Escola Politécnica
Universidade de São Paulo

PSI3211

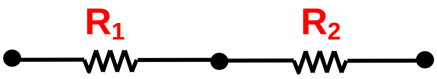
Circuitos Elétricos I

Bloco 5

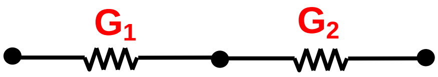
Técnicas de simplificação e
Teoremas das Redes

Prof ª Denise Consonni

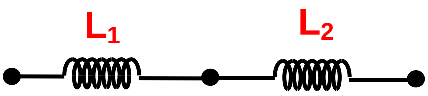
ASSOCIAÇÕES SÉRIE



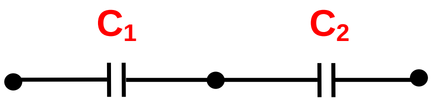
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$



$$G_{eq} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$$

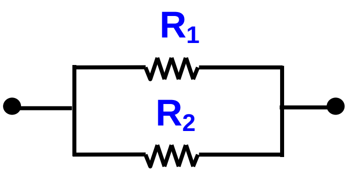


$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

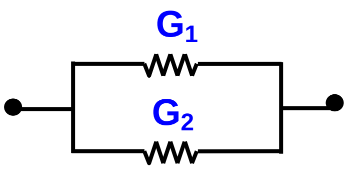


$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

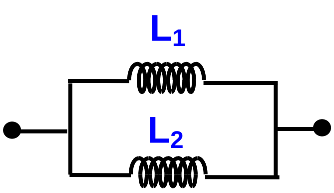
ASSOCIAÇÕES PARALELO



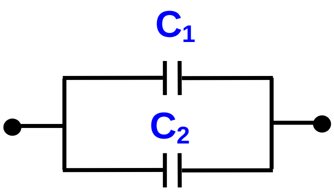
$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

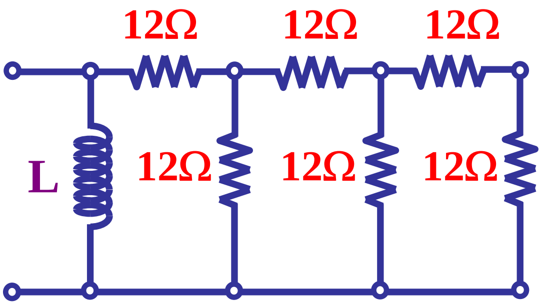


$$L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

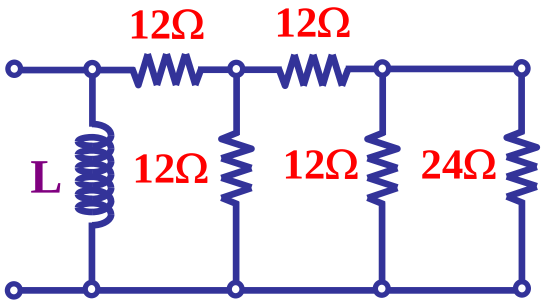


$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

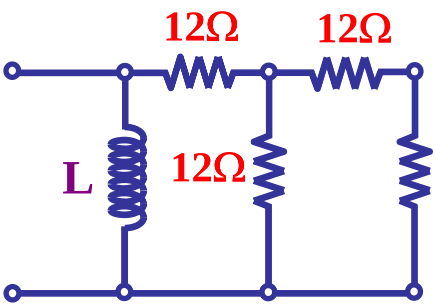
Exemplo de Associação de Elementos



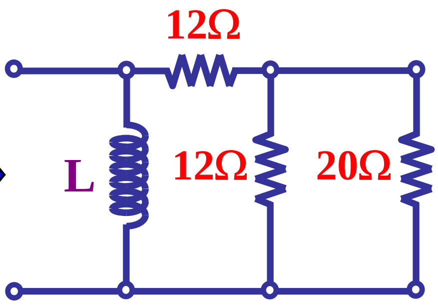
(a)



(b)

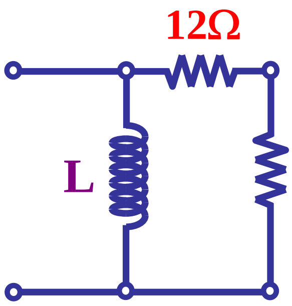


$$\frac{12.24}{12+24}=8$$

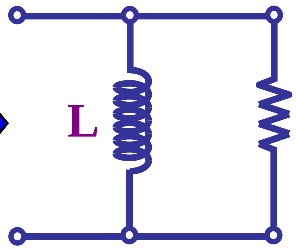


(c)

(d)



$$\frac{12.20}{12+20}=\frac{15}{2}$$

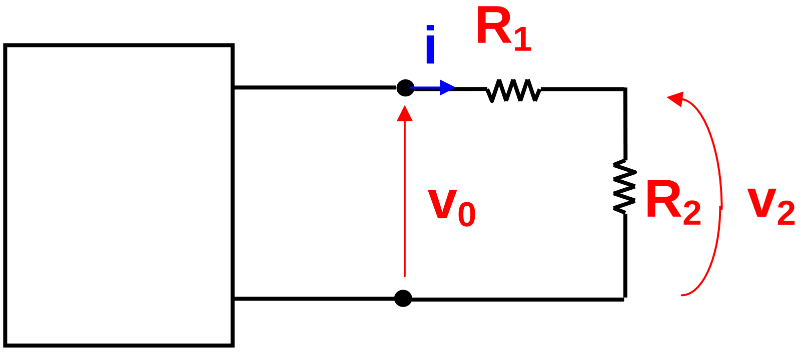


$$12+\frac{15}{2}=\frac{39}{2}\ \Omega$$

(e)

(f)

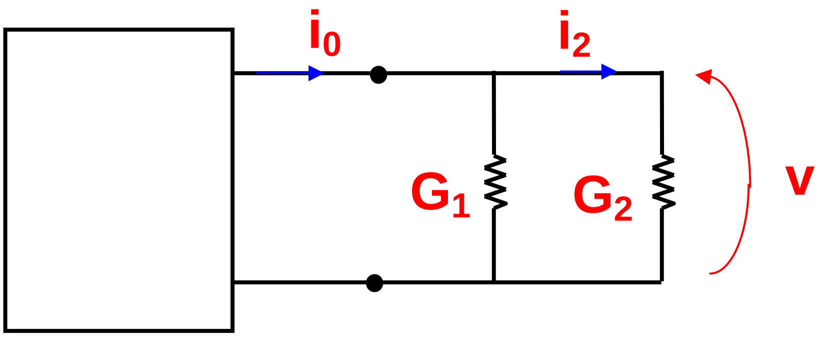
DIVISÃO DE TENSÃO



$$v_2 = v_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

= i

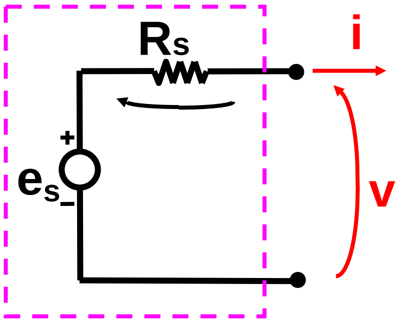
DIVISÃO DE CORRENTE

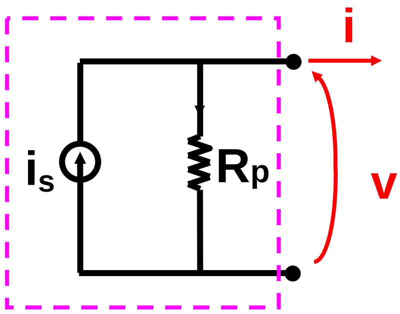


$$i_2 = i_0 \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2} = i_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

= v

FONTES EQUIVALENTES





$v = e_s - R_s . i$

$i = i_s - v / R_p$

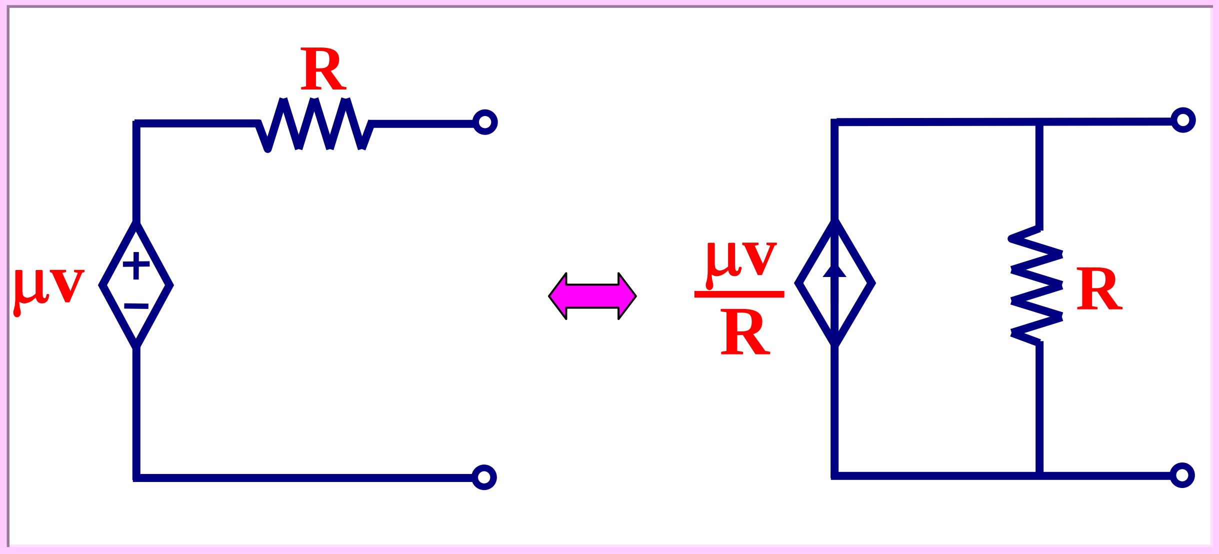
$\Rightarrow \; v = R_p . i_s - R_p . i$

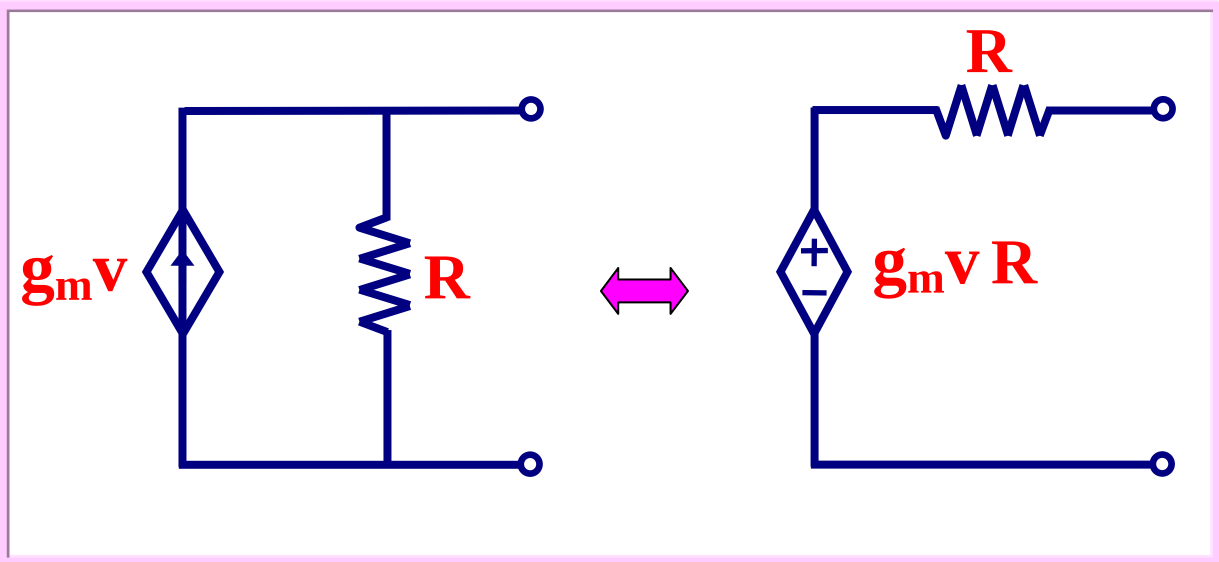
$e_s - R_s . i = R_p . i_s - R_p . i$

válido para ∀v e ∀i SE :

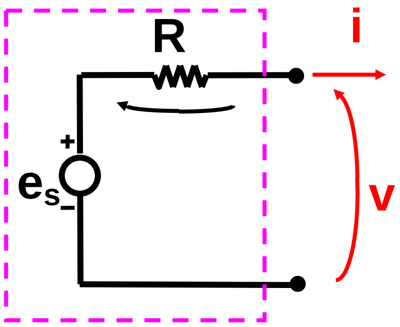
$$\begin{cases} R_p = R_s \\ R_p . i_s = e_s \end{cases}$$

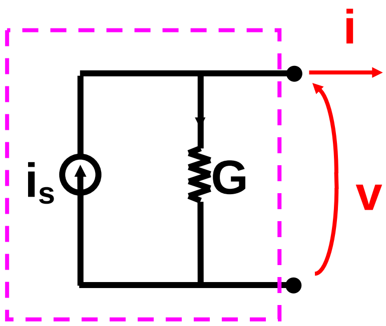
Fontes Equivalentes





FONTES POTENCIALMENTE DUAIS

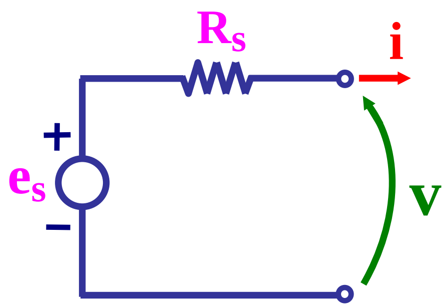


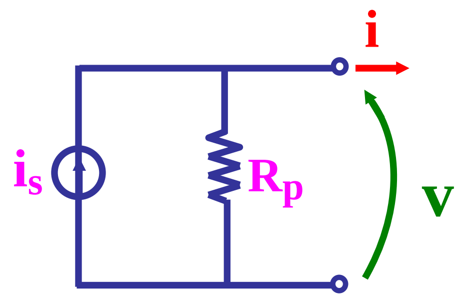


FONTES ESTRITAMENTE DUAIS

$$\begin{cases} e_s = i_s \\ R = G \end{cases}$$

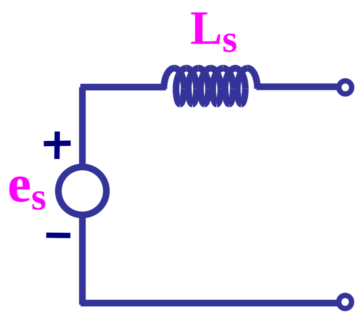
Fontes Equivalentes

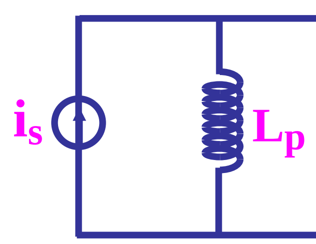




$$R_p = R_s$$

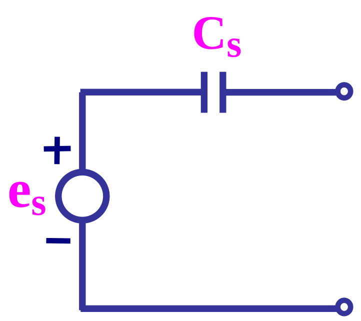
$$e_s = R_p\, i_s$$

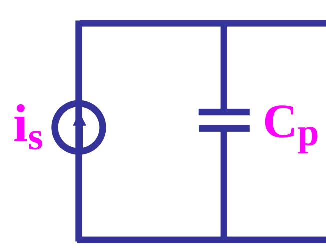




$$L_p = L_s$$

$$e_s(t) = L\,\frac{d\,(\,i_s(t)\,)}{dt}$$

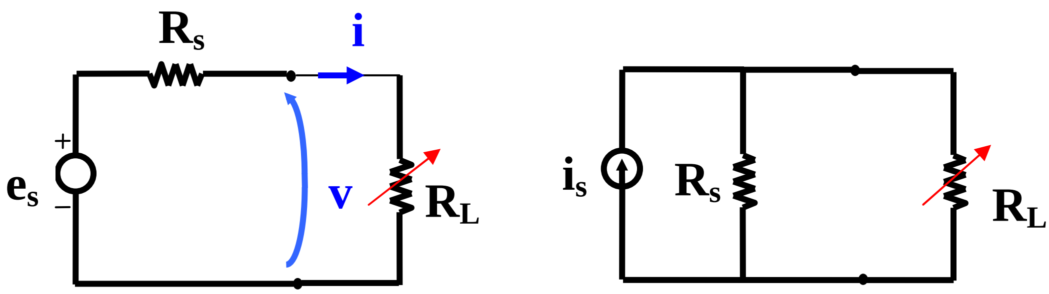




$$C_p = C_s$$

$$i_s(t) = C\,\frac{d\,(\,e_s(t)\,)}{dt}$$

Teorema da Máxima Transferência de Potência



R_s fixo

Potência na carga R_L :

$$p_L = \frac{v^2}{R_L} = \frac{e_s^2 . R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

$p_{Lmáx}$ ocorre para $R_L = R_s \rightarrow$

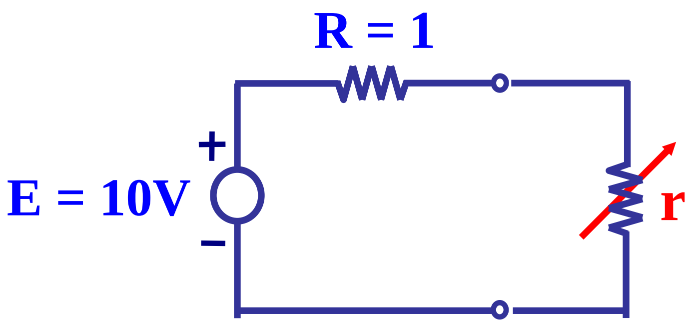
condição de carga casada

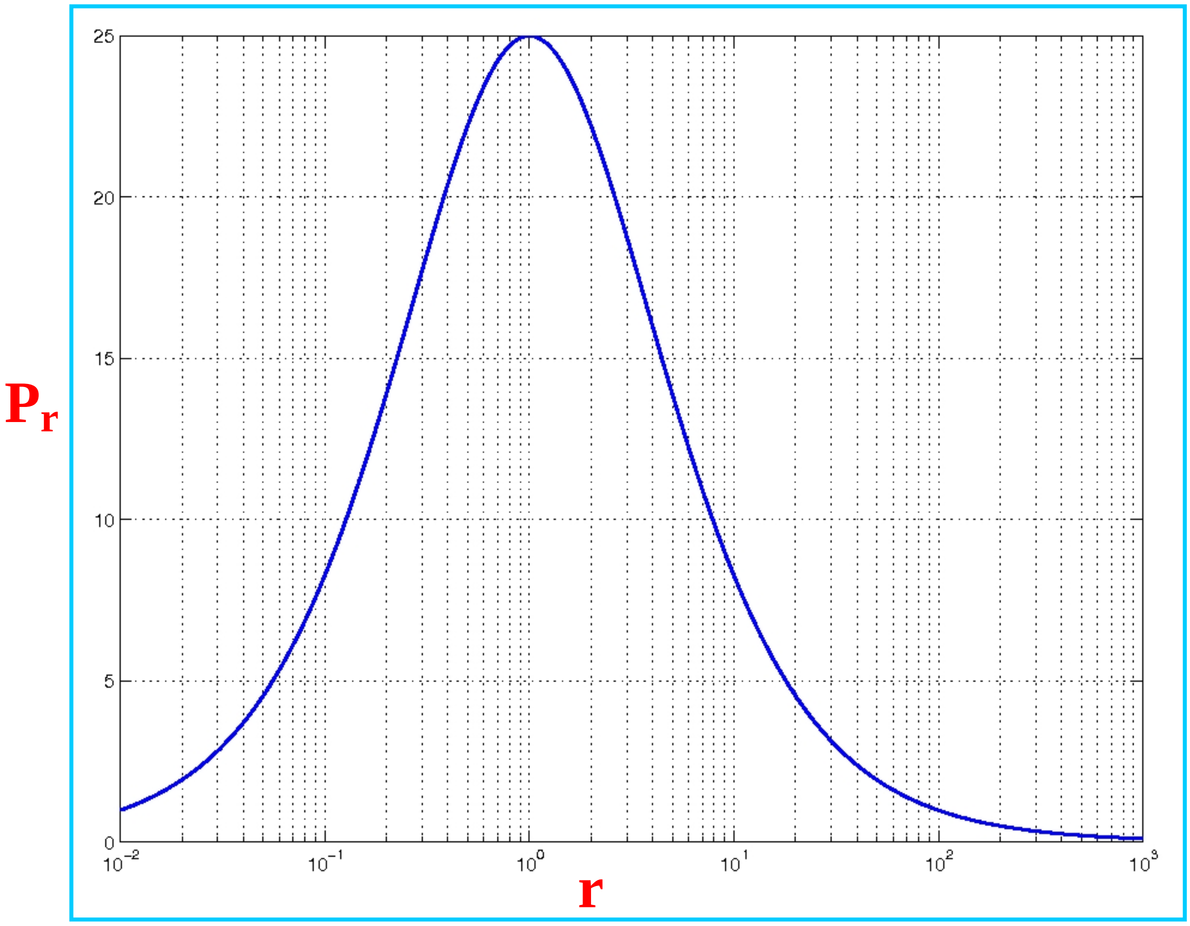
$$p_{L\max} = \frac{e_s^2}{4.R_s}$$

Rendimento :

$$\eta = \frac{p_L}{p_{total}} = 50\%$$

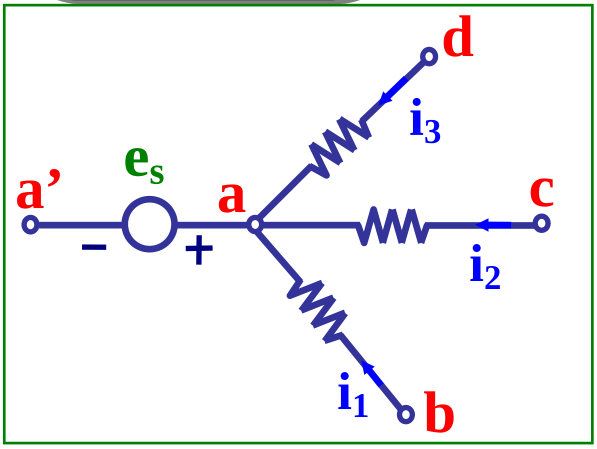
Máxima Transferência de Potência

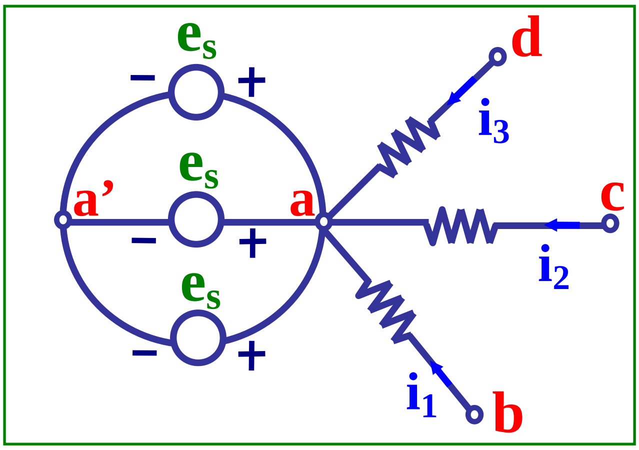


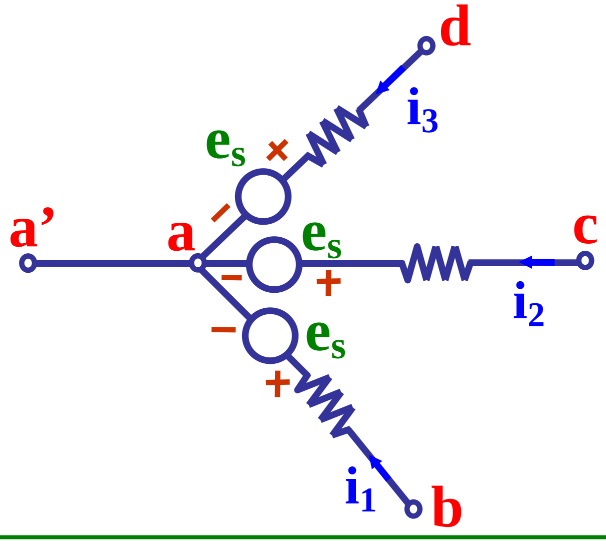


Deslocamento de Fontes Ideais

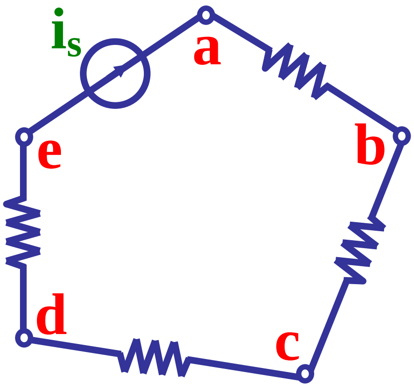
Tensão

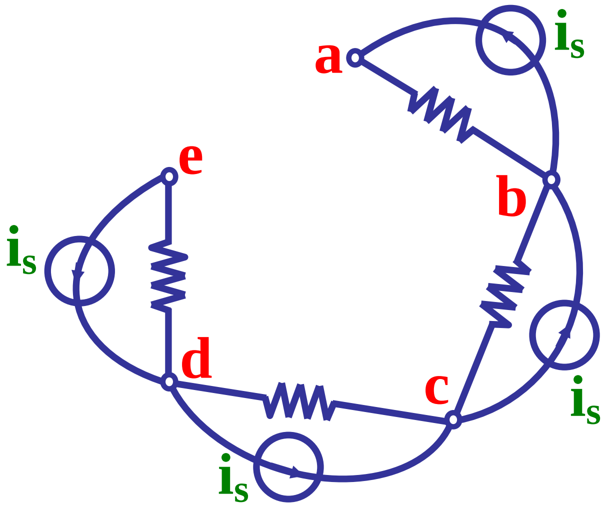




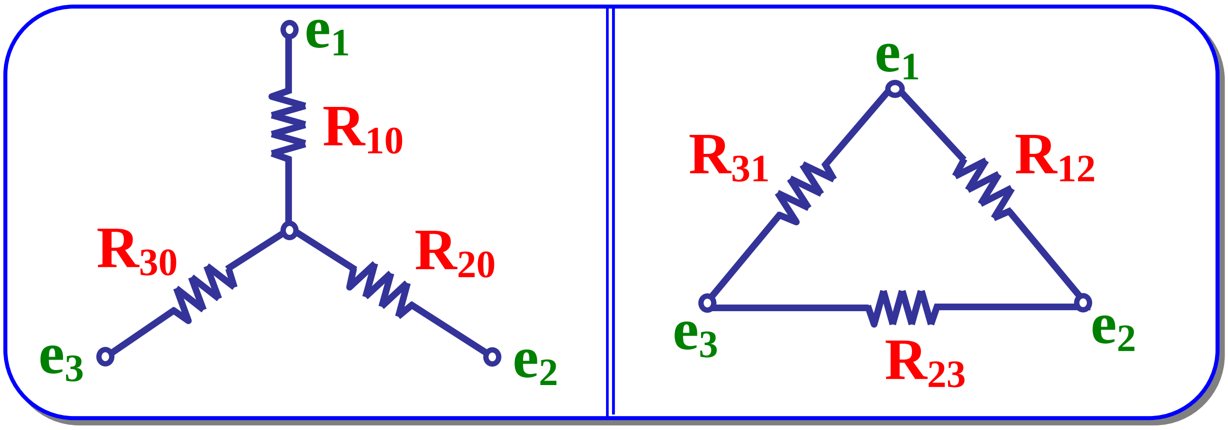


Corrente





Transformação $\Delta \Leftrightarrow Y$



$\Delta \rightarrow Y$

$$R_{10} = \frac{R_{12}\, R_{31}}{R_\Delta} \qquad R_{20} = \frac{R_{12}\, R_{23}}{R_\Delta} \qquad R_{30} = \frac{R_{31}\, R_{23}}{R_\Delta}$$

$$R_\Delta = R_{12} + R_{23} + R_{31}$$

$Y \rightarrow \Delta$

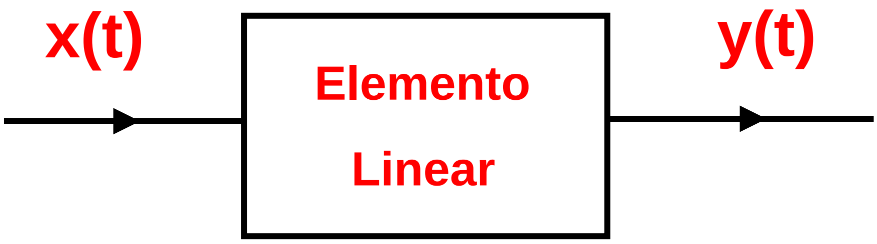
$$R_{12} = \frac{R_{10}\, R_{20}}{R_Y} \qquad R_{23} = \frac{R_{20}\, R_{30}}{R_Y} \qquad R_{31} = \frac{R_{30}\, R_{10}}{R_Y}$$

$$G_Y = G_{10} + G_{20} + G_{30}$$

$$R_Y = \frac{1}{G_Y}$$

Para $R_{10} = R_{20} = R_{30}$ então $R_{estrela} = \frac{1}{3} R_{triângulo}$

LINEARIDADE



• *HOMOGENEIDADE :*

$$K.\, x(t) \rightarrow K.\, y(t)$$

• *ADITIVIDADE :*

Se : $\begin{cases} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{cases}$

Então : $\begin{cases} x_1(t) + x_2(t) \rightarrow \\ \quad y_1(t) + y_2(t) \end{cases}$

CONSEQUÊNCIAS :

- Proporcionalidade entre excitação e resposta
- Superposição

$$K_1.\, x_1(t) + K_2.\, x_2(t) \rightarrow K_1.\, y_1(t) + K_2.\, y_2(t)$$

TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

REDE LINEAR

VÁRIAS EXCITAÇÕES

RESPOSTA = $\sum$ respostas devidas a cada gerador independente, com os demais desativados

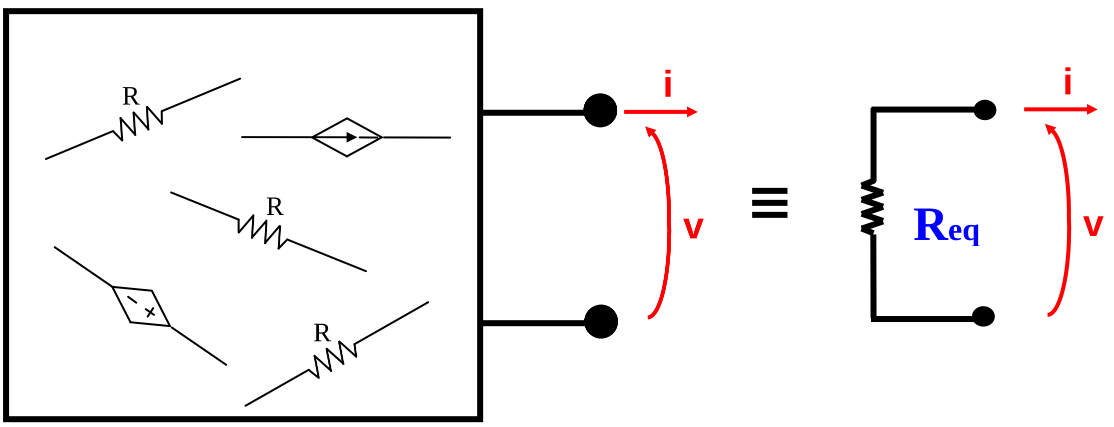
Fonte de Tensão = curto-circuito

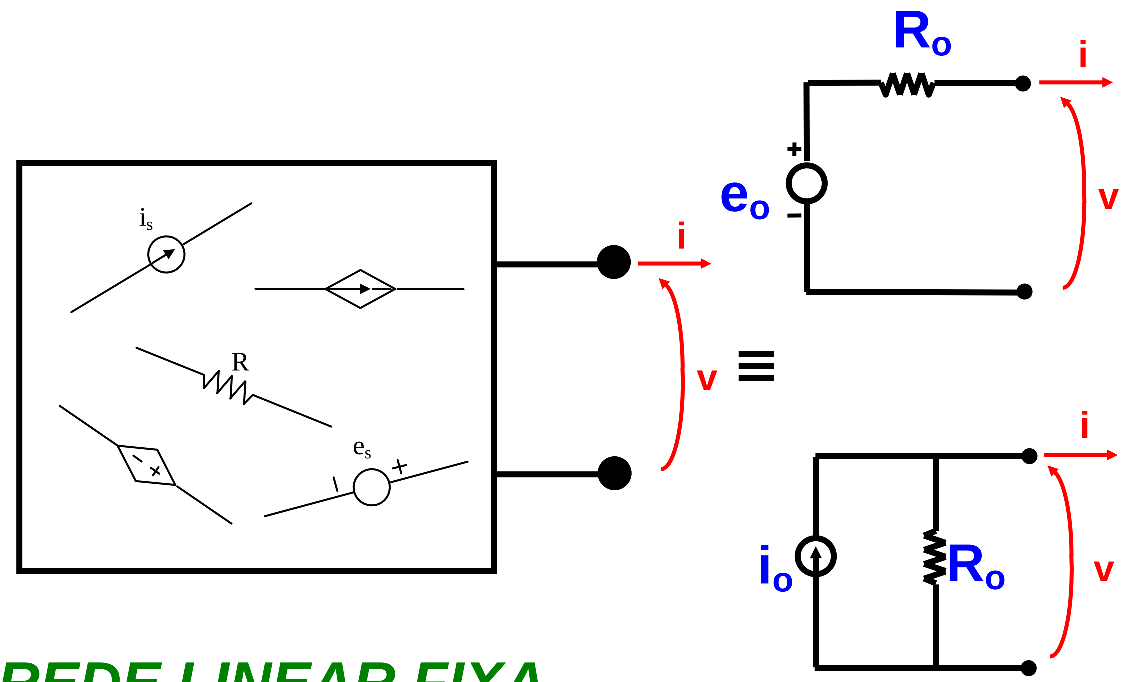
Fonte de Corrente = circuito aberto

ATENÇÃO : Nunca inativar

gerador vinculado

TEOREMAS DE THÉVENIN E DE NORTON





REDE LINEAR FIXA

$$R_o = \frac{e_o}{i_o} \qquad i_o = \frac{e_o}{R_o}$$

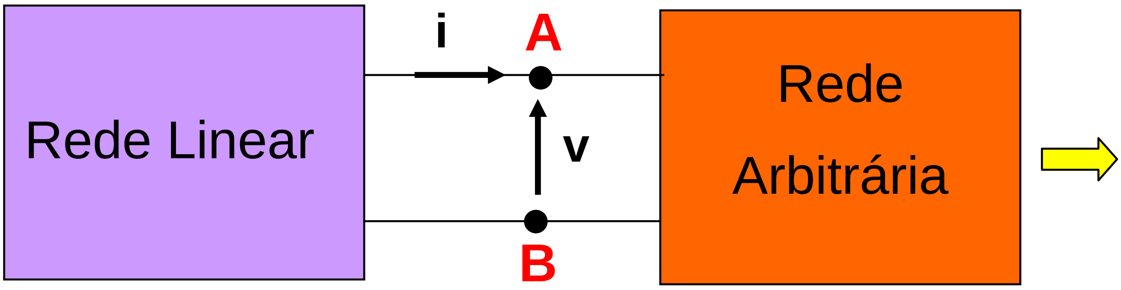
Leon-Charles Thévenin (1857-1927)

Engenheiro telegráfico, oficial e educador francês (École Polytechnique), famoso por seu teorema publicado em 1883. Trabalhou ativamente no estudo e projeto de sistemas telegráficos (incluindo transmissão subterrânea), capacitores cilíndricos e eletromagnetismo.

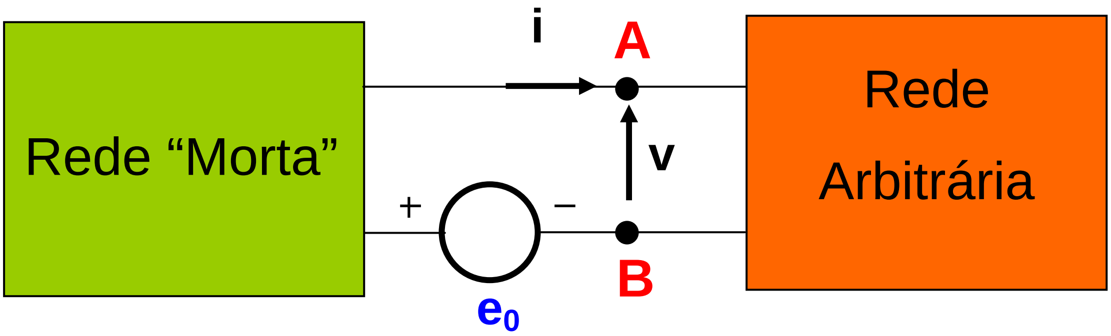
Edward L. Norton (1898-1983)

Engenheiro elétrico, cientista e inventor americano, da Bell Laboratories. Propôs em 1926, na AT&T, o dual do teorema de Thévenin, para facilitar o projeto de instrumentos de gravação, operados por corrente. Realizou pesquisas nas áreas de circuitos, sistemas acústicos, telefonia e transmissão de dados. Obteve 19 patentes com seus trabalhos.

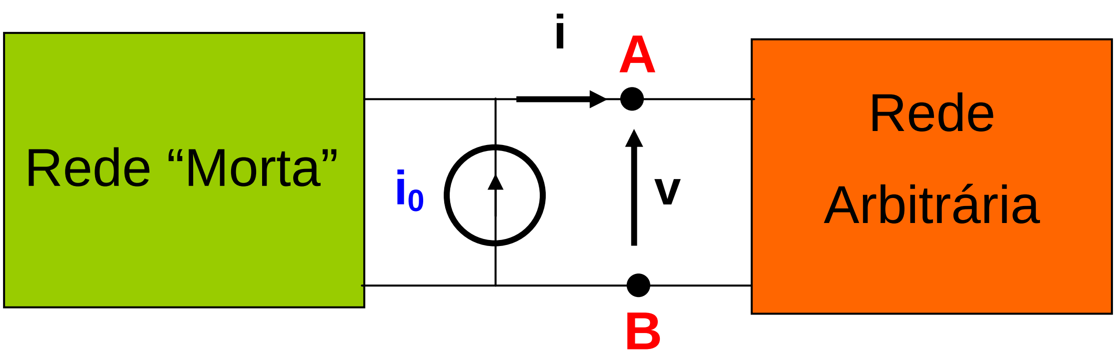
TEOREMAS DE THÉVENIN E DE NORTON



Thévenin:



Norton:



Rede "Morta" = **Rede linear** inativada

e_0 = tensão em aberto produzida pela **rede linear** entre os terminais **A** e **B**

i_0 = corrente de curto produzida pela **rede linear** entre os terminais **A** e **B**

Aplicação dos Teoremas de Thévenin e Norton

1- Circuito com Resistores e Geradores independentes:

- Calcular e_o ou i_o com geradores ativados
- Calcular R_o com geradores desativados

2- Circuito com Resistores e Geradores vinculados (nenhum gerador independente)

- $e_o = i_o = 0$
- Calcular R_o impondo tensão e calculando corrente (ou vice-versa)

3- Circuito com Resistores e Geradores vinculados e Geradores independentes

- Calcular e_o
- Calcular i_o
- Calcular $R_o = e_o / i_o$