PARALELO, OU 2 DERIVAÇÕES, ENTRE ESCOVAS ($2a = 2$)



CIRCUITO ELÉTRICO FORMADO ENTRE ESCOVAS DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO

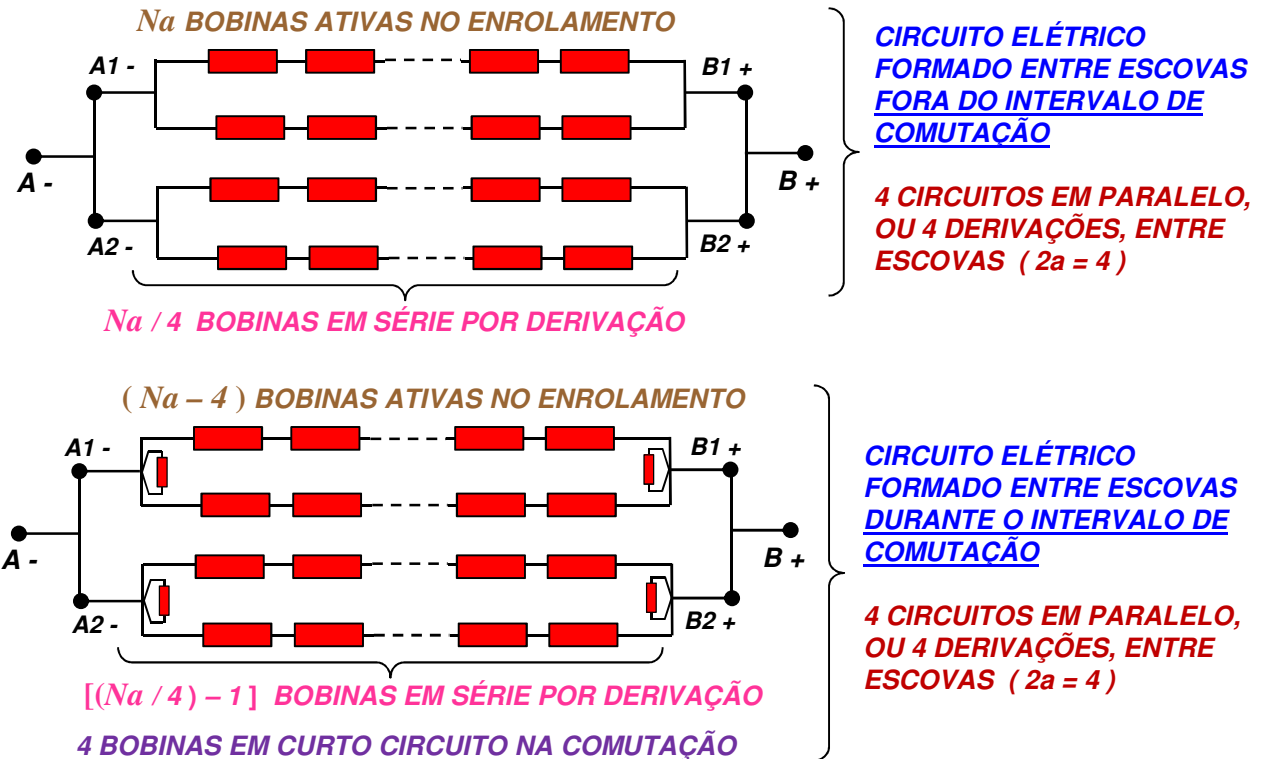
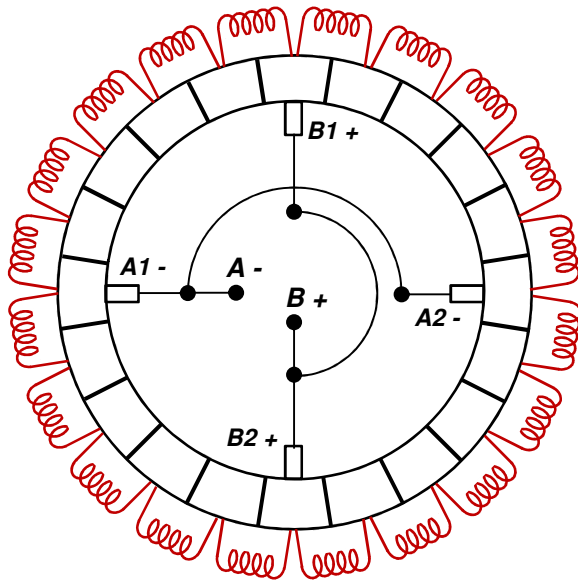
2 CIRCUITOS EM PARALELO, OU 2 DERIVAÇÕES, ENTRE ESCOVAS ($2a = 2$)

NOTA: p : Nº DE PARES DE POLOS DA MÁQUINA ; a : Nº DE PARES DE DERIVAÇÕES DO ENROLAMENTO

NAS MÁQUINAS REAIS \rightarrow EM GERAL ELEVADO NÚMERO DE BOBINAS E DE SEGMENTOS NO COMUTADOR
USUALMENTE DEZENAS OU ATÉ CENTENAS DE BOBINAS DE ARMADURA, NAS MÁQUINAS DE MAIOR PORTE
PERTURBAÇÃO PROVOCADA PELO INTERVALO DE COMUTAÇÃO PRATICAMENTE DESPREZÍVEL
 \rightarrow CIRCUITO ELÉTRICO ENTRE ESCOVAS PERMANECE INVARIANTE COM A ROTAÇÃO DO ROTOR

PROPRIEDADES DO ENROLAMENTO PSEUDO-ESTACIONÁRIO - CASO GERAL

ARMADURA DE 4 POLOS ($2p = 4$), COM N_a BOBINAS TOTAIS NO ROTOR → 4 ESCOVAS SOBRE O COMUTADOR

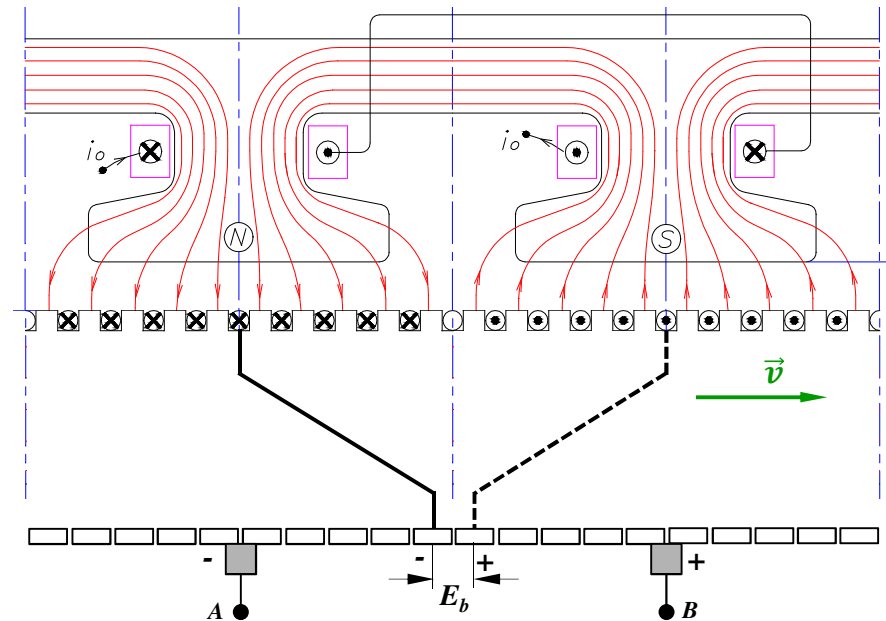
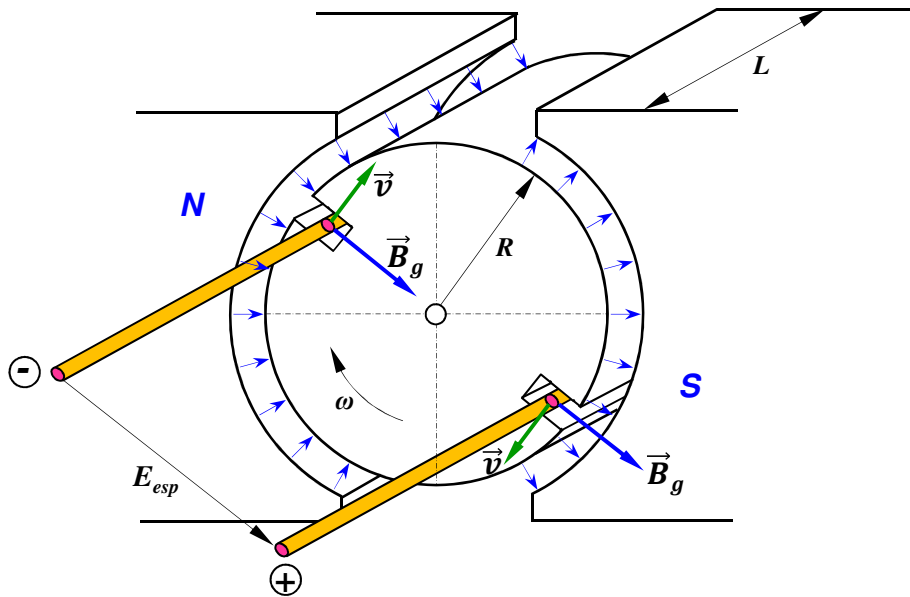
CASO GERAL DE MÁQUINAS COM $2p$ POLOS E N_a BOBINAS TOTAIS NO ROTOR:

- **$2p$ ESCOVAS SOBRE O COMUTADOR**
- **$2a$ DERIVAÇÕES NO ENROLAMENTO → $2a = 2p$ NOS ENROLAMENTOS USUAIS**
- **$N_a / 2a$ BOBINAS EM SÉRIE POR DERIVAÇÃO (FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO)**
- **$[(N_a / 2a) - 1]$ BOBINAS EM SÉRIE POR DERIVAÇÃO (DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO)**
- **$2a$ BOBINAS EM CURTO CIRCUITO NA COMUTAÇÃO**

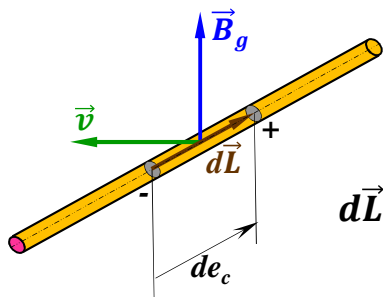
GERAÇÃO DE TENSÃO NA ARMADURA DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

CORRENTE DE EXCITAÇÃO APLICADA ÀS BOBINAS DE CAMPO → ESTABELECE O CAMPO MAGNÉTICO NO ENTREFERRO : B_g

ROTOR AFETADO DE ROTAÇÃO ANGULAR ω → INTERAÇÃO DE MOVIMENTO DO CONDUTOR NO CAMPO INDUZ F.E.M. : e_c



F.E.M. INDUZIDA POR EFEITO MOCIONAL :



$$d e_c = d\vec{L} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}_g)$$

$$d\vec{L} \perp \vec{v} \perp \vec{B}_g \rightarrow e_c = \int_0^L d e_c = B_g \cdot L \cdot v$$

e_c : TENSÃO INDUZIDA EM CADA CONDUTOR

$E_{esp} = 2 \cdot e_c$: TENSÃO INDUZIDA EM 1 ESPIRA

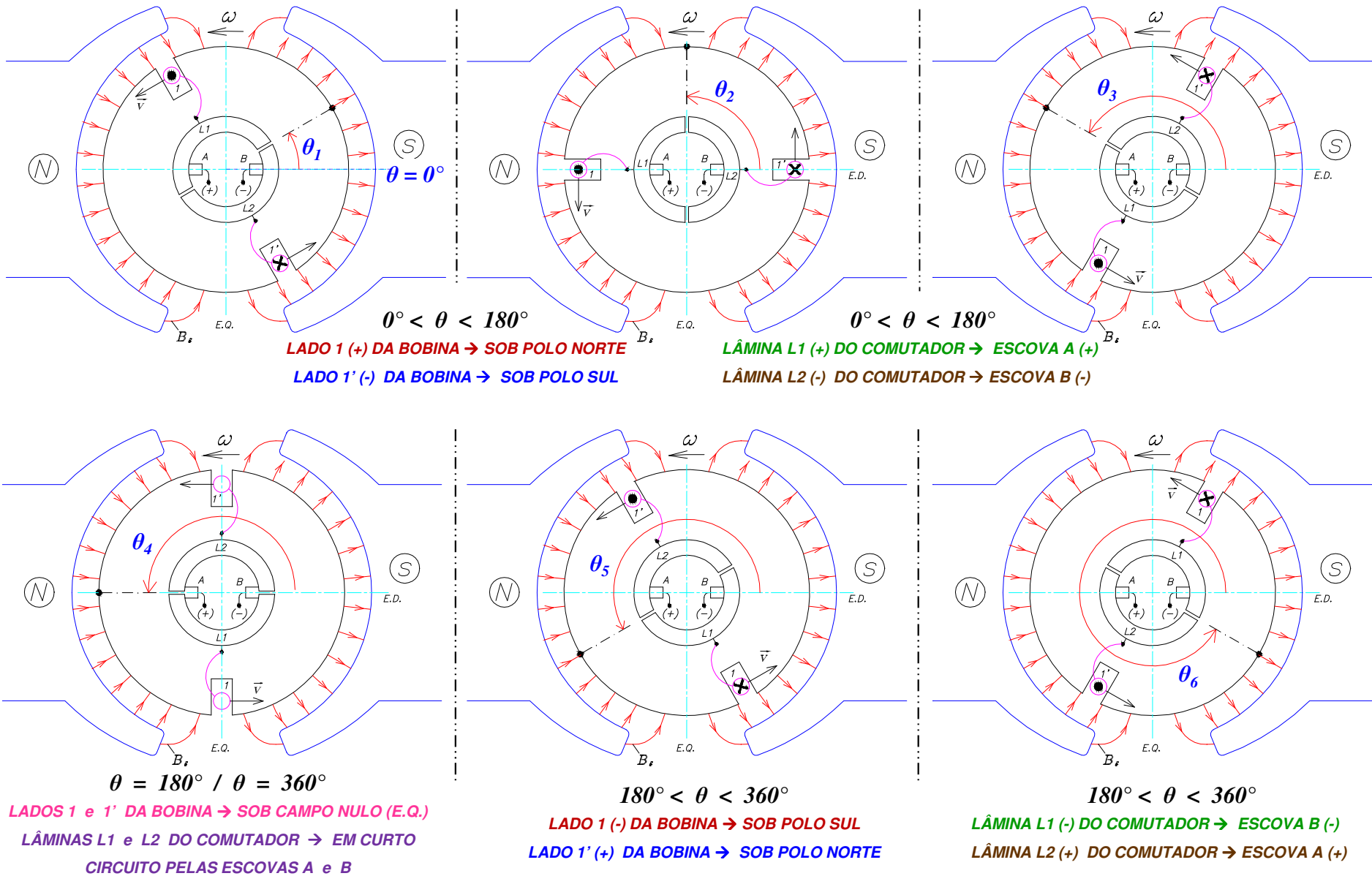
$E_b = N_b \cdot E_{esp}$: TENSÃO INDUZIDA EM 1 BOBINA

N_b : Nº DE ESPIRAS POR BOBINA DE ARMADURA

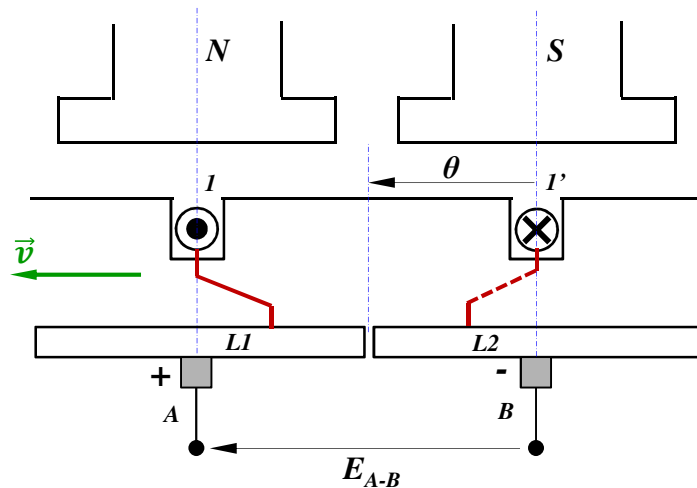
$E_b = N_b \cdot 2 \cdot B_g \cdot L \cdot v$

$v = \omega \cdot R \rightarrow E_b = 2 \cdot N_b \cdot B_g \cdot L \cdot \omega \cdot R$

TENSÕES INDUZIDAS NA ARMADURA ELEMENTAR DE MÁQUINA C.C.



COMPORTAMENTO DAS TENSÕES NA BOBINA E ENTRE ESCOVAS DA MÁQUINA C.C. ELEMENTAR



$$0^\circ < \theta < 180^\circ$$

LADO 1 DA BOBINA / LÂMINA L1 → POLARIDADE (+)

LADO 1' DA BOBINA / LÂMINA L2 → POLARIDADE (-)

LÂMINA L1: CONTATO COM ESCOVA A → POLARIDADE A (+)

LÂMINA L2: CONTATO COM ESCOVA B → POLARIDADE B (-)

$$180^\circ < \theta < 360^\circ$$

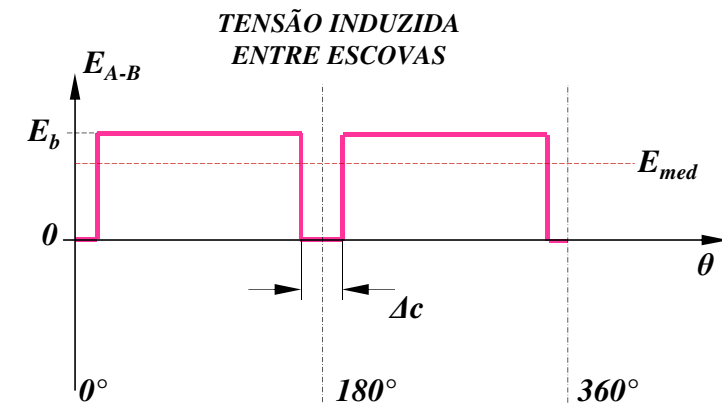
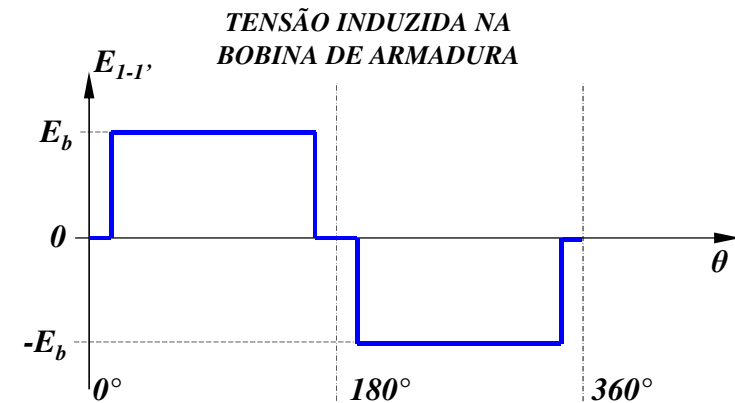
LADO 1 DA BOBINA / LÂMINA L1 → POLARIDADE (-)

LADO 1' DA BOBINA / LÂMINA L2 → POLARIDADE (+)

LÂMINA L1: CONTATO COM ESCOVA B → POLARIDADE B (-)

LÂMINA L2: CONTATO COM ESCOVA A → POLARIDADE A (+)

- TENSÃO NA BOBINA DE ARMADURA É ALTERNADA COM A ROTAÇÃO
- TENSÃO ENTRE ESCOVAS TEM POLARIDADE INVARIANTE COM A ROTAÇÃO
- NO INTERVALO DE COMUTAÇÃO A TENSÃO ENTRE ESCOVAS VAI A ZERO

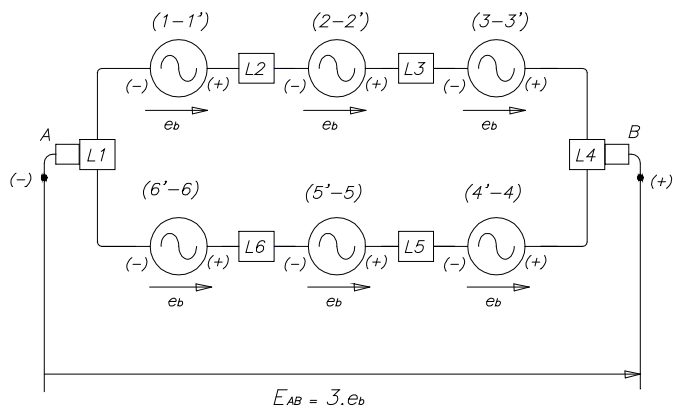
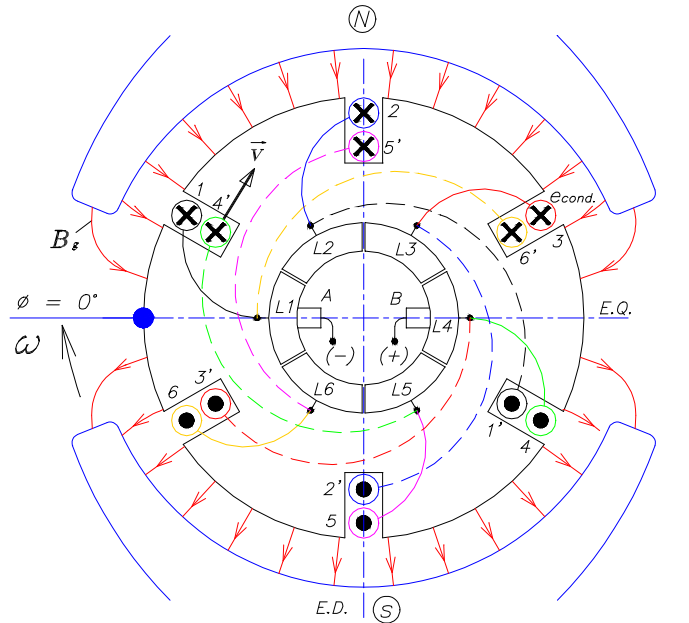


Δc : INTERVALO DE COMUTAÇÃO

TENSÃO ENTRE ESCOVAS É CONTÍNUA, COM VALOR MÉDIO NÃO NULO E POLARIDADE DETERMINADA PELO SENTIDO DE ROTAÇÃO

TENSÕES INDUZIDAS EM ARMADURA MÁQUINA C.C. DE 2 POLOS COM 6 BOBINAS E 6 LÂMINAS NO COMUTADOR

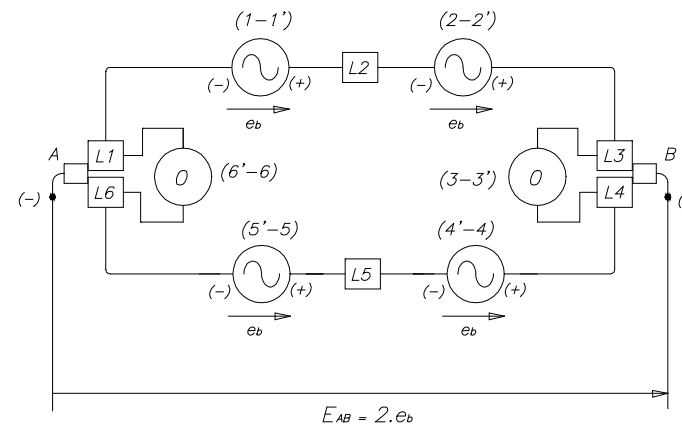
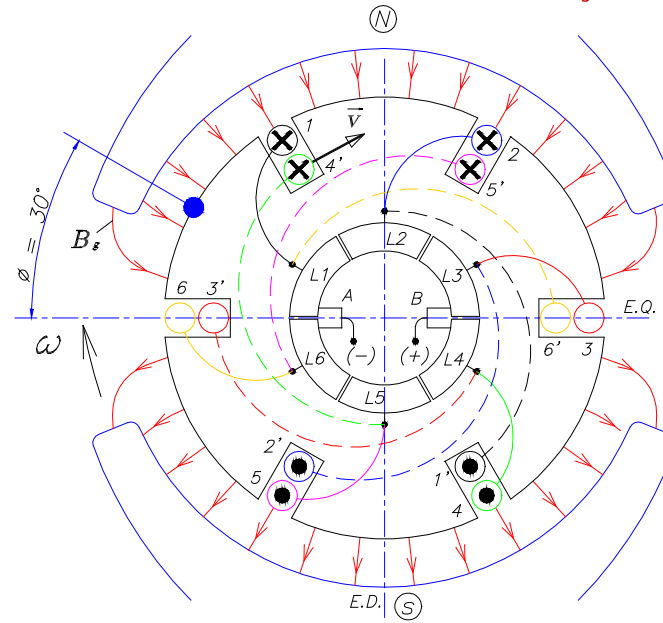
FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO



CIRCUITO ELÉTRICO E TENSÃO ENTRE ESCOVAS

Todas as bobinas ativas

DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO



CIRCUITO ELÉTRICO E TENSÃO ENTRE ESCOVAS

Duas bobinas em comutação

COM O MOVIMENTO DO ROTOR, CADA BOBINA SE TORNA UMA FONTE DE TENSÃO (EFEITO MOTOCIONAL)

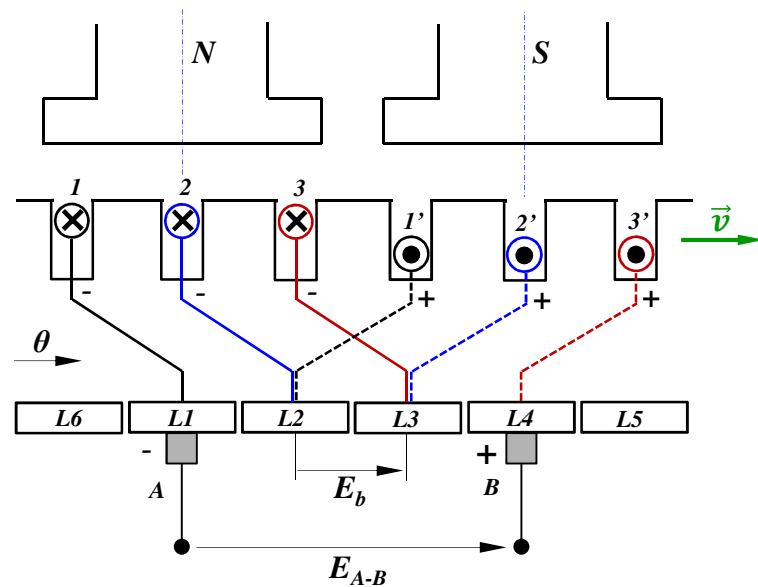
FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO → 3 BOBINAS EM SÉRIE POR DERIVAÇÃO → 3 FONTES EM SÉRIE ENTRE ESCOVAS

DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO → 2 BOBINAS EM SÉRIE POR DERIVAÇÃO → 2 FONTES EM SÉRIE ENTRE ESCOVAS

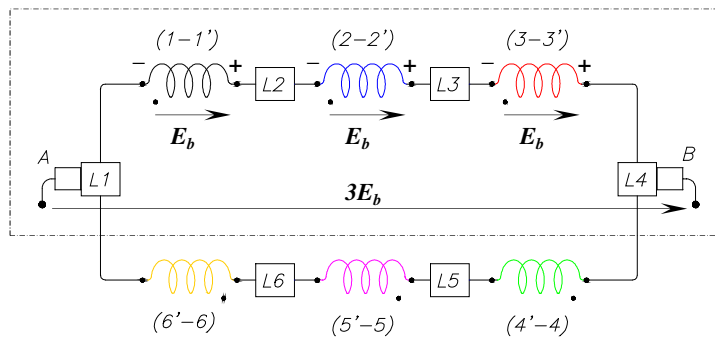
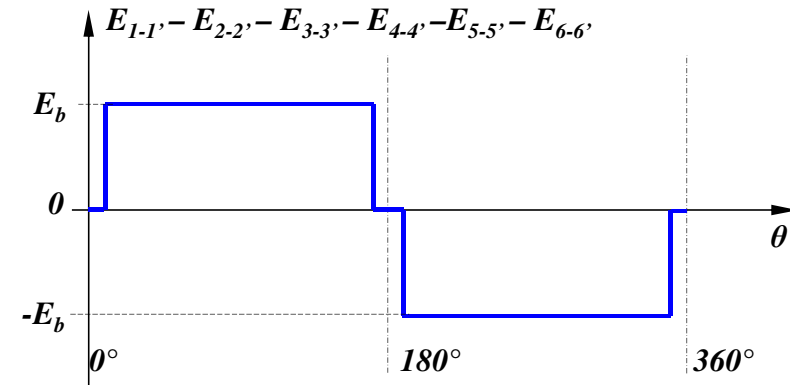
BOBINAS EM CURTO CIRCUITO PELAS ESCOVAS ESTÃO POSICIONADAS NO E.Q. → TENSÃO INDUZIDA NULA

DISTRIBUIÇÃO DAS FONTES É INVARIANTE A CADA 60° DE ROTAÇÃO DO ROTOR, COM PERTURBAÇÃO DURANTE A COMUTAÇÃO

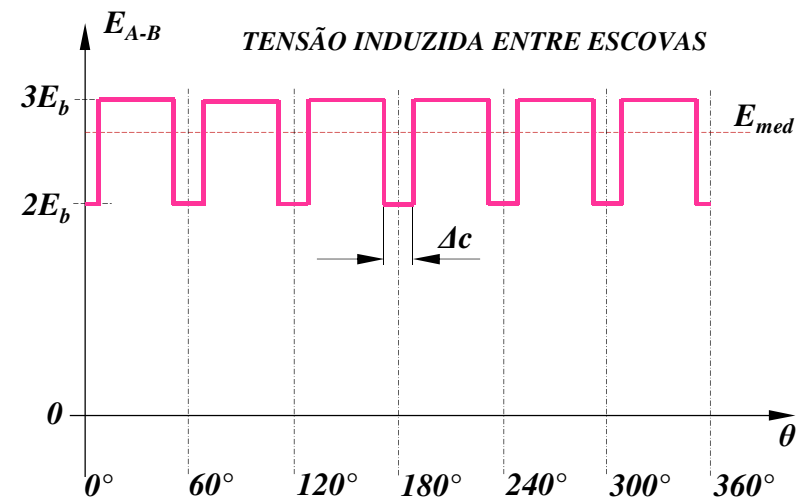
COMPORTAMENTO DAS TENSÕES NAS BOBINAS E ENTRE ESCOVAS DA MÁQUINA COM 6 BOBINAS NA ARMADURA



TENSÃO INDUZIDA EM CADA BOBINA DE ARMADURA



TENSÃO INDUZIDA ENTRE ESCOVAS



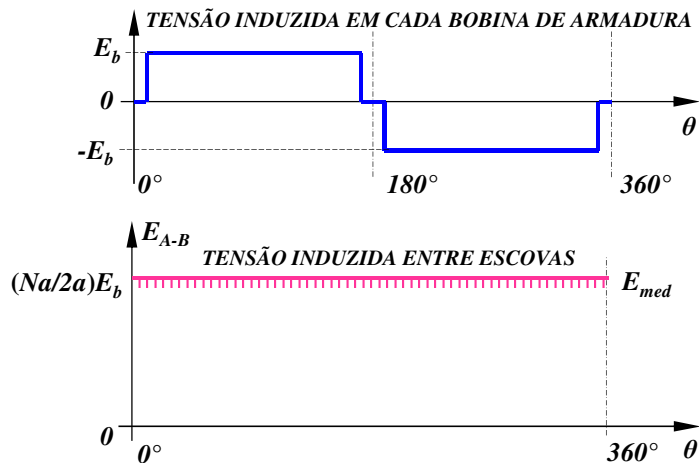
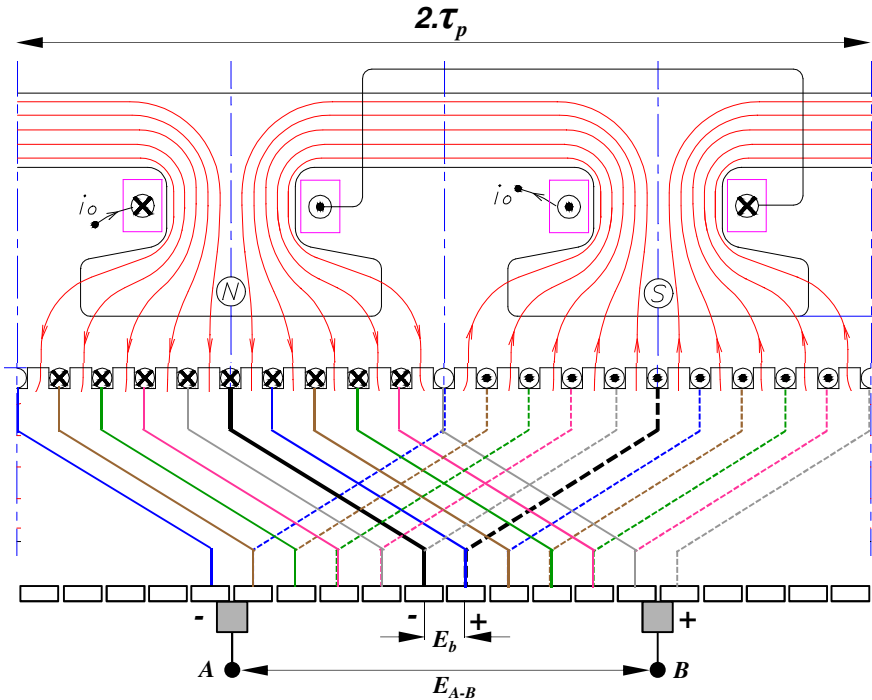
Δc : INTERVALO DE COMUTAÇÃO

- TENSÃO EM CADA BOBINA DE ARMADURA É ALTERNADA COM A ROTAÇÃO → MAGNITUDE = E_b
- TENSÃO ENTRE ESCOVAS TEM POLARIDADE INVARIANTE COM A ROTAÇÃO → MAGNITUDE = $3.E_b$
- NO INTERVALO DE COMUTAÇÃO A TENSÃO ENTRE ESCOVAS SE REDUZ → MAGNITUDE = $2.E_b$

TENSÃO ENTRE ESCOVAS É CONTÍNUA, COM VALOR MÉDIO NÃO NULO E POLARIDADE DETERMINADA PELO SENTIDO DE ROTAÇÃO

TENSÕES INDUZIDAS NA ARMADURA DA MÁQUINA C.C. – CASO GERAL

NÚMERO DE POLOS: $2p$; NÚMERO DE DERIVAÇÕES DO ENROLAMENTO: $2a$; NÚMERO DE BOBINAS TOTAIS DA ARMADURA: N_a



$$E_b = N_b \cdot 2 \cdot B_g \cdot L \cdot v \quad \text{: TENSÃO INDUZIDA EM 1 BOBINA}$$

$$N_b \quad \text{: N}^\circ \text{ DE ESPIRAS POR BOBINA DE ARMADURA}$$

$$N_a / 2a \quad \text{: BOBINAS EM SÉRIE POR DERIVAÇÃO}$$

$$E_{A-B} \quad \text{: TENSÃO INDUZIDA ENTRE ESCOVAS (F.E.M. DE ARMADURA)}$$

$$E_{A-B} = (N_a / 2a) \cdot E_b = (N_a / 2a) \cdot 2 \cdot N_b \cdot B_g \cdot L \cdot \omega \cdot R$$

$$E_{A-B} = \frac{N_a}{2a} \cdot 2 \cdot N_b \cdot B_g \cdot L \cdot \omega \cdot R \cdot \frac{(2 \cdot p \cdot \pi)}{(2 \cdot p \cdot \pi)}$$

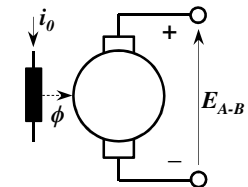
$$E_{A-B} = \frac{2 \cdot N_a \cdot N_b \cdot p}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L}{a \cdot 2 \cdot p} \cdot B_g \cdot \omega$$

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{2 \cdot p} = \tau_p \rightarrow \text{PASSO POLAR}$$

$$\tau_p \cdot L \cdot B_g = \phi \rightarrow \text{FLUXO POR POLO}$$

$$2 \cdot N_a \cdot N_b = Z_a \rightarrow \text{N}^\circ \text{ DE CONDUTORES TOTAIS DA ARMADURA}$$

$$E_{A-B} = \left(\frac{Z_a \cdot p}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{p}{a} \right) \cdot \phi \cdot \omega = k \cdot \phi \cdot \omega$$

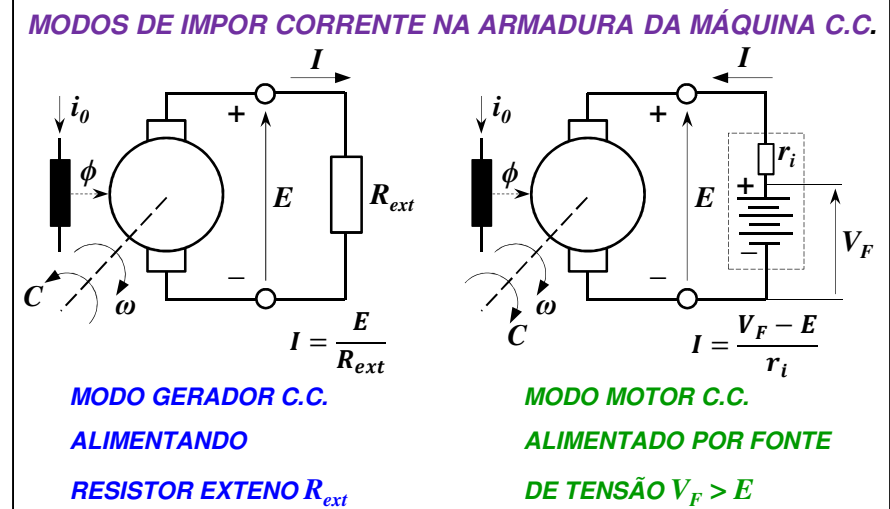
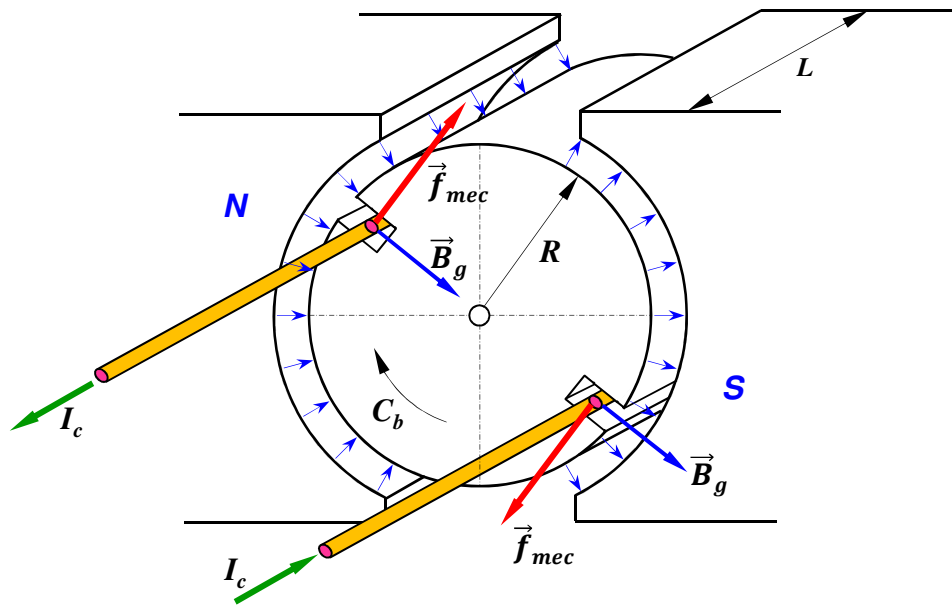


1ª EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA MÁQUINA C.C.

PRODUÇÃO DE CONJUGADO NO EIXO DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

CORRENTE DE EXCITAÇÃO APLICADA ÀS BOBINAS DE CAMPO → ESTABELECE O CAMPO MAGNÉTICO NO ENTREFERRO : B_g

ARMADURA PERCORRIDA POR CORRENTE I_a → INTERAÇÃO DA CORRENTE NO CONDUTOR COM O CAMPO PRODUZ CONJUGADO: C

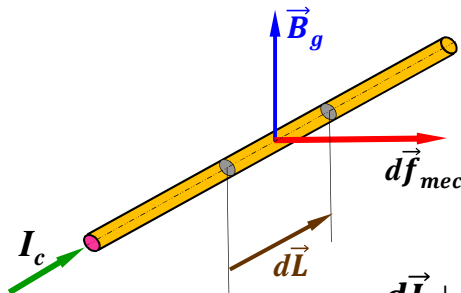


INTERAÇÃO CAMPO CORRENTE:

f_{mec} : FORÇA MECÂNICA DESENVOLVIDA SOBRE O CONDUTOR

$$d\vec{f}_{mec} = I_c (d\vec{L} \times \vec{B}_g)$$

$$d\vec{L} \perp \vec{B}_g \Rightarrow f_{mec} = \int_0^L df_{mec} = B_g \cdot L \cdot I_c$$



f_{mec} : FORÇA MECÂNICA EM CADA CONDUTOR

$C_{mec} = R \cdot f_{mec}$: CONJUGADO PRODUZIDO POR CONDUTOR

$C_b = 2 \cdot N_b \cdot C_{mec}$: CONJUGADO PRODUZIDO PELA BOBINA

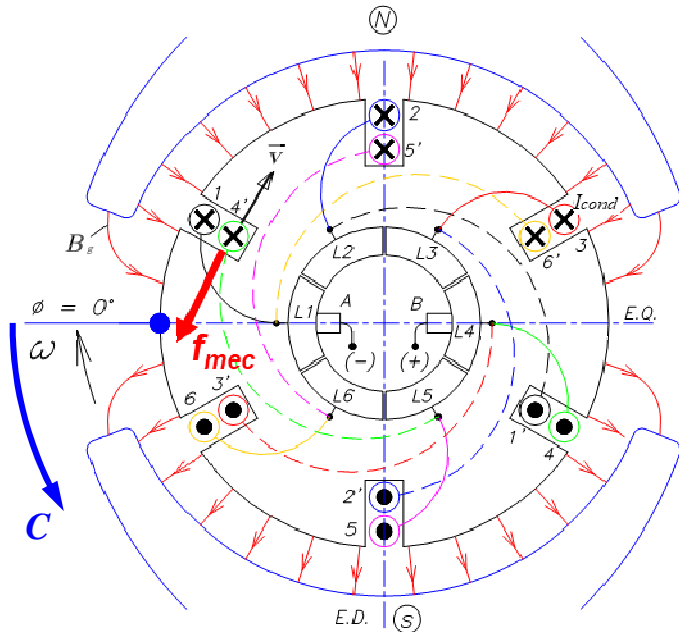
N_b : Nº DE ESPIRAS POR BOBINA DE ARMADURA

→ I_c : CORRENTE QUE PERCORRE CADA CONDUTOR

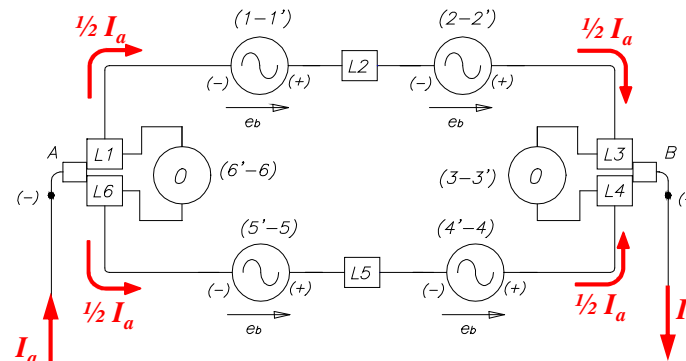
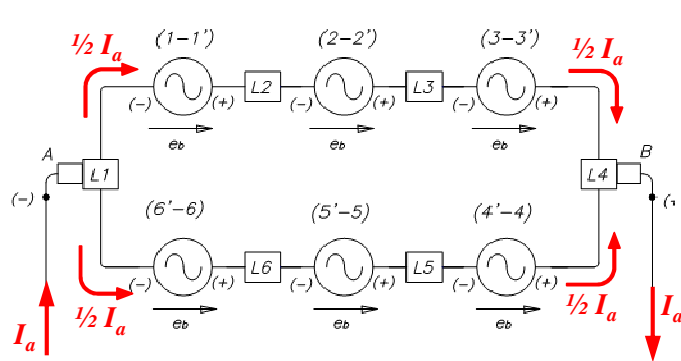
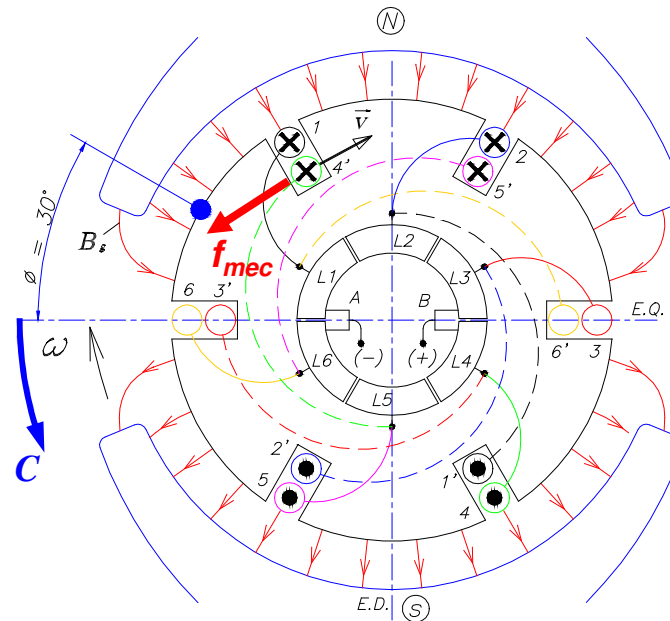
$$C_b = 2 \cdot N_b \cdot R \cdot B_g \cdot L \cdot I_c$$

CONJUGADO DESENVOLVIDO NA MÁQUINA C.C. DE 2 POLOS COM 6 BOBINAS E 6 LÂMINAS NO COMUTADOR

FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO



DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO



FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO → 3 BOBINAS ATIVAS POR DERIVAÇÃO
 → PERCORRIDAS PELA CORRENTE $I_a / 2$
 → 6 BOBINAS CONTRIBUEM PARA O CONJUGADO

DURANTE O INTERVALO DE COMUTAÇÃO → 2 BOBINAS ATIVAS POR DERIVAÇÃO
 → PERCORRIDAS PELA CORRENTE $I_a / 2$
 → 4 BOBINAS CONTRIBUEM PARA O CONJUGADO

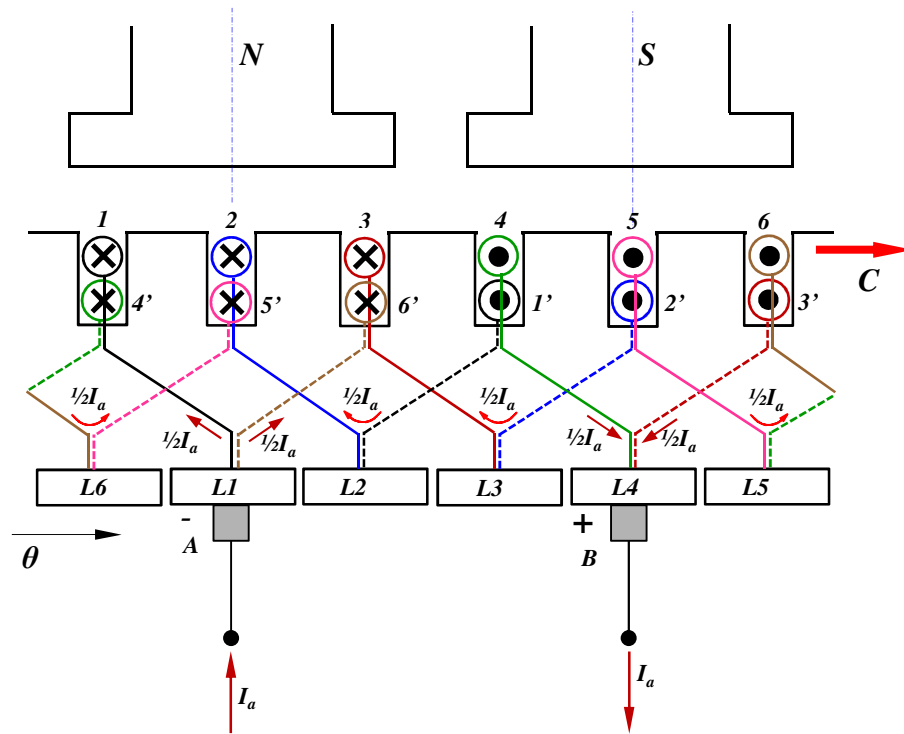
BOBINAS EM CURTO CIRCUITO PELAS ESCOVAS POSICIONADAS NO E.Q.
 → **NÃO CONTRIBUEM PARA O CONJUGADO**

DISTRIBUIÇÃO DAS CORRENTES É INVARIANTE A CADA 60° DE ROTAÇÃO DO ROTOR, COM PERTURBAÇÃO DURANTE A COMUTAÇÃO

CORRENTE NOS TERMINAIS (ESCOVAS) → SE DIVIDE IGUALMENTE EM CADA DERIVAÇÃO DO ENROLAMENTO

CORRENTES CIRCULANDO NO MESMO SENTIDO DAS F.E.M. INDUZIDAS → MODO GERADOR

COMPORTAMENTO DO CONJUGADO NA MÁQUINA C.C. DE 2 POLOS COM 6 BOBINAS E 6 LÂMINAS NO COMUTADOR



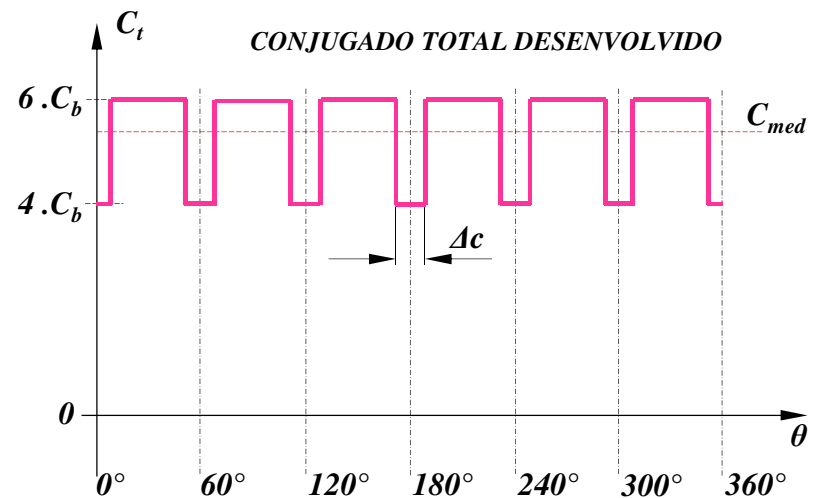
→ CONTRIBUIÇÃO DE CONJUGADO DE CADA BOBINA DE ARMADURA TEM MAGNITUDE = C_b

→ CONJUGADO TOTAL É OBTIDO PELA CONTRIBUIÇÃO DAS 6 BOBINAS ATIVAS FORA DO INTERVALO DE COMUTAÇÃO:

→ MAGNITUDE = $6.C_b$

→ NO INTERVALO DE COMUTAÇÃO PERDE-SE A CONTRIBUIÇÃO DE 2 BOBINAS PARA O CONJUGADO TOTAL:

→ MAGNITUDE = $4.C_b$

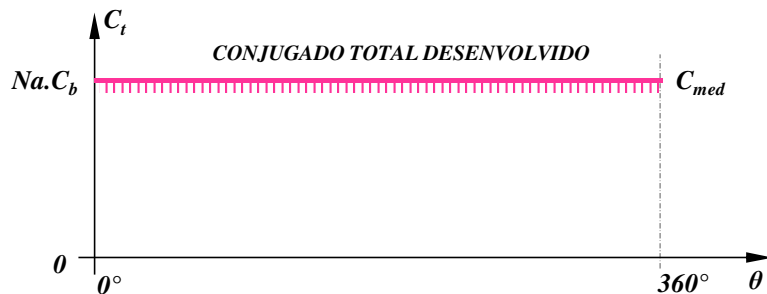
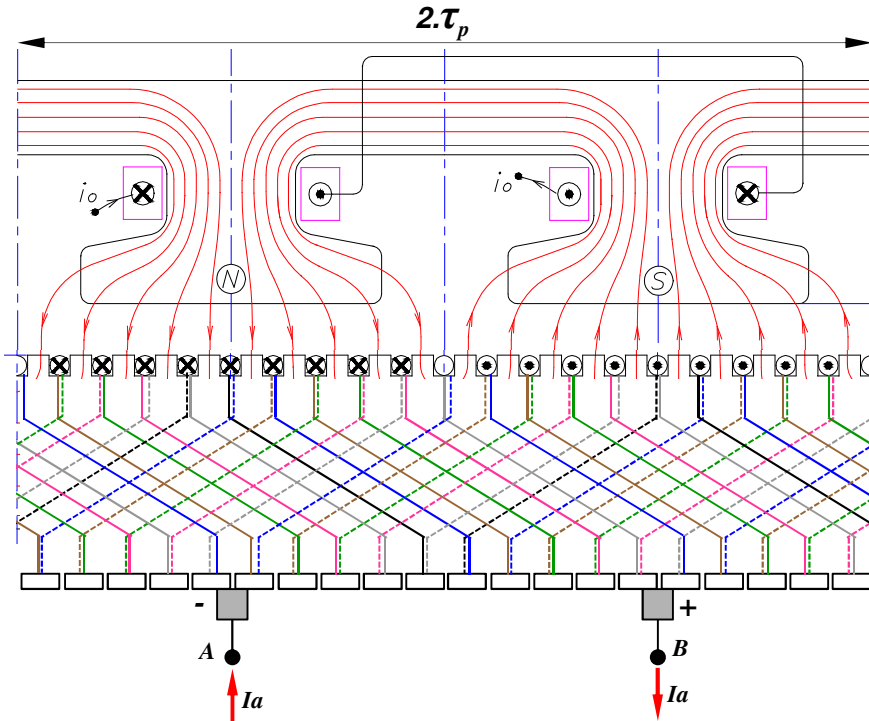


Δc : INTERVALO DE COMUTAÇÃO

CONJUGADO DESENVOLVIDO É CONSTANTE, COM VALOR MÉDIO NÃO NULO E ORIENTAÇÃO DETERMINADA PELO SENTIDO DA CORRENTE QUE CIRCULA PELA ARMADURA

CONJUGADO DESENVOLVIDO NA ARMADURA DA MÁQUINA C.C. – CASO GERAL

NÚMERO DE POLOS: $2p$; NÚMERO DE DERIVAÇÕES DO ENROLAMENTO: $2a$; NÚMERO DE BOBINAS TOTAIS DA ARMADURA: Na



$C_b = 2.N_b.R.B_g.L.I_c$: CONJUGADO PRODUZIDO POR 1 BOBINA

N_b : Nº DE ESPIRAS POR BOBINA DE ARMADURA

$I_a / 2a$: CORRENTE POR DERIVAÇÃO DA ARMADURA

C_t : CONJUGADO TOTAL DESENVOLVIDO PELA ARMADURA

$$C_t = Na.C_b = 2.Na.N_b.R.B_g.L.(I_a / 2a)$$

$$C_t = \frac{2.Na.N_b}{2a}.B_g.R.L.I_a.\frac{(2.p.\pi)}{(2.p.\pi)}$$

$$C_t = \frac{2.Na.N_b}{2.\pi}.\frac{p}{a}.\frac{2.\pi.R.L}{2.p}.B_g.I_a$$

$$\frac{2.\pi.R}{2.p} = \tau_p \rightarrow \text{PASSO POLAR}$$

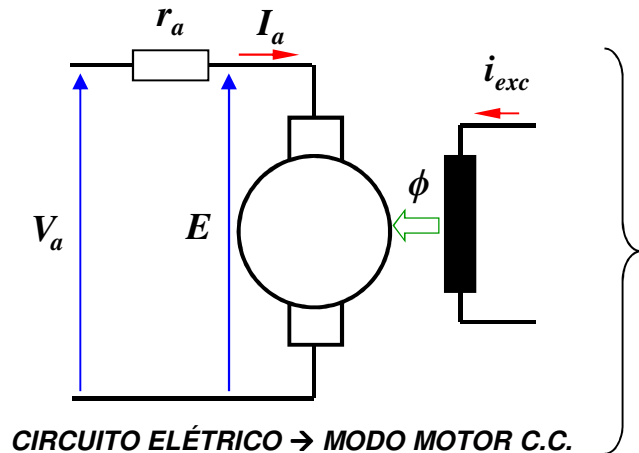
$$\tau_p.L.B_g = \phi \rightarrow \text{FLUXO POR POLO}$$

$$2.Na.N_b = Za \rightarrow \text{Nº DE CONDUTORES TOTAIS DA ARMADURA}$$

$$C_t = \left(\frac{Za}{2.\pi}.\frac{p}{a}\right).\phi.I_a = k.\phi.I_a$$

2ª EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA MÁQUINA C.C.

MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA: EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS



EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DA MÁQUINA C.C.

→ F.E.M. INDUZIDA NA ARMADURA : $E = k \cdot \phi \cdot \omega$

→ CONJUGADO DESENVOLVIDO : $C = k \cdot \phi \cdot I_a$

→ EQUAÇÃO DO CIRCUITO ELÉTRICO : $V_a = E + r_a \cdot I_a$

r_a : RESISTÊNCIA TOTAL DO CIRCUITO DE ARMADURA

$\phi = f(i_{exc})$: FLUXO IMPOSTO PELA EXCITAÇÃO

$$k = \frac{Z_a \cdot p}{2\pi \cdot a} \left\{ \begin{array}{l} Z_a: \text{CONDUTORES TOTAIS DA ARMADURA} \\ p: \text{NÚMERO DE PARES DE PÓLOS} \\ a: \text{NÚMERO DE PARES DE DERIVAÇÕES} \end{array} \right.$$

CARACTERÍSTICA EXTERNA → $\omega = f(C)$

→ CURVAS DISTINTAS DEPENDENDO DO TIPO DE CONEXÃO DE CAMPO ADOTADA:

→ LIGAÇÃO DE CAMPO INDEPENDENTE

→ LIGAÇÃO DE CAMPO SÉRIE

→ LIGAÇÃO DE CAMPO COMPOSTA (“COMPOUND”)