

ZAB0461 - Cálculo IV

6ª Lista de Exercícios

Em cada um dos Problemas a seguir, mostre que a equação diferencial possui um ponto singular regular em $x = 0$ e determine duas soluções para $x > 0$.

1) $x^2y'' + xy' + 2xy = 0$

2) $x^2y'' + 4xy' + (2 + x)y = 0$

3) $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0$

4) $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$

5) Encontre duas soluções para a equação de Bessel de ordem $3/2$.

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - 9/4)y = 0, \quad x > 0$$

6) Mostre que a equação de Bessel de ordem meio

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0, \quad x > 0$$

pode ser reduzida a equação

$$v'' + v = 0$$

pela mudança da variável $y = x^{-1/2}v(x)$. Conclua disso que $y_1(x) = x^{-1/2}\cos x$ e $y_2(x) = x^{-1/2}\sin x$ são soluções da equação de Bessel de ordem meio.

7) Considere a equação de Bessel de ordem v ,

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - v^2)y = 0$$

onde v é real e positivo.

a) Mostre que $x = 0$ é um ponto singular regular.

b) Determine as raízes da equação indicial.

c) Encontre os primeiros 4 termos não nulos correspondente a raiz maior.

d) Se $2v$ não for inteiro, encontre os 4 primeiros termos não nulos da segunda solução.