LISTA DE EXERCÍCIOS 5
Diferencial Total

1) Verifique se as funções a seguir são contínuas em x=1:

a. $F(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ X^2 - 3, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

A função não é contínua no ponto x= 1.

b. $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2, & \text{se } x < 1 \\ 2\sqrt{x}, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

A função é continua em x=1.

2) Calcule o diferencial total da função. Mostre que é possível utilizar a derivada total.
$z = x^2 + 3y$
$dz = 2x\Delta x + 3\Delta y$

3) Calcule a derivada total de $f(x,y) = 2x^2y^3$. Mostre que é possível utilizar a derivada total.
$\Delta z = 4xy^3\Delta x + 6x^2y^2\Delta y$

4) Calcule a derivada total de $z = \frac{x^2}{y}$. Mostre que é possível utilizar a derivada total.
$dz = \frac{2x}{y}\Delta x - \frac{x^2}{y^2}\Delta y$

5) Determine o diferencial de $f(x) = \sqrt{x^2 + y^2}$ no ponto (4,3) e x aumenta 0,1 e y diminui 0,1. Mostre que é possível utilizar a derivada total.
$df\,(4,3) = \frac{0,2}{10}$

6) Encontre a derivada total de $f(x,y) = x\sqrt{2x^2 + 3y^2}$ no ponto (-2 ; ½). Mostre que é possível utilizar a derivada total.
$dz = \frac{17}{3}\,\Delta x - \frac{4}{3}\Delta x$
Supondo que $\Delta x = 0{,}1$ e $\Delta x = 0{,}1$:
$dz = \frac{1,3}{3}$

7) Encontre a derivada total da equação z=xy no ponto (2,3) se x varia 0,1 e y varia 0,2. Mostre que é possível utilizar a derivada total.
R= 0,7

8) Calcule a derivada total de $f(x,y) = 2x^2 - 3xy$ quando (x, y) variam de (1,2) a (1,01; 2,02).
R = -0,08

9) Calcule a derivada total de $f(x,y) = x^2 - y^2$ quando x e y variam de (2,1) para (2,1; 1,01).
R = 0,038

10) Calcule um valor aproximado para a variação da área de um triângulo retângulo quando seus catetos passam de 4cm para 4,1cm e 3 para 2,8cm R= -0,25 cm^2

11) Se Se $z = f(x, y) = x^2 + 3xy - y^2$,

a. Determine a diferencial dz. (Mostre que é possível utilizar a derivada total)
$R = dz = (2x + 3y)\,\Delta x + (3x - 2y)\,\Delta y$

b. Se x varia de 2 a 2,05 e y varia de 3 a 2,96, calcular a variação aproximada e a variação exata em z.
dz = 0,65 variação aproximada
Δz = 0,6449 variação exata

12) Considere a função custo de produção de dois bens de quantidades x e y:
$C(x, y) = 15 + 2x^2 + 5y^2 + xy$

a. Mostre que é possível utilizar a derivada total.

b. Qual será a variação no custo se a quantidade produzida de x aumentar em 1 unidade e a quantidade produzida de y aumentar em 2 unidades? Suponha que hoje as quantidades produzidas de x e y são 10 e 30 respectivamente. R=690 reais

c. Calcule a diferencial para um ponto genérico (x, y), para $\Delta x = 1$ e $\Delta y = 5$.
R= (4x+y)1 + (10y+x) 5

13) Em um determinado país, o Produto Interno Bruto (PIB) de equilíbrio é dado por $Y = 960 - 3T + 4G$, em que Y é o PIB, T é a tributação

cobrada pelo governo e G representa os gastos governamentais.

a. Se a tributação apresentar um acréscimo ΔT e os gastos governamentais sofrerem um acréscimo ΔG, qual a variação ΔY sofrida pelo PIB?

   R = . $\Delta Y = -3\Delta T + 4\Delta G$

b. Se $\Delta T = 20$ e $\Delta G = 20$, calcule ΔY.

   R= $\Delta Y = 20$

14) Considere a função da produção de uma fábrica:

$$Q(x, y) = 0{,}08x^2 + 0{,}12xy + 0{,}03y^2$$

a. Mostre que é possível utilizar a derivada total

b. Qual será a variação na produção total da fábrica se a quantidade de mão de obra qualificada (x) aumentar em 20 trabalhadores e a quantidade de mão de obra não qualificada (y) diminuir em 5 trabalhadores? Considere que atualmente a quantidade de mão de obra qualificada é de 100 indivíduos e não qualificada de 150 indivíduos.

   R= a produção irá aumentar em 575 unidades

15) Considere a função custo a seguir:

C(x,y)=$32\sqrt{xy} + 175x + 205y + 1050$.

a. Mostre que é possível utilizar a derivada total.

b. Qual será a variação no custo caso a quantidade utilizada do insumo x aumente em 30 unidades e a quantidade utilizada do insumo y diminuir em 40 unidades, levando em conta que atualmente são utilizadas 625 unidades de x e 900 unidades de y. R = - 2907.3

16) A função produção de uma fábrica é dada por Q(L,K) = $L^{1/2}$ $K^{1/3}$ com L= trabalhadores e K = capital imobilizado. A fábrica irá aumentar seu capital em R$ 1000 e em 50 o número de trabalhadores, e atualmente ela tem R$ 729 investidos em capital e 900 trabalhadores. Qual será a variação na produção dessa fábrica após esses acréscimos?

R= 130,95

17) A função custo total de uma empresa é dada por C(x,y) = $45x^2y^3$ + 90x +305y +2300. Suponha que a quantidade do insumo x aumente em 0,2 unidades, do insumo y aumente em 0,1 unidades e que atualmente são utilizadas 2 unidades de x e 3 unidades de y. Qual será a variação do custo total da empresa dadas as variações em x e y?

R= 588,5