

GABARITO LISTA DE EXERCÍCIOS 3
Derivadas Parciais

1) Resolva as seguintes derivadas em relação a x e y quando possível.

a. $Y = f(x) = 3x^2 + 10$

$f_x = 6x$

$f_y = 0$

b. $Y = f(x) = 3xy^2 - 5x^2y^3$

$f_x = 3y^2 - 10xy^3$

$f_y = 6xy - 15x^2y^2$

c. $f(x, y) = -3x^3y^3 - xy^5 + 2x$

$f_x = -9x^2y^3 - y^5 + 2$

$f_y = -6x^3y^2 - 5xy^4$

d. $f(x, y) = x^2y + y^3 + 2x$

$f_x = 2xy + 2$

$f_y = x^2 + 3y^2$

e. $f(x, y) = x^4y + \frac{x^3}{3} + y^7$

$f_x = 4x^3y + x^2$

$f_y = x^4 + 7y^6$

2) Determine as derivadas parciais de : $z = f(x, y) = x^3 + 2y^3 + 3x^2y^2$

$f_x = 3x^2 + 6xy^2$

$f_y = 6y^2 + 6x^2y$

3) Determine as derivadas parciais da função:
 $f(x, y, w) = x^2y - 3xy^2 + 2yw$

$f_x = 2xy - 3y^2$

$f_y = x^2 - 6xy + 2w$

$f_w = 2y$

4) Determine as derivadas parciais de : $z = f(x, y) = x^3 + 2y^3 + 3x^2y^2$

$f_x = 3x^2 + 6xy^2$

$f_y = 6y^2 + 6x^2y$

5) Determine as derivadas parciais da função

$f(x, y) = \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y^2}$

$f_x = \frac{x^4 + 3x^2y^2 - 2xy^2}{(x^2 + y^2)^2}$

$f_y = \frac{2x^2y(1-x)}{(x^2 + y^2)^2}$

6) Uma chapa de metal plana jaz em um plano xy, de um modo que a temperatura T em (x, y) seja dada por $T = 10(x^2 + y^2)^2$, com T em graus e x e y em centímetros. Calcule a taxa de

variação de T em relação à distância em (1, 2) na direção do eixo x e do eixo y.

Na direção do eixo y = 200 graus/cm

Na direção do eixo x = 400 graus/cm

7) A superfície de um lago é representada em um plano xy, de modo que a profundidade correspondente ao ponto (x, y) é dada por $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$ em que x, y e f(x, y) estão em metros. Se um esquiador está na água no ponto (4, 9) responda. Se ele desloca na direção do eixo x o lago fica mais raso ou mais fundo? E na direção de y?

Direção de x = -16

Direção de y = -54

8) Um revendedor de bicicletas constatou que, se as bicicletas de 10 marchas forem vendidas por x reais a unidade e o preço da gasolina for y centavos o litro, o número de bicicletas vendidas por mês será dado por $F(x, y) = 200 - 24\sqrt{x} + 4(0,1y + 3)^{3/2}$. No momento, as bicicletas estão sendo vendidas por R\$ 324,00 e a gasolina custa R\$ 2,20 o litro. Use métodos de análise marginal para determinar a variação da demanda de bicicletas de 10 marchas se o preço da gasolina diminuir 1 centavo por litro e o preço das bicicletas não for alterado. **NÃO PRECISA FAZER**

9) A produção de uma fábrica é $Q(x, y) = 0,08x^2 + 0,12xy + 0,03y^2$ unidades por dia, onde x é o número de horas de mão-de-obra especializada e y é o número de horas de mão-de-obra não especializada. No momento, são usadas diariamente 80 horas de mão-de-obra especializada e 200 horas de mão-de-obra não especializada.

a. Use métodos de cálculo para estimar a variação da produção se forem usadas mais ½ hora de mão-de-obra especializada e a quantidade de mão

de obra não especializada for constante. $R = 18,4$

- b. Use métodos de cálculo para estimar a variação da produção se forem usadas mais 2 horas de mão-de-obra não especializada por dia e a quantidade de mão de obra especializada for mantida constante.
 $R=27,6$

- 10) Uma lata de refrigerante é um cilindro de altura H e raio R ; o volume é dado por $V = \pi R^2 H$. Uma certa lata tem 12 cm de altura e 3 cm de raio. Use os métodos de cálculo para estimar a variação de volume se o raio for aumentado de 1 cm e altura mantida em 12 cm.

O volume aumentará $72\pi \text{ cm}^3$.

- 11) Uma companhia fabrica dois tipos de fogão a lenha, um modelo independente e um modelo para encaixar na lareira. A função de custo para produzir x independentes e y para inserir em lareiras é: $C=32\sqrt{xy} + 175x + 205y + 1050$.

Calcule os custos marginais $\frac{\partial C}{\partial x}$ e $\frac{\partial C}{\partial y}$ quando $x = 80$ e $y=20$.

$$R = \frac{\partial C}{\partial x} = 183 \text{ e } \frac{\partial C}{\partial y} = 237$$

- 12) Sendo $P(L,K) = L^{1/2} K^{1/3}$ uma função de produção com L = trabalhadores e K = capital.

Calcule a produtividade marginal do capital e a produtividade marginal do trabalho em $P(100, 1000)$ e analise os resultados. Para aumentar a produção vale mais a pena aumentar a quantidade de capital empregado ou o número de trabalhadores?

produtividade marginal do capital = $1/2$

produtividade marginal do trabalho = $1/30$

Vale mais a pena aumentar a quantidade de capital pois a produtividade marginal do capital é maior que a do trabalho.

- 13) Considere a função da produção $P(L,K) = 10L^{1/4} K^{3/4}$. Sendo L = trabalhadores e K = capital. Determine a produtividade marginal do trabalho para $P(16,256)$. $R=20$

- 14) É estimado que semanalmente a produção de uma fábrica é dada por: $Q(x,y) = 1200x + 500y + x^2y - x^3 - y^2$ unidades, onde x é o número de mão de obra qualificada e y o número de mão de obra não qualificada. Atualmente a equipe é formada por 30 trabalhadores de mão de obra qualificada e 60 com mão de obra não qualificada. Use a análise marginal para estimar a mudança na produção da fábrica com a adição de um trabalhador com mão de obra qualificada. $R=2100$

- 15) Mensalmente a produção de uma certa fábrica é dada pela função de Cobb-Douglas: $Q(K,L) = 50K^{0,4}L^{0,6}$ onde K é capital e L é força de trabalho medida em trabalhadores/hora.

- a. Ache a produtividade marginal do capital Q_K e a produtividade marginal em relação aos trabalhadores quando o capital investido é $\$750$ e o nível de trabalhadores é 991 trabalhadores/hora. $R= Q_K(750,991) = 23,63$ e $Q_L = 26,83$

- b. O dono da fábrica deve considerar adicionar capital ou aumentar a quantidade de trabalhadores para aumentar a produção? Ele deverá aumentar a quantidade de trabalhadores para aumentar a produção pois a produtividade marginal do trabalho é maior que a do capital.