

LISTA VI DE EXERCÍCIOS

Otimização (Maximização e Minimização) com e sem restrição

1) Ache os pontos críticos de f nos seguintes casos:

- $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 4y$
- $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 8y - xy$
- $f(x, y) = 6x + 4y - 7$
- $f(x, y) = x^3 - y^3$
- $f(x, y) = 3 + 4xy$
- $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 3x - 4y$

2) Considere a seguinte função:

$$f(x, y) = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}y^4 + x + y$$

Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função, classifique-o(s) e determine se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa:

“A função f apresenta um ponto de mínimo”

3) Considere a seguinte função:

$$f(x, y) = \frac{1}{5}x^5 - x + \frac{1}{5}y^5 - 16y$$

Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função, classifique-o(s) e determine se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa:

“A função f apresenta um ponto de mínimo, dois pontos de sela e um ponto de máximo”

4) Ache os pontos críticos de cada função abaixo e classifique-os:

- $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2x - 2y$
- $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 - 3y^2 + 3x + 5y + 40$
- $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 - y^2 - 3y$
- $f(x, y) = x^3 + 2y^2 - 3x - 4y$
- $f(x, y) = -x^2 - 4xy - 4$
- $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x$

5) O lucro que uma empresa obtém, vendendo dois produtos A e B, é dado por

$$f(x, y) = 600 - 2x^2 - 4y^2 - 3xy + 18x + 18y$$

Em que x e y são as quantidades vendidas de A e B, respectivamente. Obtenha os valores de x e y que maximizam o lucro.

6) Uma empresa produz dois produtos cujas quantidades são indicadas por x e y . Tais produtos são oferecidos ao mercado consumidor aos preços unitários p_1 e p_2 , respectivamente, que dependem de x e y conforme as equações:

$$p_1 = 120 - 2x$$

$$p_2 = 200 - y$$

O custo total da empresa para produzir e vender as quantidades x e y dos produtos é dada pela função custo total:

$$C(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2xy$$

Admitindo que toda a produção da empresa seja vendida, determine a produção que maximiza o lucro.

7) Em relação ao exercício anterior, qual o lucro máximo?

8) Uma indústria produz dois produtos denotados por A e B. O lucro da indústria pela venda de x unidades do produto A e y unidades do produto B é dado por:

$$LT(x, y) = 60x + 100y - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}y^2 - xy$$

Supondo que toda a produção seja vendida, determine a produção que maximiza o lucro. Determine também esse lucro.

- 9) A C&G Imports importa duas marcas de vinho branco, uma da Alemanha e a outra da Itália. O vinho alemão custa \$4 a garrafa e o vinho italiano custa \$3 a garrafa, então

$$Q_a = 2000 - 150P_a + 100P_i$$

garrafas do vinho alemão e

$$Q_i = 1000 + 80P_a - 120P_i$$

garrafas do vinho italiano serão vendidas semanalmente. Determine o preço unitário para cada marca que permitirá à C&G realizar o maior lucro semanal possível.

- 10) Ache o ponto extremante (máx ou mín) de cada função a seguir, usando o método dos multiplicadores de Lagrange:

- a. $f(x, y) = x^2 + y^2$, restrição: $x + 2y = 6$
- b. $f(x, y) = x^2 + y^2$, restrição: $x + 3y = 12$
- c. $f(x, y) = x^2 + 2y^2$, restrição: $x - y = 1$
- d. $f(x, y) = x^2 - y$, restrição: $x - y = 0$

- 11) Seja $Q(x, y) = 2x^{0.5}y^{0.5}$ uma função de produção com dois insumos de quantidades x e y . Se os custos unitários dos insumos forem \$1 e \$2, respectivamente, qual a combinação de insumos que maximiza a produção se a firma arcar com um custo de \$15?

- 12) Seja $Q(x, y) = 2x^{0.5}y^{0.5}$ uma função de produção com dois insumos de quantidades x e y . Se os custos unitários dos insumos forem \$1 e \$4, respectivamente, quais as quantidades dos insumos que minimizam o custo, sabendo-se que a firma deseja operar no nível de produção $Q(x, y) = 50$? Nesse caso, qual é o custo mínimo?

- 13) Considere a produção de uma determinada firma dada por $Q(x, y) = xy$. Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, encontre a combinação de insumos x e y que propicie a máxima produção, supondo que o custo correspondente a tais quantidades de insumos $C(x, y) = 2x + y + 10$ é fixado no valor de 200 unidades. Nesse caso, qual é a produção máxima?

- 14) Considerando $Q(x, y) = 36x^2y$ e $C(x, y) = 6x + 8y + 10$ como funções de produção e de custo de uma determinada firma, encontre a combinação de insumos x e y que propicie a produção máxima

para um custo fixo de 70 unidades. Qual é a produção máxima?