

**LISTA DE EXERCÍCIOS 5**  
**Diferencial Total**

- 1) Verifique se as funções a seguir são contínuas em  $x=1$ :

a.  $F(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 - 3, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

b.  $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2, & \text{se } x < 1 \\ 2\sqrt{x}, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

- 2) Calcule o diferencial total da função. Mostre que é possível utilizar a derivada total.

$$z = x^2 + 3y$$

- 3) Calcule a derivada total de  $f(x,y) = 2x^2y^3$ . Mostre que é possível utilizar a derivada total.

- 4) Calcule a derivada total de  $z = \frac{x^2}{y}$ . Mostre que é possível utilizar a derivada total.

- 5) Determine o diferencial de  $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$  no ponto (4,3) e  $x$  aumenta 0,1 e  $y$  diminui 0,1. Mostre que é possível utilizar a derivada total.

- 6) Encontre a derivada total de  $f(x,y) = x\sqrt{2x^2 + 3y^2}$  no ponto  $(-2; \frac{1}{2})$ . Mostre que é possível utilizar a derivada total.

- 7) Encontre a derivada total da equação  $z=xy$  no ponto (2,3) se  $x$  varia 0,1 e  $y$  varia 0,2. Mostre que é possível utilizar a derivada total.

- 8) Calcule a derivada total de  $f(x,y) = 2x^2 - 3xy$  quando  $(x, y)$  variam de (1,2) a (1,01; 2,02).

- 9) Calcule a derivada total de  $f(x,y) = x^2 - y^2$  quando  $x$  e  $y$  variam de (2,1) para (2,1; 1,01).

- 10) Calcule um valor aproximado para a variação da área de um triângulo retângulo quando seus catetos passam de 4cm para 4,1cm e 3 para 2,8cm

- 11) Se  $z = f(x, y) = x^2 + 3xy - y^2$ ,

- a. Determine a diferencial  $dz$ . (Mostre que é possível utilizar a derivada total)  
b. Se  $x$  varia de 2 a 2,05 e  $y$  varia de 3 a 2,96, calcular a variação aproximada e a variação exata em  $z$ .

- 12) Considere a função custo de produção de dois bens de quantidades  $x$  e  $y$ :

$$C(x, y) = 15 + 2x^2 + 5y^2 + xy$$

- a. Mostre que é possível utilizar a derivada total.  
b. Qual será a variação no custo se a quantidade produzida de  $x$  aumentar em 1 unidade e a quantidade produzida de  $y$  aumentar em 2 unidades? Suponha que hoje as quantidades produzidas de  $x$  e  $y$  são 10 e 30 respectivamente.  
c. Calcule a diferencial para um ponto genérico  $(x, y)$ , para  $\Delta x = 1$  e  $\Delta y = 5$ .

- 13) Em um determinado país, o Produto Interno Bruto (PIB) de equilíbrio é dado por  $Y = 960 - 3T + 4G$ , em que  $Y$  é o PIB,  $T$  é a tributação cobrada pelo governo e  $G$  representa os gastos governamentais.

- a. Se a tributação apresentar um acréscimo  $\Delta T$  e os gastos governamentais sofrerem um acréscimo  $\Delta G$ , qual a variação  $\Delta Y$  sofrida pelo PIB?  
b. Se  $\Delta T = 20$  e  $\Delta G = 20$ , calcule  $\Delta Y$ .

- 14) Considere a função da produção de uma fábrica:

$$Q(x, y) = 0,08x^2 + 0,12xy + 0,03y^2$$

- a. Mostre que é possível utilizar a derivada total  
b. Qual será a variação na produção total da fábrica se a quantidade de

mão de obra qualificada (x) aumentar em 20 trabalhadores e a quantidade de mão de obra não qualificada (y) diminuir em 5 trabalhadores? Considere que atualmente a quantidade de mão de obra qualificada é de 100 indivíduos e não qualificada de 150 indivíduos.

15) Considere a função custo a seguir:

$$C(x,y)=32\sqrt{xy} + 175x + 205y + 1050.$$

- Mostre que é possível utilizar a derivada total.
- Qual será a variação no custo caso a quantidade utilizada do insumo x aumente em 30 unidades e a quantidade utilizada do insumo y diminuir em 40 unidades, levando em conta que atualmente são utilizadas 625 unidades de x e 900 unidades de y.

16) A função produção de uma fábrica é dada por  $Q(L,K) = L^{1/2} K^{1/3}$  com L= trabalhadores e K = capital. A fábrica irá aumentar seu capital em R\$ 1000 e o número de trabalhadores em 50 indivíduos. Considere que atualmente a fábrica tem R\$ 729 investidos em capital e 900 trabalhadores. Qual será a variação na produção dessa fábrica após esses acréscimos?

17) A função custo total de uma empresa é dada por  $C(x,y) = 45x^2y^3 + 90x + 305y + 2300$ . Suponha que a quantidade do insumo x aumente em 0,2 unidades, do insumo y aumente em 0,1 unidades e que atualmente são utilizadas 2 unidades de x e 3 unidades de y. Qual será a variação do custo total da empresa dadas as variações em x e y?