

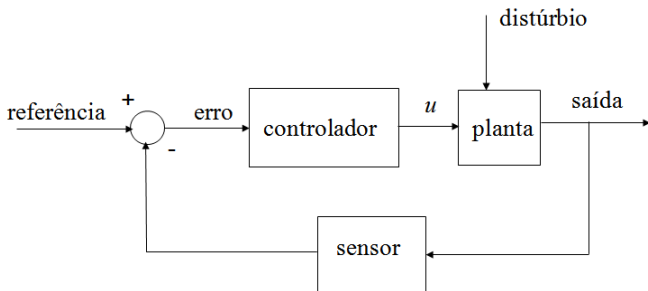
SEM 536 - Sistemas de Controle I

Aula 2 - B - Função Transferência

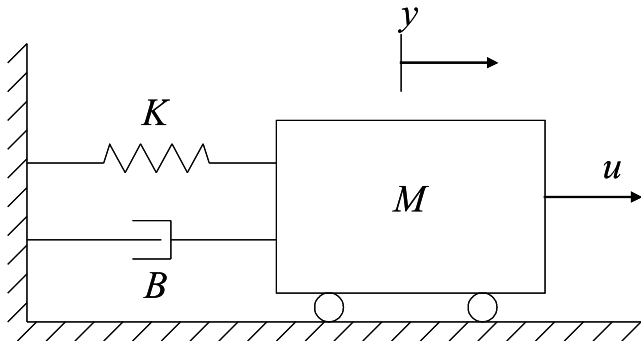
Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Estrutura básica de um sistema realimentado



- Considere o seguinte sistema mecânico:



- Equação do movimento

$$M\ddot{y}(t) + B\dot{y}(t) + Ky(t) = u(t)$$

sendo M a massa, B a constante do amortecedor, K a constante de rigidez da mola

- Aplicando a propriedade da Diferenciação:

$$\mathcal{L}[\dot{f}] = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}[\ddot{f}] = s^2F(s) - sf(0) - \dot{f}(0)$$

- Com condições iniciais nulas, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$:

$$M\ddot{y}(t) + B\dot{y}(t) + Ky(t) = u(t)$$

↓

$$Ms^2Y(s) + BsY(s) + KY(s) = U(s)$$

- Sistema massa-mola-amortecedor:

$$Ms^2Y(s) + BsY(s) + KY(s) = U(s)$$

- Função Transferência, $G(s)$

$$Y(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}$$

- Resposta ao impulso: $u(t) = \delta(t)$
- Transformada de Laplace: $U(s) = 1$
- Resposta da planta:

$$Y(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}$$

A Função Transferência é igual à Transformada de Laplace da resposta ao Impulso

- Exemplo: $M = 1$ kg, $B = 5$ Ns/m, $K = 4$ N/m

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 4}$$

- Resposta ao impulso:

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 4} = \frac{1}{3(s + 1)} - \frac{1}{3(s + 4)}$$

- Resposta no tempo

$$y(t) = \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t}$$

- Resposta ao degrau unitário ($U(s) = \frac{1}{s}$):

$$Y(s) = \frac{1}{s(s^2 + 5s + 4)} = \frac{1}{4s} - \frac{1}{3(s + 1)} + \frac{1}{12(s + 4)}$$

- Resposta no tempo

$$y(t) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{12}e^{-4t}$$