

PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Solução da Lista 4: Amplificadores Operacionais, Geradores Vinculados e Análise Nodal

Amplificadores Operacionais e Geradores Vinculados

1 –

$$e_0 = \frac{-1}{RC} \int_0^t e_s(\tau) d\tau = -100 \int_0^t 2H(\tau) d\tau$$

Note que o gráfico mostra que o capacitor está inicialmente descarregado

$$-10 = -100 \cdot 2t_1 \rightarrow t_1 = 50ms$$

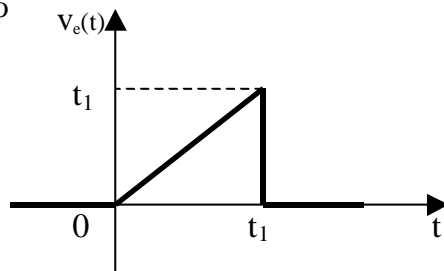
2 – A corrente que atravessa o capacitor é $i(t) = \frac{v_e(t)}{R}$

Como a corrente e a tensão estão na convenção do gerador

$$v_s(t) = \frac{-1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + v_s(0)$$

$$v_s(t) = \frac{-1}{RC} \int_0^t v_e(\tau) d\tau$$

Como



De 0 a t_1

$$v_s(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t \tau d\tau = -\frac{1}{2RC} \tau^2 \Big|_0^t = -\frac{t^2}{2RC}$$

Para $t > t_1$

$$v_s(t) = -\frac{t_1^2}{2RC}$$

Portanto,

$$v_s(t) = -\frac{t^2}{2RC} [H(t) - H(t - t_1)] - \frac{t_1^2}{2RC} H(t - t_1)$$

- 3 – Como o amp-op é ideal, o terminal negativo corresponde a um terra virtual e a corrente que passa por R_1 e R_2 vale

$$i = \frac{e_i}{R_1} = -\frac{e_0}{R_2}$$

Dessa relação obtém-se

$$\frac{e_0}{e_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- 4 – Com a chave fechada a corrente que carrega o capacitor é

$$i = \frac{10}{100k\Omega} = 0,1mA = 10^{-4}A$$

Logo,

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{0^-}^t i(\lambda) d\lambda + v(0^-)$$

$$v(9ms) = 10^{-7} \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 10^{-3} - 5$$

$$v(9ms) = 4V$$

$$v_0 = -v \rightarrow v_0 = -4V$$

- 5 – a) Como o amp-op é ideal, o valor da tensão no ponto C pode ser dado por:

$$v_C = v_- = v_+ = 0 \\ \rightarrow i_b = \frac{v_b}{25k} \text{ e } i_a = \frac{v_a}{5k}$$

$$\text{Logo, } i_c = i_a + i_b = \frac{v_a}{5k} + \frac{v_b}{25k} \text{ e}$$

$$v_{Rc} = R_c \cdot i_c = 250k \left(\frac{v_a}{5k} + \frac{v_b}{25k} \right) = 50 \cdot v_a + 10 \cdot v_b$$

Daí, temos:

$$v_o = -v_{Rc} = -50 \cdot v_a - 10 \cdot v_b \quad (\text{na região linear})$$

Para $v_a=0,10V$:

$$v_o = -5 - 10 \cdot v_b$$

Assim, $-10V \leq v_o \leq 15V$ implica em $-2V \leq v_b \leq 0,5V$.

- 6 –

2ª Lei de Kirchhoff:

$$v_1 = 12 + 3i_x$$

$$v_1 = v_2 + 5i_x$$

Lei de Ohm:

$$v_2 = 10i_x$$

$$\rightarrow 12 + 3i_x = 15i_x \rightarrow i_x = 1A$$

$$v_1 = 15V \text{ e } v_2 = 10V$$

Potências:

$$\text{-resistores: } 10\Omega: p = v_2 \cdot i_x = 10W$$

$$3\Omega: p = v_1^2/3 = 75W$$

-geradores independentes:

$$e_{g1}: p = -12i_1$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{v_1}{3} + (i_x + 4v_1) \rightarrow i_1 = \frac{15}{3} + 1 + 60 = 66A$$

$$e_{g1}: p = -12 \cdot 66 = -792W$$

$$e_{g2}: p = -12 \cdot 4v_1 = -720W$$

-geradores vinculados:

$$p = -3i_x \cdot i_1 = -3 \cdot 66 = -198W$$

$$p = 5i_x \cdot i_3 = 5(i_x + 4v_1) = 305W$$

$$p = 4v_1(12 + v_2) = 1320W$$

$$\text{Total: } 10 + 75 - 792 - 720 - 198 + 305 + 1320 = 0W$$

7 -

a) Temos que: $v_s = R_4 \cdot i_4$ ①

Mas $i_4 = -\alpha i_x - i_3$ ② (1ª L.K.)

Como $v_s = R_3 \cdot i_3 = R_4 \cdot i_4 \rightarrow i_3 = \frac{R_4 \cdot i_4}{R_3}$ ③

Sendo $v_s = R_1 \cdot i_x + R_2 \cdot i_x \rightarrow i_x = \frac{v_s}{R_1 + R_2}$ ④

Substituindo ②, ③ e ④ em ①:

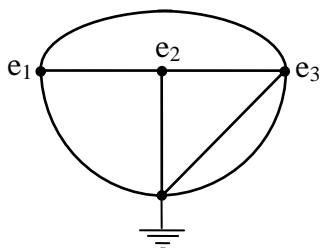
$$v_s = \frac{-R_4 \alpha v_s}{1 + \frac{R_4}{R_3}} = -\frac{\alpha R_3 R_4 v_s}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \rightarrow \frac{v_s}{v_s} = -\frac{\alpha R_3 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

b)

$$v_s = -\frac{\alpha R^2}{2R \cdot 2R} = -\frac{\alpha}{4} = 10 \rightarrow \alpha = -40$$

Análise Nodal

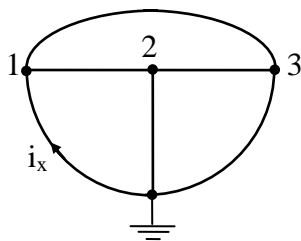
1 - Por análise nodal:



$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 9 & -3 \\ -1 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema: $e_1 = 8,33 \text{ V}$
Potência fornecida = $10e_1 = 83,3 \text{ W}$.

2 -



$$e_1 = 10 \text{ V}$$

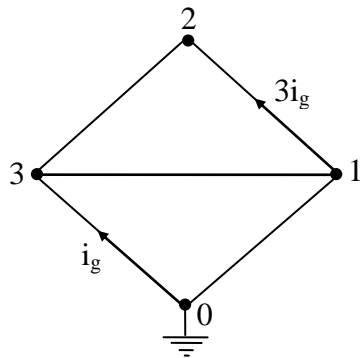
$$e_3 = -20 i_x$$

$$1^{\text{a}} \text{ LK} \quad \text{Nó 1} \rightarrow 0,133e_1 - 0,1e_2 - 0,033e_3 - i_x = 0$$

$$1^{\text{a}} \text{ LK} \quad \text{Nó 2} \rightarrow -0,1e_1 + 0,175e_2 - 0,05e_3 = 0$$

Substituindo-se as relações acima (e_1 e e_3) nas equações da 1^a L. K., obtêm-se 2 equações com 2 incógnitas: e_2 e i_x , com solução: $e_2 = 24 \text{ V} = v_0$
 $i_x = -3,2 \text{ A}$

3 –



$$e_3 = 25 \text{ V}$$

$$\begin{bmatrix} 1/60 + 1/10 & 0 \\ 0 & 1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/10).25 - 3i_g \\ (1/20).25 + 3i_g \end{bmatrix}$$

Mas $i_g = e_1/60$ (1^a L. K. - nó 0)

O sistema fica:

$$\begin{bmatrix} 4/60 + 1/10 & 0 \\ -3/60 & 1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 1,25 \end{bmatrix}$$

$$\text{Resolvendo: } \begin{cases} e_1 = 15 \text{ V} \\ e_2 = 40 \text{ V} \end{cases}$$

Potência fornecida pelo gerador de 25 V:

$$P = 25 \cdot i_g = \frac{25 \cdot e_1}{60} = 6,25 \text{ W}$$

4 – a) A equação matricial de análise nodal do circuito é

$$\begin{bmatrix} 1,9116 & -0,9091 & -0,5 \\ -0,9091 & 2,9091 & -1 \\ -0,5 & -1 & 51,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 300 \end{bmatrix}$$

b) Para obter a precisão desejada, é preciso resolver com pelo menos 6 casas decimais:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,951066 \\ 2,954203 \\ 5,911257 \end{bmatrix} \rightarrow i_d = \frac{2,951066 - 2,954203}{1,1} = -0,002852 \text{ mA}$$

5 – a) Por comparação: $G_1 = 5 \text{ S}$; $G_1 + G_2 + 2 = 8 \rightarrow G_2 = 6 - G_1 = 1 \text{ S}$
 $0,5E = 6 \rightarrow E = 12 \text{ V}$

b) Equações nodais em função de β :

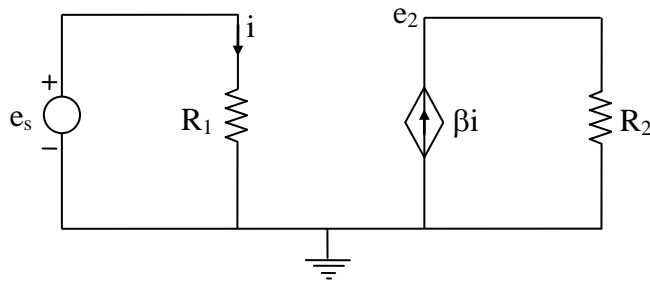
$$\begin{bmatrix} 10,5 & -3 & -5 \\ -3 & 5 & -2 \\ -5 & -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -\beta \cdot 2e_1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow G_n = \begin{bmatrix} 10,5 & -3 & -5 \\ -3 + 2\beta & 5 & -2 \\ -5 & -2 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\beta + 2\beta = 17 \rightarrow \beta = 10$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = G_n^{-1} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{68\beta + 121} \begin{bmatrix} 36 & 34 & 31 \\ 34 - 16\beta & 59 & 16 - 10\beta \\ 31 - 4\beta & 36 & 87 + 12\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

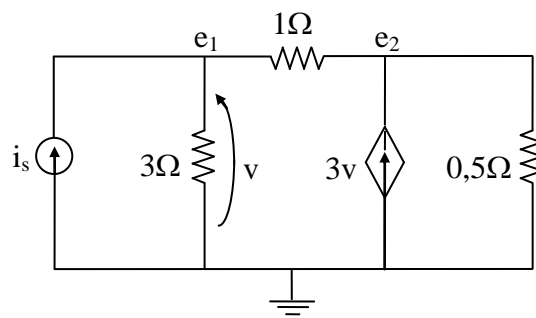
$$\rightarrow e_1 = \frac{216}{68\beta + 121}$$

6 – a)



$$\begin{aligned} e_2 &= \beta i R_2 \\ i &= e_s / R_1 \\ e_2 &= \beta \frac{R_2}{R_1} e_s \end{aligned}$$

b)



c)

