

PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Lista 2: Funções de Excitação e Números Complexos

Funções de Excitação

- 1 – A forma de onda de corrente, mostrada na Figura 1, é aplicada a um capacitor de capacitância $0,2 \mu\text{F}$, inicialmente descarregado. Pede-se:
- Determine uma expressão analítica de $i(t)$, utilizando a função de Heaviside $H(t)$.
 - Calcule a energia armazenada no capacitor por essa corrente.
 - Desenhe a forma de onda da tensão no capacitor (em convenção do receptor), e calcule a carga e a tensão no capacitor em $t = 35 \mu\text{s}$.

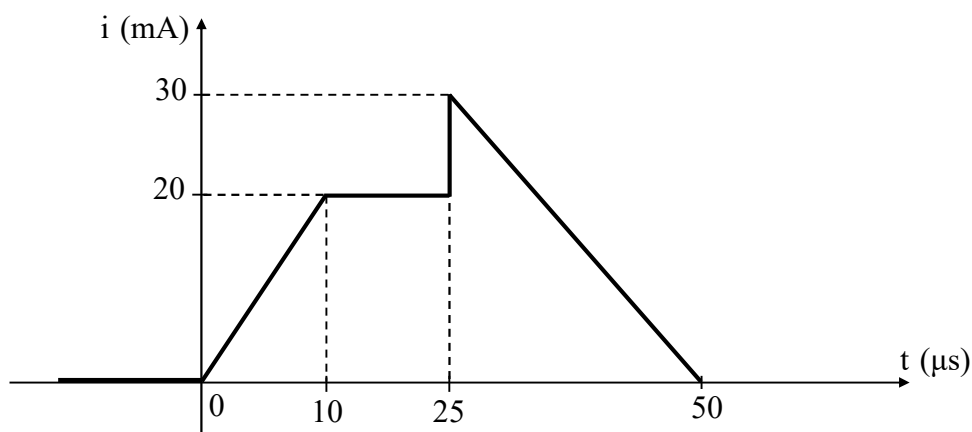


Figura 1

- 2 – No circuito da Figura 2, aplica-se a corrente $i(t)$ e mede-se $v(t)$.
- Demonstre que esse circuito é um integrador.
 - Suponha $i(t) = 5 H(t)$ (A, s), $v(0) = 5 \text{ V}$ e $C = 1 \text{ F}$. Quais são as expressões de $v(t)$ e da potência instantânea $p_C(t)$ no capacitor, para os instantes $t > 0$?

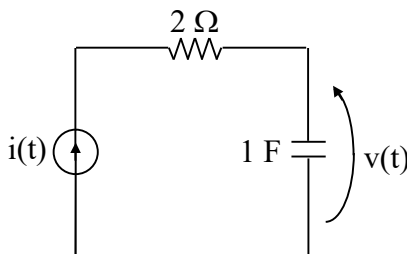
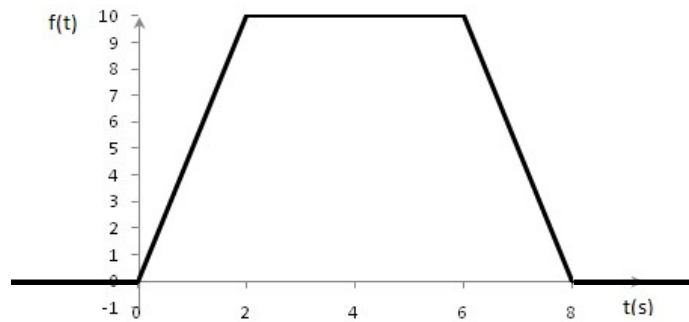


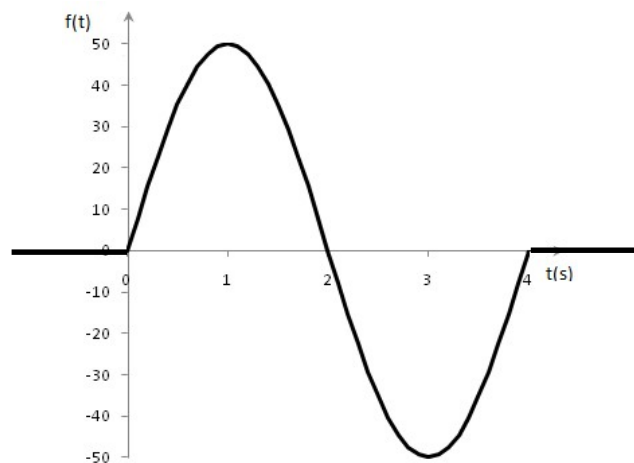
Figura 2

- 3 – Um diodo de junção com característica $i = 10^{-12} (e^{40v} - 1)$ (mA, V) é submetido a uma tensão $v(t) = 0,8\cos(10t)$ (V, s). Determine os valores máximo, mínimo e médio da corrente através do diodo.
- 4 – Use funções degrau para representar matematicamente as funções indicadas. Isto é, obtenha expressões analíticas para as funções.

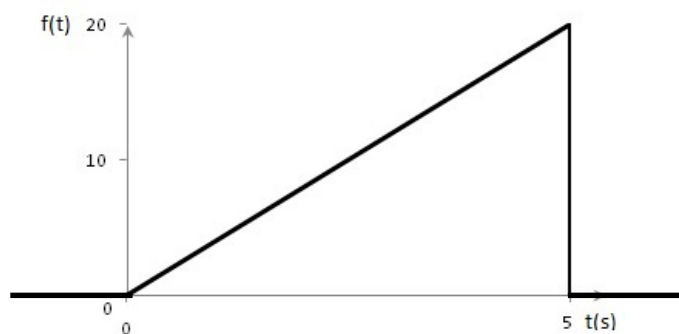
a)



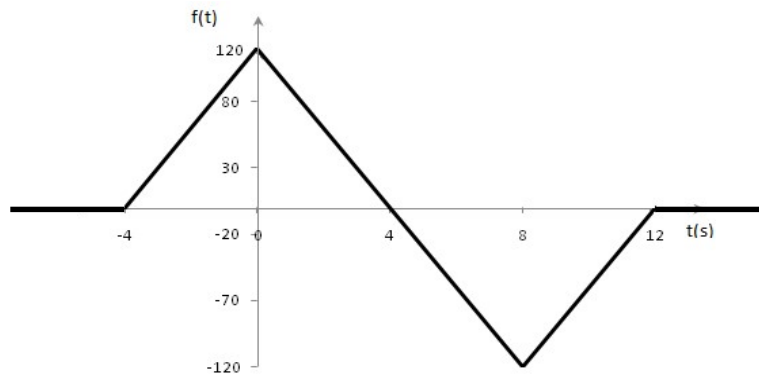
b)



c)



d)



5 – Faça um gráfico da função:

$$f(t) = -(20t + 400) H(t + 20) + (40t + 400) H(t + 10) + (400 - 40t) H(t - 10) + (20t - 400) H(t - 20) \text{ para } -25 \text{ s} \leq t \leq 25 \text{ s}.$$

6 – As funções degrau podem ser usadas para definir uma função janela. Por exemplo: a função $H(t - 1) - H(t - 4)$ representa uma janela com uma unidade de altura e três unidades de largura, localizada entre os instantes $t = 1$ e $t = 4$.

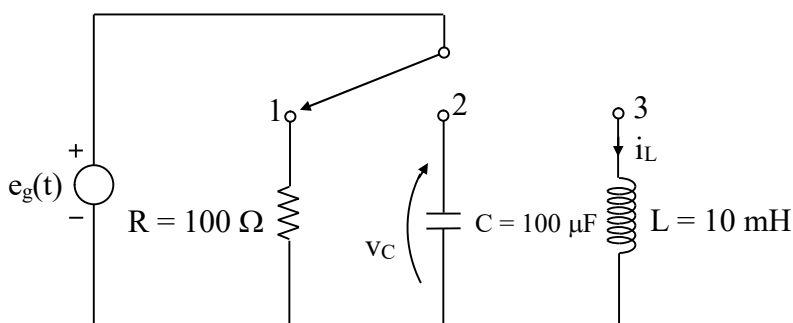
Uma função $f(t)$ é definida da seguinte forma:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 30t, & 0 \leq t \leq 2 \text{ s} \\ 60, & 2 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s} \\ 60 \cos(\pi t/4 - \pi), & 4 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s} \\ 30t - 300, & 8 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s} \\ 0, & 10 \text{ s} \leq t \leq \infty. \end{cases}$$

a) Faça o gráfico de $f(t)$ no intervalo $-2 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s}$.

b) Use o conceito de função janela para escrever uma expressão para $f(t)$.

7 – O gerador de tensão do circuito da Figura 3 produz um sinal cuja forma de onda está representada na Figura 4.



$$\begin{aligned} i_L(0) &= 0 \\ v_C(0) &= 0 \end{aligned}$$

Figura 3

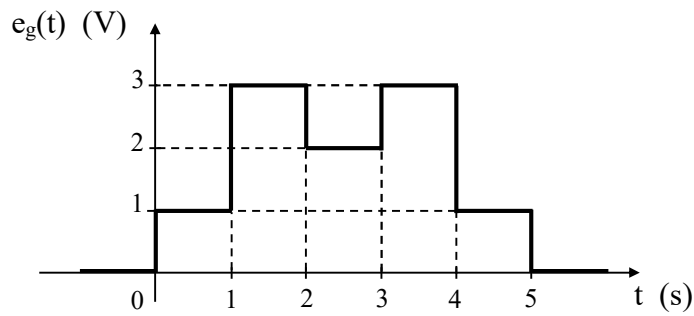
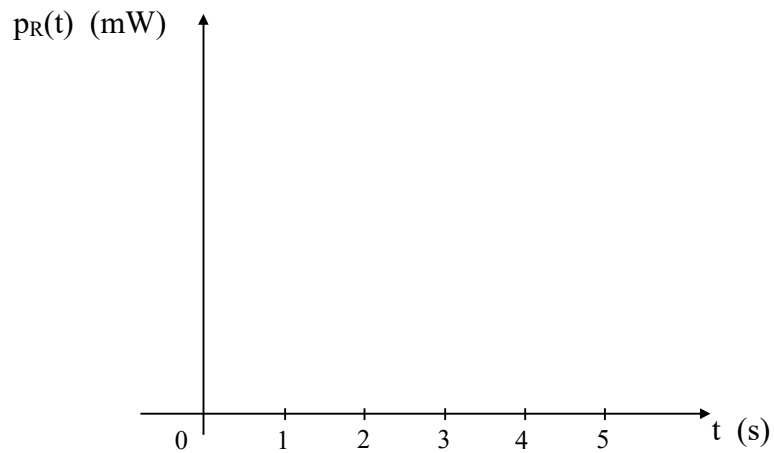


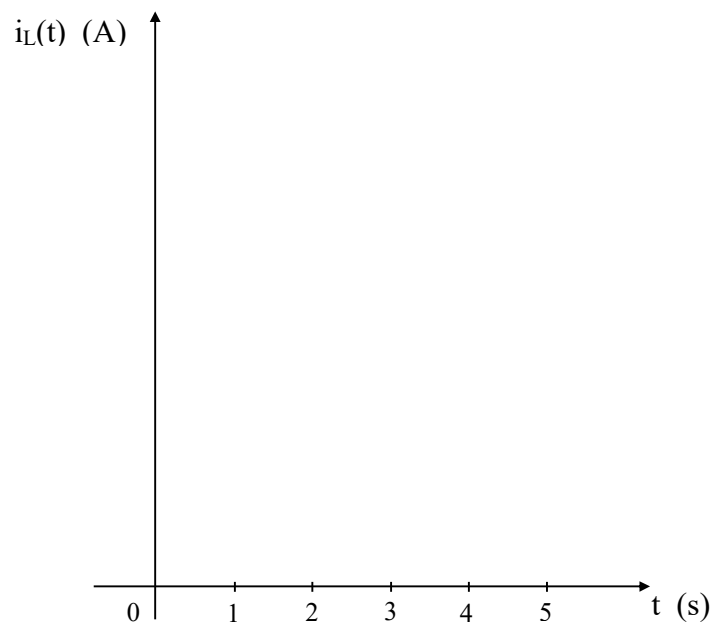
Figura 4

Pede-se:

- Escreva a expressão analítica da excitação $e_g(t)$ utilizando a função de Heaviside.
- Supondo a chave na posição 1, esboce o gráfico da potência instantânea, $p_R(t)$, dissipada no resistor, indicando todos os valores significativos.



- Supondo a chave na posição 2, calcule a energia armazenada no capacitor no intervalo de 0,5s a 2,5s.
- Supondo a chave na posição 3, esboce o gráfico de $i_L(t)$, indicando todos os valores significativos.



- e) Supondo agora $e_g(t) = 2 \cos(5t - 30^\circ)$ (V, s), e a chave na posição 3, determine a expressão da corrente $i_L(t)$ em regime permanente senoidal.

Operação com números complexos

1 – Verifique as seguintes conversões da forma cartesiana à forma polar ou vice-versa:

- | | |
|---|---|
| a) $3 + j4 \cong 5e^{j53,13^\circ}$ | b) $-3 + j4 \cong 5 \angle 126,87^\circ$ |
| c) $3 - j4 \cong 5,0 \angle -53,13^\circ$ | d) $10 - j10 \cong 14,1 \angle -45^\circ$ |
| e) $10e^{j30^\circ} \cong 8,66 + j5,0$ | f) $10e^{-j120^\circ} \cong -5,0 - j8,66$ |
| g) $10e^{j\pi} = -10$ | h) $e^{\pm j\pi/2} = \pm j1$ |
| i) $\pi e^{j\pi} \cong -3,14$ | j) $e^{j1} \cong 0,54 + j0,84$ |

2 – Dados

$$\begin{aligned} A &= 3 + j2, \\ B &= 1 - j3, \\ C &= -2 + j1, \end{aligned}$$

mostre que

- | | |
|--|--|
| a) $j(A + B)(3 + 2C) = -9 - j2$ | b) $(A + A^*)(B - B^*) \cdot C \cdot C^* = -j180$ |
| c) $\frac{A + B}{B + C} = -0,4 + j1,8$ | d) $A \cdot B / (B + C) = 1 + j5 \cong 5,099 \angle 78,69^\circ$ |

3 – Calcule:

- | | |
|--|-----------------------------|
| a) $\frac{28,6 \angle 137^\circ - 6,93 \angle -23,70^\circ}{2,34 - j3,45}$ | $(\cong -8,09 - j2,40)$ |
| b) $(0,65 - j1,05)^4$ | $(\cong -1,4009 + j1,8563)$ |
| c) $(-1,4009 + j1,8563)^{1/4}$ (só a raiz principal) | $(\cong 1,0500 + j0,6500)$ |
| d) $\cos(-3 + j0,2)$ | $(\cong -1,0099 + j0,0284)$ |

4 – Determine, se existirem, os fasores que representam as seguintes funções:

- | |
|---|
| a) $i(t) = -8\cos(10t + 240^\circ)$ |
| b) $v(t) = 5\text{sen}(10t + 30^\circ) - 8\cos(10t + 90^\circ)$ |
| c) $v(t) = 10\text{sen}(10t) + 20\cos(20t)$ |
| d) $p(t) = 10\cos(20t) \cdot 5\text{sen}(20t)$ |
| e) $v(t) = 5\cos(377t) + 10\cos(1585t + 30^\circ)$ |

5 – Determine os valores instantâneos das grandezas (com frequência angular 10 rad/s) representadas pelos seguintes fasores:

a) $\hat{V} = 100e^{j2,5\pi}$

b) $\hat{I} = 5 \angle 82^\circ$

c) $\hat{V} = (5 + j5) \cdot 10 \cdot e^{j30^\circ}$

d) $\hat{V} = \frac{-3 - j2}{5 + j5}$

6 – Dada a função de variável complexa

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6},$$

verifique que

$$F(j1) \cong 0,4472 \angle -63,43^\circ,$$

$$F(j2) \cong 0,1808 \angle -66,16^\circ.$$

7 – Demonstre que o fasor representativo da soma de n cossenos de mesma frequência (sincronizadas) é igual à soma dos fasores de cada uma das cossenos.

8 – Verifique que se

$$v(t) = v_1(t) \cdot v_2(t),$$

onde $v_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \theta_1)$ e $v_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \theta_2)$, então

$$\hat{V} \neq \hat{V}_1 \cdot \hat{V}_2.$$

9 – Dado o fasor de corrente $\hat{I} = 30 - j10$ mA, com $\omega = 1$ krad/s, e considerando convenção do receptor, determinar o fasor de tensão:

a) num resistor de 40Ω ,

b) num indutor de 30 mH,

c) num capacitor de $40 \mu\text{F}$.

10 – Para cada item do Exercício 9 dessa seção, determine a tensão em cada elemento em $t = 1$ ms.

11 – O circuito da Figura 5 está ligado há muito tempo. O gerador fornece uma tensão representada pelo fasor $\hat{E}_s = 10 \angle 30^\circ$ V, na frequência $\omega = 10$ rad/s. Determine:

a) o fasor \hat{I} representativo de $i(t)$,

b) a corrente $i(t)$.

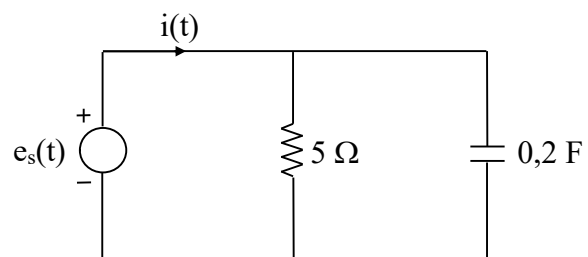


Figura 5

Exercício com o Simulador Numérico

Considere o Exercício 3 da Seção Funções de Excitação.

Instruções (para o Multisim 14.0):

- Para conferir sua resposta, desenhe o seguinte circuito composto por uma fonte de corrente controlada por tensão (que modela a corrente no diodo) excitada por um gerador de tensão senoidal no *schematic* do Multisim 14.0:

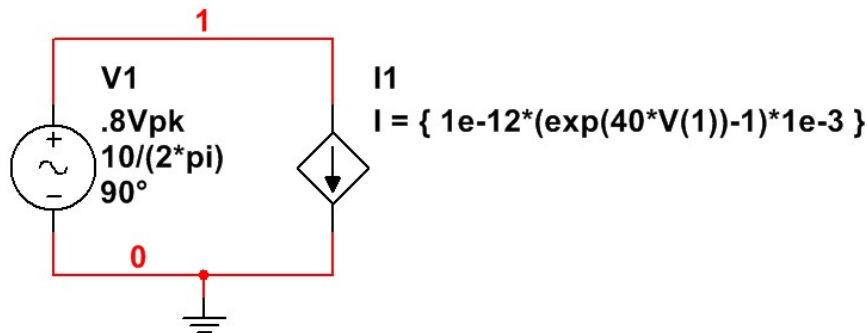


Figura 6: Montagem do circuito elétrico

Observação: Essa simulação pode ser feita utilizando o modelo de diodo existente no Multisim (ou PSpice). Para isso, seria necessário ajustar os parâmetros do diodo na simulação para gerar a expressão da corrente fornecida. Como o funcionamento do diodo será abordado nas disciplinas de Eletrônica, vamos simplificar a simulação utilizando uma fonte de corrente controlada por tensão.

- (a) Os componentes podem ser selecionados em *Place* → *Component*.
- A fonte de corrente controlada pode ser encontrada no *Group: Sources, Family: CONTROLLED_CURRENT_SOURCES, Component: ABM_CURRENT*. Para rodar o componente até que a corrente esteja no sentido correto, digite **CTRL+R**.
- (b) Clique duas vezes sobre os componentes e, na aba *Value*, defina os valores correspondentes ao exercício.
- Defina a corrente da fonte controlada como a seguinte expressão, que corresponde à corrente do diodo em função da tensão da fonte **V(1)**:

$$1e-12*(\exp(40*V(1)) - 1)*1e-3.$$

- (c) A simulação deve ser uma análise de transitório. A configuração da simulação pode ser feita em *Simulate* → *Analyses and simulation*. Em *Active Analysis*, selecione *Transient*.
- Na aba *Analysis parameters*, vá em *Initial conditions* e selecione *User-defined*. Ajuste o *End time (TSTOP)* para possibilitar a visualização de um pouco mais de 1 ciclo da corrente no diodo. Selecione *maximum time step (TMAX)* e insira o valor de **1e-006 s**.
 - Na aba *Output* são selecionadas as variáveis para análise. Selecione a seguinte variável e clique em *Add: I(BI1)* (corrente no diodo). Para

adicionar o valor médio da corrente, clique em *Add expression...* e digite no campo *Expression:* a expressão *integral(I(B11)/time* ou *avg(I(B11))*.

- Prossiga clicando em ► *Run*.

(d) A janela do *Grapher View* deverá mostrar os gráficos das duas variáveis selecionadas para análise no intervalo de tempo escolhido.

- Para verificar suas respostas obtidas anteriormente, ative *Cursor* → *Show cursors*. Clique sobre o gráfico que deseja verificar. Selecione o cursor (1 ou 2) e digite **CTRL+2** (**CTRL+3**) para pular para o próximo máximo (mínimo) local. Verifique os valores de abscissa e ordenada na janela *Cursor*.
- O valor médio da corrente pode ser encontrado ajustando o cursor para o instante de tempo em que ocorre o segundo pico da corrente (quando o sinal de corrente completa um período). Visualize o valor assumido nesse instante por *integral(I(B11)/time* ou *avg(I(B11))* na janela *Cursor*.