



LISTA 4 DE EXERCÍCIOS

Elasticidade Preço Cruzada e Derivadas Parciais de 2ª ordem

- 1) Em Economia, dois produtos são substitutos se a demanda Q_1 do primeiro cresce quando o preço p_2 do segundo cresce, e se a demanda Q_2 do segundo cresce quando o preço p_1 do primeiro cresce.

- a. Se dois produtos são substitutos, que ocorre às derivadas parciais $\frac{\partial Q_1}{\partial p_2}$ e $\frac{\partial Q_2}{\partial p_1}$?
- b. Suponha que as funções demanda de dois produtos sejam

$$Q_1 = 3.000 + \frac{400}{p_1 + 3} + 50p_2$$

$$Q_2 = 2.000 - 100p_1 + \frac{500}{p_2 + 4}$$

Esses dois produtos são substitutos?

- 2) Dois produtos são complementares se a demanda Q_1 do primeiro decresce quando o preço p_2 do segundo cresce, e se a demanda Q_2 do segundo decresce, quando o preço p_1 do primeiro cresce.

- a. Se dois produtos são complementares o que ocorre às derivadas parciais $\frac{\partial Q_1}{\partial p_2}$ e $\frac{\partial Q_2}{\partial p_1}$?
- b. Suponha que as funções demanda de dois produtos sejam

$$Q_1 = 2.000 + \frac{400}{p_1 + 3} - 50p_2$$

$$Q_2 = 2.000 - 100p_1 + \frac{500}{p_2 + 4}$$

Esses dois produtos são complementares?

- 3) Seja p_1 o preço médio de videocassetes, p_2 o preço médio de fitas para vídeo, $f(p_1, p_2)$ a demanda para videocassetes e $g(p_1, p_2)$, a demanda para fitas de vídeo. Explique por que $\frac{\partial f}{\partial p_2} < 0$ e $\frac{\partial g}{\partial p_1} < 0$

- 4) Seja $q = 70 - 3x - 4y$ a equação de demanda de um produto A, x seu preço unitário e y o preço unitário de um bem B.

Calcule a elasticidade cruzada da demanda do produto A em relação ao preço de B.

- 5) Seja $q = 1000 - 2x^2 + 10y$ a equação da demanda semanal de manteiga num supermercado (em Kg), x seu preço por Kg e y o preço por Kg da margarina. Considere: $x = 20$ e $y = 10$.

Calcule a elasticidade cruzada da demanda da manteiga em relação ao preço da margarina e interprete o resultado.

- 6) Seja $q = 100 - 6x + 2y$ a equação da demanda de um produto I, x seu preço unitário e y o preço unitário de um produto II.

- a. Calcule as demandas marginais parciais $\frac{\partial q}{\partial x}$ e $\frac{\partial q}{\partial y}$, explicando seu significado.

- b. O que aumenta mais a demanda de I: diminuir em uma unidade seu preço unitário (mantendo o preço do produto II) ou aumentar em uma unidade o preço do produto II (mantendo o preço do produto I)?

- 7) Suponhamos que a quantidade de batata demandada por semana (em Kg) num supermercado seja função do seu preço unitário x

(por Kg) e do preço unitário do arroz y (por Kg), segundo a relação $q = 1.000 - 2x^2 + 15y$

a. Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(30,40)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(30,40)$

- b. O que aumenta mais a demanda de batata: diminuir em uma unidade seu preço unitário (mantendo o preço do arroz) ou aumentar em uma unidade o preço do arroz (mantendo o preço da batata)?

- 8) Recentemente, devido aos preços altos e baixa qualidade dos produtos da lanchonete da EACH, os alunos estão organizando feirinhas com alimentos. Dois alunos, Matheus e Michelle, vendem torta de frango com catupiry. p_1 é o preço das tortas do Matheus e p_2 é o preço das tortas da Michelle. A demanda diária D_1 pelas tortas do Matheus é expressa pela fórmula:

$$D_1 = 25 - 5p_1 + 6p_2$$

E a demanda diária D_2 pelas tortas da Michelle é expressa pela fórmula:

$$D_2 = 16 + 5p_1 - 4p_2$$

- a. Calcule $\frac{\partial D_1}{\partial p_2}$ e $\frac{\partial D_2}{\partial p_1}$ e interprete o resultado.
- b. O que aumenta mais a demanda pelas tortas do Matheus: diminuir em uma unidade o preço p_1 de suas tortas (mantendo o preço p_2 das tortas da Michelle) ou aumentar em uma unidade o preço p_2 das tortas da Michelle (mantendo o preço p_1 das tortas do Matheus)?
- c. Calcule a elasticidade cruzada da demanda das tortas do Matheus em relação ao preço das tortas da Michelle. Considere $p_1 = 3$ e $p_2 = 4$.

- 9) Perto da EACH há dois bares bastante frequentados pelos alunos: Panelas e Bar do Baixinho. A demanda diária D_1 pela garrafa de

Litrão no Pannels é expressa pela seguinte fórmula:

$$D_1 = 10 - \frac{80}{p_1 - 3} + 8p_2$$

E a demanda diária D_2 pela garrafa de Litrão no Bar do Baixinho é expressa pela seguinte fórmula:

$$D_2 = 10 + 6p_1 - \frac{40}{p_2 - 4}$$

Considere: p_1 : preço do Litrão no Pannels; p_2 : preço do Litrão no Bar do Baixinho.

- a. Calcule $\frac{\partial D_1}{\partial p_2}$ e $\frac{\partial D_2}{\partial p_1}$ e interprete o resultado.
- b. O que aumenta mais a demanda do Litrão vendido no Pannels: diminuir em uma unidade seu preço (mantendo o preço do Litrão no Bar do Baixinho) ou aumentar em uma unidade o preço do Litrão no Bar do Baixinho (mantendo o preço do Litrão no Pannels)? Considere $p_1 = 5$ e $p_2 = 6$.
- c. Calcule a elasticidade cruzada da demanda do Litrão no Pannels em relação ao preço do Litrão no Bar do Baixinho. Considere $p_1 = 5$ e $p_2 = 6$.

- 10) Uma lata de refrigerante é um cilindro de altura H e raio R ; o volume é dado por $V = \pi R^2 H$. Uma certa lata tem 12 cm de altura e 3 cm de raio. Use os métodos de cálculo para estimar a variação de volume se o raio for aumentado de 1 cm e altura mantida em 12 cm.

- 11) Calcule as derivadas parciais de segunda ordem da seguinte função:

$$f(x, y) = x^2 y^3 + x^4 + y$$

O que pode ser dito em relação às derivadas mistas f_{xy} e f_{yx} ?

- 12) Calcule as derivadas parciais de segunda ordem das funções:

- a. $f(x, y) = xy$
b. $f(x, y) = x^2 y + xy^3$
c. $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + x - 2y$

- d. $f(x, y) = x^3 + x^2y + x + 4$
- e. $f(x, y) = 6x^{0,5}y^{0,5}$
- f. $f(x, y) = \frac{x}{y}$
- g. $f(x, y) = \frac{x}{(x+y)}$

13) Determine as derivadas parciais de segunda ordem das seguintes funções com raiz:

- a. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
- b. $f(x, y) = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$
- c. $f(x, y) = \frac{x}{y} + \sqrt{x^2 + y^2}$

14) A produção mensal em uma certa fábrica é dada pela seguinte função de Cobb-Douglas:

$$Q(K, L) = 60K^{1/4}L^{3/4}$$

Onde K representa o capital imobilizado e L representa o volume de mão-de-obra utilizado.

- a. Determine o sinal da derivada parcial de segunda ordem $\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}$ e explique o significado em termos econômicos.
- b. Determine o sinal da derivada parcial de segunda ordem $\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2}$ e explique o significado em termos econômicos.