Energia, potência e fator de potência

Aspectos gerais e detalhes

Eletrotécnica Geral

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas
Escola Politécnica da USP

31 de agosto de 2016

Sinais senoidais e funções complexas
Fórmula de Euler

- Sinais senoidais são descritos no tempo, conforme a equação a seguir:

$$x(t) = X_{max}\cos(\omega t + \theta)$$

- Esses sinais podem ser representados pela parte real de funções complexas, descritas conforme a Formula de Euler:

$$X_{max} \cdot e^{j(\omega t+\theta)} = X \cdot \{\cos(\omega t + \theta) + j \cdot \sin(\omega t + \theta)\}, \quad \text{onde } j = \sqrt{-1}$$

- Portanto:

$$x(t) = \Re\left\{X_{max} \cdot e^{j(\omega t+\theta)}\right\} = X_{max}\cos(\omega t + \theta)$$

Representação fasorial de sinais senoidais

Charles Steinmetz

- A representação fasorial de sinais senoidais considera que esses se repetem a cada período;
- Sendo assim, pode-se escrever o sinal $x(t)$ da seguinte maneira:

$$x(t) = \Re\left\{X_{max} \cdot e^{j(\omega t+\theta)}\right\} = \Re\left\{\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \cdot \underbrace{\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}}_{X=X_{ef}} \cdot e^{j\theta}\right\}$$

- Onde:

$\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow$ é um sinal periódico;

$\frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \rightarrow$ é denominado valor eficaz do sinal $x(t)$; e

$\frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\theta} \rightarrow$ é o fasor do sinal $x(t)$ (é um número complexo).

Representação fasorial de tensões e correntes

Fasores não são vetores girantes

- A representação fasorial de tensões e correntes senoidais considera que esses se repetem a cada período, com a mesma frequência angular ω. Sendo assim, pode-se escrever tensões e correntes conforme a seguir:

$$v(t) = V_{max}\cos(\omega t + \theta) \quad \text{e} \quad i(t) = I_{max}\cos(\omega t + \delta)$$

- Representação por vetores girantes:

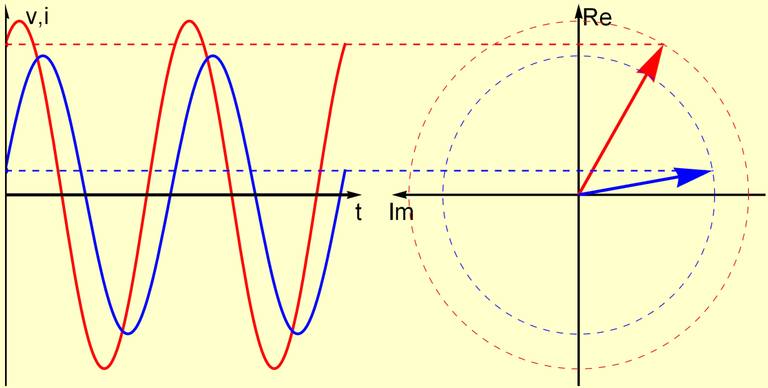
$$v(t) = \Re[V_{max}e^{j\theta}e^{j\omega t}] \quad \text{e} \quad i(t) = \Re[I_{max}e^{j\delta}e^{j\omega t}]$$

- Representação por fasores:

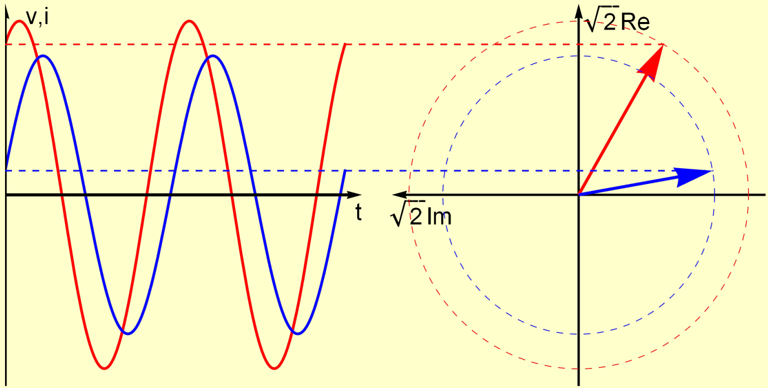
$$\dot{V} = \frac{1}{\sqrt{2}}V_{max}e^{j\theta} = Ve^{j\theta} \quad \text{e} \quad \dot{I} = \frac{1}{\sqrt{2}}I_{max}e^{j\delta} = Ie^{j\delta}$$

Representação gráfica de sinais senoidais

Vetores girantes



Representação gráfica de sinais senoidais
Referência de fase e fasores



Potência em circuitos de corrente alternada
Potência elétrica instantânea

- Potência elétrica instantânea é o resultado do produto da tensão instantânea pela corrente instantânea. Sendo assim:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

- Onde:

$$\begin{cases} v(t) = V_{max} \cos(\omega t + \theta) \\ i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \delta) = I_{max} \cos(\omega t + \theta - \phi) \end{cases}$$

- E:

$\phi = \theta - \delta \rightarrow$ defasagem entre o sinal de tensão e o sinal de corrente

Potência em circuitos de corrente alternada
Potência elétrica instantânea

- Reescrevendo a equação de potência instantânea, considerando as identidades trigonométricas a seguir:

$$\begin{cases} \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) \\ \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \frac{1}{2}\sin(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\sin(\alpha-\beta) \end{cases}$$

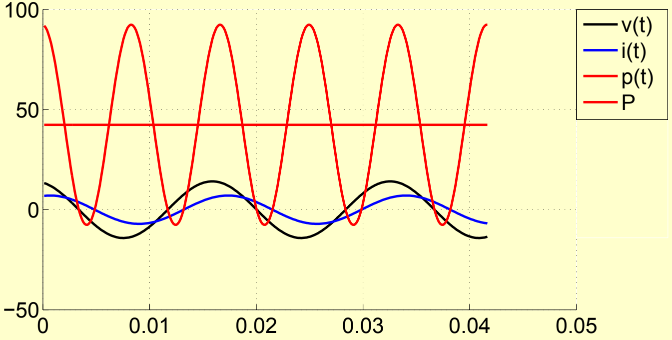
- Tem-se:

$$\begin{aligned} p(t) &= V_{max}\cos(\omega t+\theta)\cdot I_{max}\cos(\omega t+\theta-\phi) \\ &= \frac{V_{max}\cdot I_{max}}{2}\left[\cos(2\omega t+2\theta-\phi)+\cos\phi\right] \\ &= \underbrace{V\cdot I\cos\phi}_{P} + \underbrace{V\cdot I\cos(2\omega t+2\theta-\phi)}_{media=0} \end{aligned}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

Representação gráfica da potência instantânea

- A figura ilustra a potência instantânea:



Potência em circuitos de corrente alternada

Potência elétrica instantânea - outra forma de equacionamento

- Outra forma de equacionamento considera:

$$p(t) = V_{max}\cos(\omega t + \theta) I_{max}\cos(\omega t + \theta - \phi)$$

$$p(t) = V_{max}\cos(\omega t + \theta) I_{max}\left\{\cos(\omega t + \theta)\cos\phi + \sin(\omega t + \theta)\sin\phi\right\}$$

$$p(t) = V_{max} I_{max}\left\{\cos\phi \cdot \cos(\omega t + \theta)\cos(\omega t + \theta)\right\} + \\ + V_{max} I_{max}\left\{\sin\phi \cdot \sin(\omega t + \theta)\cos(\omega t + \theta)\right\}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

Potência elétrica instanânea - outra forma de equacionamento

- Reescrevendo a equação que define a potência instantânea, tem-se:

$$p\left(t\right) = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \left\{\cos\phi \cdot \left\{\cos\left(2\omega t + 2\theta\right) + \cos 0\right\}\right\} +$$

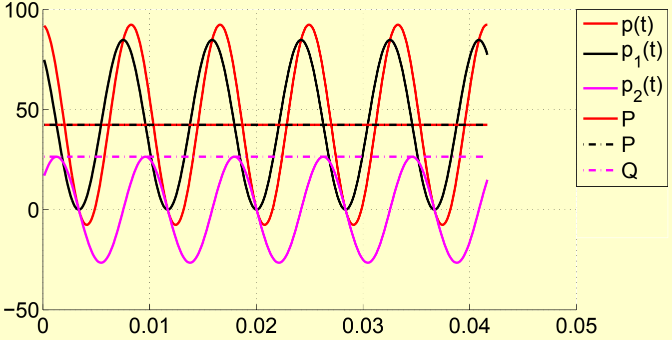
$$+ \frac{V_{max} I_{max}}{2} \left\{\sin\phi \cdot \left\{\sin\left(2\omega t + 2\theta\right) + \sin 0\right\}\right\}$$

$$p\left(t\right) = \underbrace{\underbrace{\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}}_{V} \underbrace{\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}}_{I} \left\{\cos\phi \cdot \left[\underbrace{\cos\left(2\omega t + 2\theta\right) + 1}_{\text{média = 1}}\right]\right\}}_{p_1(t)} + \underbrace{\underbrace{\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}}_{V} \underbrace{\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}}_{I} \left\{\sin\phi \cdot \left[\underbrace{\sin\left(2\omega t + 2\theta\right)}_{\text{média = 0}}\right]\right\}}_{p_2(t)}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

Representação gráfica da potência instantânea - outra forma de equacionamento

- A representação gráfica desses sinais fica:



Potência circuitos monofásicos de corrente alternada
Casos particulares

- Bipolos passivos possuem comportamentos diferentes no que se refere à potência instantânea consumida. São eles:
  - Capacitor ideal: $\phi = -90^\circ$
$$p\left(t\right) = -V \cdot I \cdot \sin\left(2\omega t + 2\theta\right)$$
  - Indutor ideal: $\phi = +90^\circ$
$$p\left(t\right) = +V \cdot I \cdot \sin\left(2\omega t + 2\theta\right)$$
  - Resistor ideal: $\phi = 0^\circ$
$$p\left(t\right) = +V \cdot I \cdot \left\{\cos\left(2\omega t + 2\theta\right) + 1\right\}$$

Definições de potência em corrente alternada

Potências ativa, reativa, complexa e aparente

- Potência ativa P, em $[W]$, é o valor médio de $p(t)$ em um período T de observação, conforme a equação:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p(t)dt = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p_1(t)dt = V \cdot I \cdot \cos\phi$$

- A potência reativa Q, em $[VAr]$, é o valor de pico do sinal $p_2(t)$, conforme a equação:

$$Q = V \cdot I \cdot \sin\phi$$

Definições de potência em corrente alternada

Potências ativa, reativa, complexa e aparente

- Potência complexa $\bar{S}$ é definida como o produto do fasor da tensão pelo complexo conjugado do fasor da corrente:

$$\bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^{*} = P + j \cdot Q$$

- Sendo assim, a potência aparente é o módulo da potência complexa:

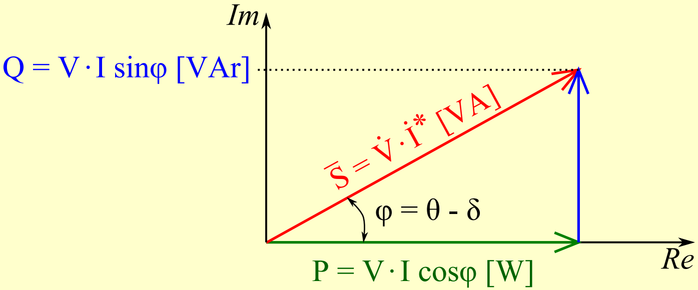
$$S = |\bar{S}| = |\dot{V}| \cdot |\dot{I}| = V \cdot I$$

- E fator de potência é:

$$\cos\phi = \frac{P}{S} = \cos(\theta - \delta)$$

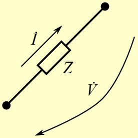
Potência em circuitos de corrente alternada
Potências ativa, reativa, complexa e aparente

- A figura ilustra o triângulo de potência em um sistema monofásico.



Potência em bipolos elétricos passivos
Bipolos passivos genéricos

- O bipolo elétrico passivo ilustrado na figura é representado por sua impedância $\bar{Z} = R + j \cdot X$, em $[\Omega]$:

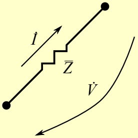


- Onde: $\dot{V} = \bar{Z} \cdot \dot{I}$ e $\dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{\bar{Z}}$
- Portanto:

$$\bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* = \frac{\dot{V} \cdot \dot{V}^*}{\bar{Z}^*} = \frac{|\dot{V}|^2}{\bar{Z}^*} \quad \text{e} \quad \bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* = \dot{I} \cdot \dot{I}^* \cdot \bar{Z} = |\dot{I}|^2 \cdot \bar{Z}$$

Potência em bipolos elétricos passivos
Resistor

- O resistor ilustrado na figura é representado por sua impedância $\bar{Z} = R$, em $[\Omega]$:



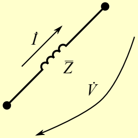
- Onde: $\dot{V} = R \cdot \dot{I} \quad$ e $\quad \dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{R}$
- Portanto:

$$\bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* = \frac{\dot{V} \cdot \dot{V}^*}{R} = \frac{|\dot{V}|^2}{R} \quad \text{e} \quad \bar{S} = \dot{I} \cdot \dot{I}^* \cdot R = |\dot{I}|^2 \cdot R$$

Potência em bipolos elétricos passivos

Indutor

- O indutor ilustrado na figura é representado por sua impedância $\bar{Z} = j \cdot \omega L$, em [Ω]:

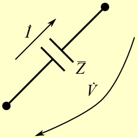


- Onde: $\dot{V} = j \cdot \omega L \cdot \dot{I}$ e $\dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{j \cdot \omega L}$
- Portanto:

$$\bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* = \frac{\dot{V} \cdot \dot{V}^*}{\{j \cdot \omega L\}^*} = \frac{|\dot{V}|^2}{-j \cdot \omega L} \quad \text{e} \quad \bar{S} = \dot{I} \cdot \dot{I}^* \cdot j \cdot \omega L = |\dot{I}|^2 \cdot j \cdot \omega L$$

Potência em bipolos elétricos passivos
Capacitor

- O capacitor ilustrado na figura é representado por sua impedância $\overline{Z} = \frac{1}{j \cdot \omega C}$, em [Ω]:



- Onde: $\dot{V} = \frac{1}{j \cdot \omega C} \cdot \dot{I}$ e $\dot{I} = \dot{V} \cdot j \cdot \omega C$
- Portanto:

$$\overline{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* = \dot{V} \cdot \left\{ \dot{V} \cdot j \cdot \omega C \right\}^* = |\dot{V}|^2 \cdot \{-j \cdot \omega C\} \quad \text{e} \quad \overline{S} = \dot{I} \cdot \dot{I}^* \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C} = |\dot{I}|^2 \cdot \frac{1}{j \cdot \omega C}$$

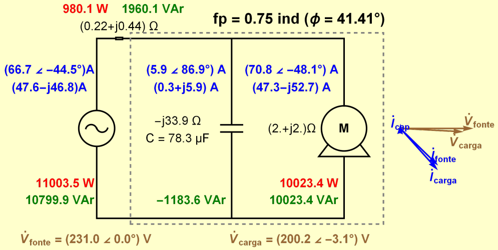
Potências ativa, reativa, aparente e complexa
Consolidação

- Resistor ideal: $\phi = 0 \rightarrow P > 0$ e $Q = 0$, portanto absorve potência ativa apenas;
- Indutor ideal: $\phi = 90^\circ \rightarrow P = 0$ e $Q > 0$, portanto absorve potência reativa apenas;
- Capacitor ideal: $\phi = -90^\circ \rightarrow P = 0$ e $Q < 0$, portanto fornece potência reativa apenas;

Balanço de potências ativas e reativas

Potência fornecida e potência consumida

- A figura ilustra uma fonte de tensão que alimenta três cargas: uma impedância série (linha), um capacitor e um motor

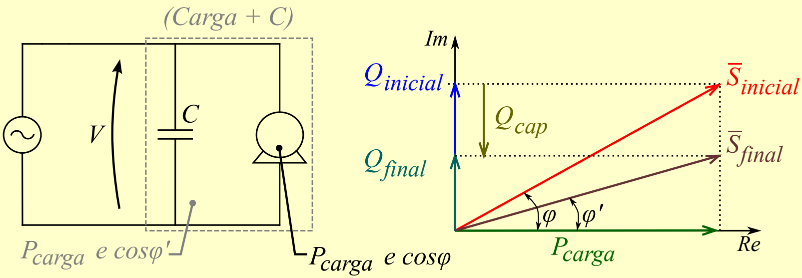


- A linha consome potência ativa igual a 980,01 [W] e o motor consome 10023,4 [W], nesse caso a fonte fornece 11003,5 [W] para ambos (idem para a potência reativa).

Correção do fator de potência

Dimensionamento do capacitor para correção do fator de potência

- A correção do fator de potência é necessária quando o fator de potência da carga (indutiva) é inferior ao recomendado pela concessionária. Nesse contexto, considere a figura:



Correção do fator de potência

Situação inicial - sem capacitor para correção

- Na situação inicial, tem-se apenas a carga que consome potência ativa P_{carga}, com fator de potência $\cos\phi$ (indutivo), quando alimentada com tensão nominal $\dot{V}$.
- Nesse contexto, a potência reativa consumida pela carga $Q_{inicial}$ pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$Q_{inicial} = V \cdot I \cdot \sin\phi = S \cdot \sin\phi$$

- Onde: $S = \frac{P_{carga}}{\cos\phi}$
- Sendo assim:

$$Q_{inicial} = \frac{P_{carga}}{\cos\phi} \cdot \sin\phi = P_{carga} \cdot \tan\phi$$

Correção do fator de potência

Situação final - com capacitor para correção

- Na situação final, tem-se o conjunto carga + capacitor, que consome potência ativa P_{carga}, com fator de potência $\cos\phi'$ (indutivo), quando alimentada com tensão nominal $\dot{V}$.
- Nesse contexto, a potência reativa consumida pelo conjunto Q_{final} pode ser obtida da mesma forma que foi apresentada anteriormente:

$$Q_{final} = \frac{P_{carga}}{\cos\phi'} \cdot \sin\phi' = P_{carga} \cdot \tan\phi'$$

- O capacitor que é capaz de fornecer parte da potência reativa consumida pela carga, de modo a alterar o fator de potência "visto" pela fonte, é responsável pela diferença entre Q_{final} e $Q_{inicial}$, isto é:

$$Q_{cap} = Q_{final} - Q_{inicial} = P_{carga} \cdot \tan\phi' - P_{carga} \cdot \tan\phi$$

Correção do fator de potência

Cálculo da capacitância

- Para o cálculo da capacitância, deve-se utilizar a equação que descreve a potência complexa consumida pelo capacitor, isto é:

$$\bar{S} = P_{cap} + j \cdot Q_{cap} = 0 - j \cdot |\dot{V}|^2 \cdot \{\omega C\}$$

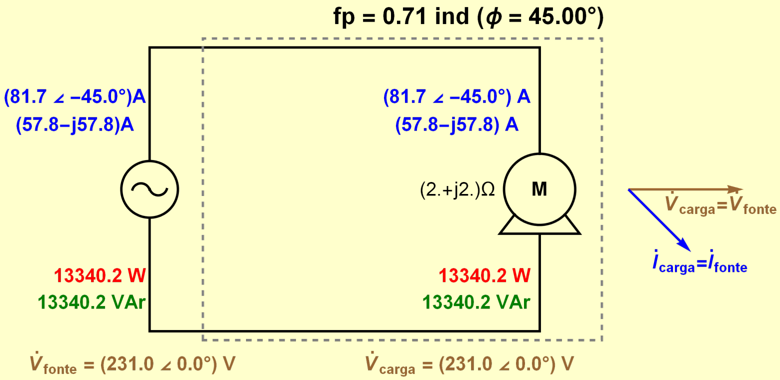
- Portanto:

$$|\dot{V}|^2 \cdot \{\omega C\} = Q_{inicial} - Q_{final} = P_{carga} \cdot \tan \phi - P_{carga} \cdot \tan \phi'$$

- E:

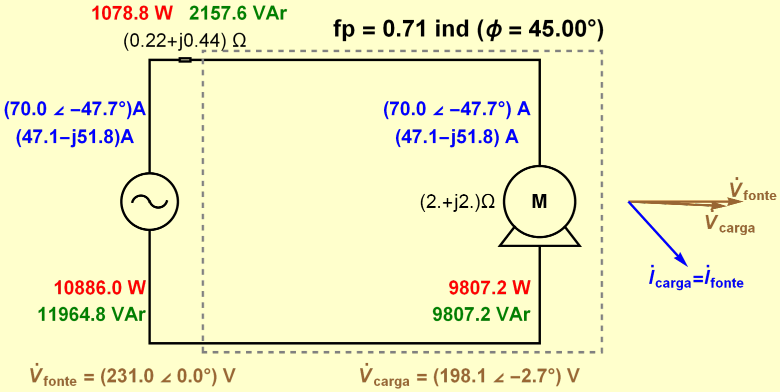
$$C = \frac{P_{carga} \cdot \tan \phi - P_{carga} \cdot \tan \phi'}{|\dot{V}|^2 \cdot \omega}$$

Correção do fator de potência
Exemplo

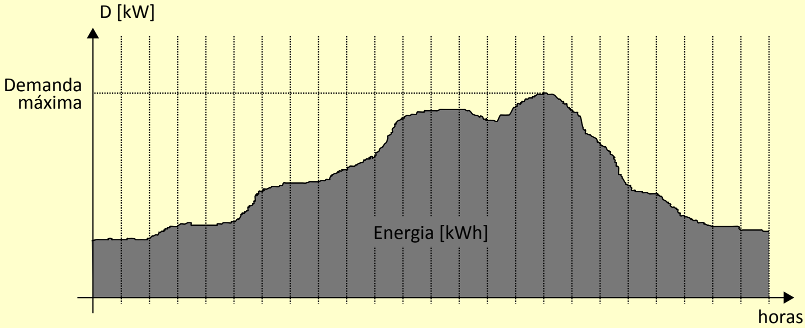


Correção do fator de potência

Impacto no circuito de distribuição



Consumo de energia e demanda de potência
Disponibilidade imediata



$$\text{Fator de carga } (f_c) = \frac{\text{Demanda média}}{\text{Demanda máxima}} = \frac{\text{Energia no mês}}{(\text{Horas no mês})(\text{Demanda máxima})}$$

Tarifação de consumo e demanda
Custos operacionais e de investimento

- O sistema de tarifação adotado deve contemplar os seguintes custos:
  - Operacionais: custos fixos e de combustível associados à entrega da energia contratada; e
  - De atendimento à demanda máxima: investimento em ampliação da rede.
- Para consumidores comerciais e industriais de médio e grande porte, cuja potência instalada não exceda 300 [kW], a tarifa é dividida em demanda e energia:
  - Tarifa de demanda – R$/kW
  - Tarifa de consumo – R$/MWh

OBRIGADO!

Este material é resultado da modernização dos materiais elaborados pelos professores do Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para as diversas disciplinas da área de Eletrotécnica Geral e foi desenvolvido pelos professores Giovanni Manassero Junior, Milana Lima dos Santos e Silvio Giuseppe Di Santo, com a coordenação do professor Hernán Prieto Schmidt.