

**LISTA DE EXERCÍCIOS 3**  
**Derivadas Parciais**

- 1) Resolva as seguintes derivadas em relação a  $x$  e  $y$  quando possível.
  - a.  $Y = f(x) = 3x^2 + 10$
  - b.  $Y = f(x) = 3xy^2 - 5x^2y^3$
  - c.  $f(x, y) = -3x^3y^3 - xy^5 + 2x$
  - d.  $f(x, y) = x^2y + y^3 + 2x$
  - e.  $f(x, y) = x^4y + \frac{x^3}{3} + y^7$
- 2) Determine as derivadas parciais de :  $z = f(x, y) = x^3 + 2y^3 + 3x^2y^2$
- 3) Determine as derivadas parciais da função:  
 $f(x, y, w) = x^2y - 3xy^2 + 2yw$
- 4) Determine as derivadas parciais de :  $z = f(x, y) = x^3 + 2y^3 + 3x^2y^2$
- 5) Determine as derivadas parciais da função  
 $f(x, y) = \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y^2}$
- 6) Uma chapa de metal plana jaz em um plano  $xy$ , de um modo que a temperatura  $T$  em  $(x, Y)$  seja dada por  $T = 10(x^2y^2)^2$ , com  $T$  em graus e  $x$  e  $y$  em centímetros. Calcule a taxa de variação de  $T$  em relação à distância em  $(1, 2)$  na direção do eixo  $x$  e do eixo  $y$ .
- 7) A superfície de um lago é representada em um plano  $xy$ , de modo que a profundidade correspondente ao ponto  $(x, y)$  é dada por  $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$  em que  $x$ ,  $y$  e  $f(x, y)$  estão em metros. Se um esquiador está na água no ponto  $(4, 9)$  responda. Se ele desloca na direção do eixo  $x$  o lago fica mais raso ou mais fundo? E na direção de  $y$ ?
- 8) Um revendedor de bicicletas constatou que, se as bicicletas de 10 marchas forem vendidas por  $x$  reais a unidade e o preço da gasolina for  $y$  centavos o litro, o número de bicicletas vendidas por mês será dado por  $F(x, y) = 200 - 24\sqrt{x} + 4(0,1y + 3)^{3/2}$ . No momento, as bicicletas estão sendo vendidas por R\$ 324,00 e a gasolina custa R\$ 2,20 o litro. Use métodos

de análise marginal para determinar a variação da demanda de bicicletas de 10 marchas se o preço da gasolina diminuir 1 centavo por litro e o preço das bicicletas não for alterado.

- 9) A produção de uma fábrica é  $Q(x, y) = 0,08x^2 + 0,12xy + 0,03y^2$  unidades por dia, onde  $x$  é o número de horas de mão-de-obra especializada e  $y$  é o número de horas de mão-de-obra não especializada. No momento, são usadas diariamente 80 horas de mão-de-obra especializada e 200 horas de mão de-obra não especializada.
  - a. Use métodos de cálculo para estimar a variação da produção se forem usadas mais  $\frac{1}{2}$  hora de mão-de-obra especializada e a quantidade de mão de obra não especializada for mantida constante.
  - b. Use métodos de cálculo para estimar a variação da produção se forem usadas mais 2 horas de mão-de-obra não especializada por dia e a quantidade de mão de obra especializada for mantida constante.
- 10) Uma lata de refrigerante é um cilindro de altura  $H$  e raio  $R$ ; o volume é dado por  $V = \pi R^2 H$ . Uma certa lata tem 12 cm de altura e 3 cm de raio. Use os métodos de cálculo para estimar a variação de volume se o raio for aumentado de 1 cm e altura mantida em 12 cm.
- 11) Uma companhia fabrica dois tipos de fogão a lenha, um modelo independente e um modelo para encaixar na lareira. A função de custo para produzir  $x$  independentes e  $y$  para inserir em lareiras é:  $C = 32\sqrt{xy} + 175x + 205y + 1050$ .

Calcule os custos marginais  $\frac{\partial C}{\partial x}$  e  $\frac{\partial C}{\partial y}$  quando  $x = 80$  e  $y = 20$ .

12) Sendo  $P(L,K) = L^{1/2} K^{1/3}$  uma função de produção com  $L =$  trabalhadores e  $K =$  capital. Calcule a produção marginal  $P(100, 1000)$  e analise os resultados.

13) Considere a função da produção  $P(L,K) = 10L^{1/4} K^{3/4}$ . Sendo  $L =$  trabalhadores e  $K =$  capital. Determine a produtividade marginal do trabalho para  $P(16,256)$ .

14) É estimado que semanalmente a produção de uma fábrica é dada por:  $Q(x,y) = 1200x + 500y + x^2y - x^3 - y^2$  unidades, onde  $x$  é o número de mão de obra qualificada e  $y$  o número de mão de obra não qualificada. Atualmente a equipe é formada por 30 trabalhadores de mão de obra qualificada e 60 com mão de obra não qualificada. Use a análise marginal para estimar a mudança na produção da fábrica com a adição de um trabalhador com mão de obra qualificada.

15) Mensalmente a produção de uma certa fábrica é dada pela função de Cobb-Douglas:  $Q(K,L) = 50K^{0,4}L^{0,6}$  onde  $K$  é capital e  $L$  é força de trabalho medida em trabalhadores/hora.

- Ache a produtividade marginal do capital  $Q_K$  e a produtividade marginal em relação aos trabalhadores quando o capital investido é \$750.000 e o nível de trabalhadores é 991 trabalhadores/hora.
- O dono da fábrica deve considerar adicionar capital ou aumentar a quantidade de trabalhadores para aumentar a produção?