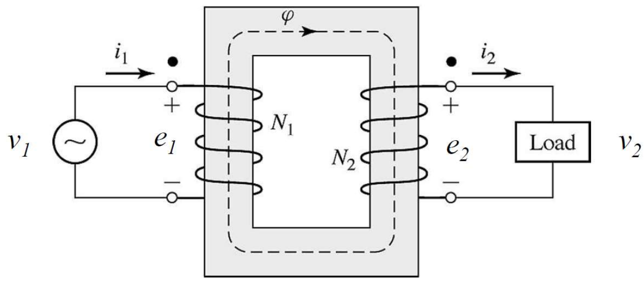
Transformadores

Modelo Equivalente e Ensaios

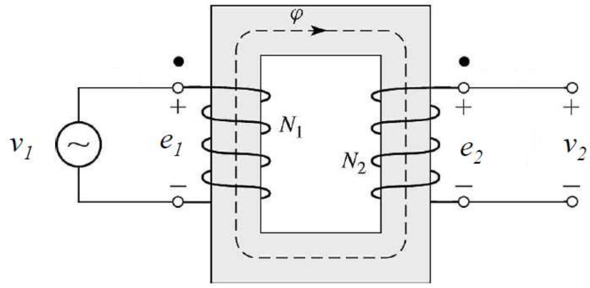
Carlos Frederico Meschini Almeida

Transformador Ideal (Revisão)



- Transformador Ideal (**sem Perdas**)
  - A resistência dos enrolamentos são desprezíveis
  - Não há dispersão (todo o fluxo magnético é confinado ao núcleo)
  - A permeabilidade magnética do núcleo é infinita (corrente de magnetização é nula)
  - Não há perdas no núcleo

Transformador Ideal (Revisão)



- Transformador ideal em vazio ($i_2 = 0$)

$$\begin{cases} v_1 = e_1 = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \dfrac{d\phi}{dt} \\ v_2 = e_2 = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \dfrac{d\phi}{dt} \end{cases}$$

Transformador Ideal (Revisão)

- Desta forma, temos:

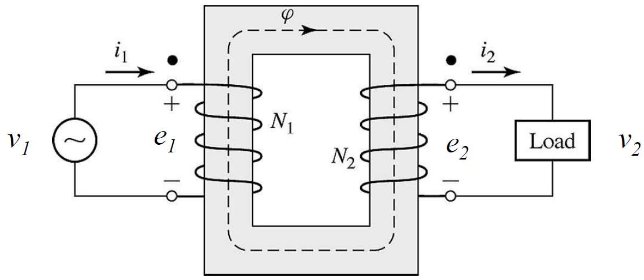
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1 \dfrac{d\phi}{dt}}{N_2 \dfrac{d\phi}{dt}} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

- Onde: $a = N_1/N_2$ é a relação de espiras do transformador, também chamada de relação de transformação
- Para tensões senoidais, fasorialmente, temos: $\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \dfrac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \dfrac{N_1}{N_2} = a$
- Portanto: $\dot{V}_1 = a\dot{V}_2$

$a < 1 \quad \Rightarrow \quad |\dot{V}_1| < |\dot{V}_2| \quad \Rightarrow$ transformador elevador

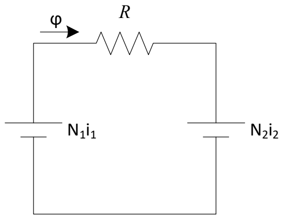
$a > 1 \quad \Rightarrow \quad |\dot{V}_1| > |\dot{V}_2| \quad \Rightarrow$ transformador abaixador

Transformador Ideal (Revisão)



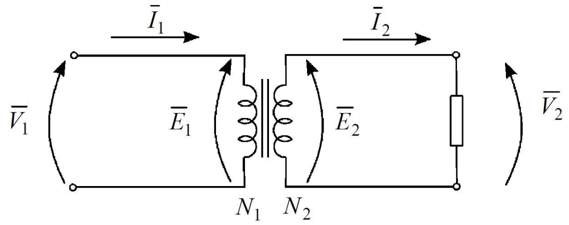
- Transformador ideal em carga ($i_2 \neq 0$)
  - Com carga no secundário, existe uma corrente i_2 no mesmo que cria uma *fmm* $\mathbf{N_2\ i_2}$ que tende a alterar o fluxo no núcleo (desmagnetizando o núcleo). Portanto, o equilíbrio entre as forças magnetomotrizes será perturbado

Transformador Ideal (Revisão)



- A equação do circuito magnético é dada por: $N_1 i_1 - N_2 i_2 = \Re\phi$
- Como a permeabilidade é infinita, temos: $\Re = l/(\mu A) = 0$
- Logo: $N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$ ou $N_1 i_1 = N_2 i_2$ ou $\dfrac{i_1}{i_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{1}{a}$
- Fasorialmente: $\dfrac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{1}{a}$ ou $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{I}_2}{a}$

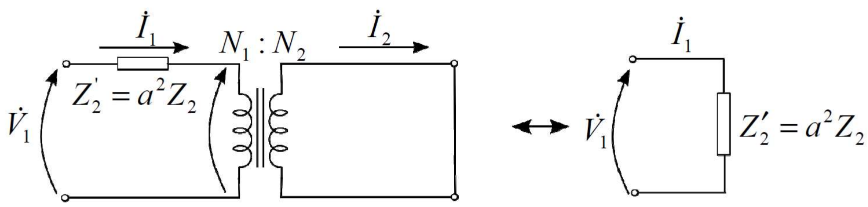
Transformador Ideal (Revisão)



- Transformador ideal – Transformação de Impedância
  - Com base no circuito acima, temos que a impedância nos terminais do secundário é dada por:
$$Z_2 = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}$$
  - Analogamente, a impedância equivalente vista dos terminais do primário (vista pela fonte):
$$Z_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}$$

Transformador Ideal (Revisão)

- Assim, temos:
$$Z_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{a\dot{V}_2}{\dot{I}_2/a} = a^2\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = a^2 Z_2 = Z_2'$$
- A impedância conectada aos terminais do secundário produz no primário o mesmo efeito que uma impedância equivalente $\boldsymbol{Z'_2}$ conectada aos terminais do primário de valor $\boldsymbol{a^2 Z_2 = (N_1/N_2)^2 Z_2}$
- $\boldsymbol{Z'_2}$ é chamada de impedância do secundário **refletida** no primário

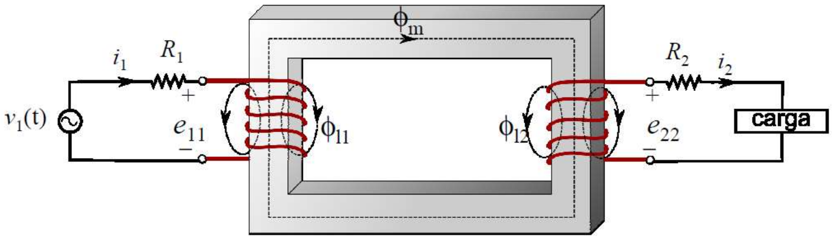


Transformador Real

- Transformador Real (**com Perdas**)
  - A resistência dos enrolamentos NÃO são desprezíveis
  - Há dispersão (parte o fluxo magnético NÃO é confinado ao núcleo)
  - A permeabilidade magnética do núcleo é FINITA (corrente de magnetização NÃO é nula)
  - Há perdas no núcleo (correntes parasitas e histerese)

- Como modelar essas perdas no circuito elétrico equivalente?

Transformador Real



$\phi_m \rightarrow$ fluxo mútuo produzido pelo efeito combinado das correntes do primário e do secundário

$\phi_{l1} \rightarrow$ fluxo de dispersão do primário

$\phi_{l2} \rightarrow$ fluxo de dispersão do secundário

$R_1 \rightarrow$ resistência do enrolamento do primário

$R_2 \rightarrow$ resistência do enrolamento do secundário

Transformador Real

- Como a permeabilidade é finita ($\Re \neq 0$), temos:

$$fmm_{\text{líquida}} = \Re_m \phi_m = N_1 i_1 - N_2 i_2 \qquad \phi_m = \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{\Re_m}$$

- Os fluxos totais concatenados pelo primário e secundário são, respectivamente: $\phi_1 = \phi_{l1} + \phi_m$ e $\phi_2 = -\phi_{l2} + \phi_m$
- Sendo os fluxos concatenados com os enrolamentos do primário e secundário dados por: $\lambda_1 = N_1 \phi_1$ e $\lambda_2 = N_2 \phi_2$
- Logo, temos:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + e_{11} = R_1 i_1 + \dfrac{d\lambda_1}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + e_{22} = -R_2 i_2 + \dfrac{d\lambda_2}{dt} \end{cases}$$

Transformador Real

- Onde:

$$\begin{cases} e_{11} = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \dfrac{d(\phi_{l1} + \phi_m)}{dt} = N_1 \dfrac{d\phi_{l1}}{dt} + N_1 \dfrac{d\phi_m}{dt} \\ e_{22} = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \dfrac{d(-\phi_{l2} + \phi_m)}{dt} = -N_2 \dfrac{d\phi_{l2}}{dt} + N_2 \dfrac{d\phi_m}{dt} \end{cases}$$

- Assim, podemos escrever:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + N_1 \dfrac{d\phi_{l1}}{dt} + N_1 \dfrac{d\phi_m}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 - N_2 \dfrac{d\phi_{l2}}{dt} + N_2 \dfrac{d\phi_m}{dt} \end{cases}$$

Transformador Real

- Podemos definir as *fem's* induzidas pelo fluxo mútuo como:

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad \text{e} \quad e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

- Podemos definir as indutâncias de dispersão dos enrolamentos

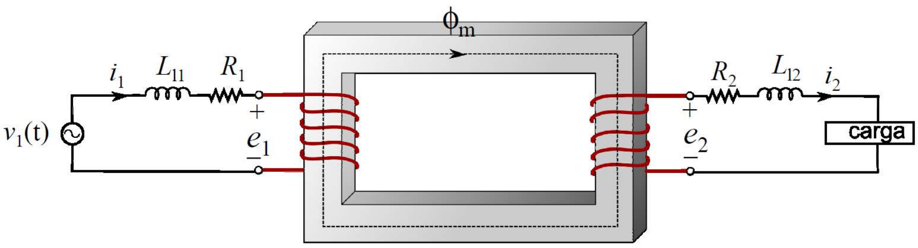
(L=λ/i): $L_{l1} = \dfrac{N_1 \phi_{l1}}{i_1}$ e $L_{l2} = \dfrac{N_2 \phi_{l2}}{i_2}$

reescrevendo, temos: $\phi_{l1} = \dfrac{L_{l1}}{N_1} i_1$ e $\phi_{l2} = \dfrac{L_{l2}}{N_2} i_2$

- Logo:

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + N_1 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{L_{l1} i_1}{N_1}\right) + e_1 \\ v_2 = -R_2 i_2 - N_2 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{L_{l2} i_2}{N_2}\right) + e_2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_{l1} \dfrac{d}{dt} i_1 + e_1 \\ v_2 = -R_2 i_2 - L_{l2} \dfrac{d}{dt} i_2 + e_2 \end{cases}$$

Transformador Real



- Fasorialmente:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_{l1} \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \\ \dot{V}_2 = -R_2 \dot{I}_2 - j\omega L_{l2} \dot{I}_2 + \dot{E}_2 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_{l1} \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \\ \dot{V}_2 = -R_2 \dot{I}_2 - jX_{l2} \dot{I}_2 + \dot{E}_2 \end{cases}$$

Transformador Real

- Definindo-se:

$$Z_1 = R_1 + j\,X_{l1} = \text{ impedância interna do primário}$$
$$Z_2 = R_2 + j\,X_{l2} = \text{ impedância interna do secundário}$$

- Tem-se:

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{V}_1 - Z_1\dot{I}_1 \\ \dot{E}_2 = \dot{V}_2 + Z_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

- Sabendo:

$$e = N\frac{d\phi}{dt} \longrightarrow e = \omega N\phi_M \operatorname{sen}\omega t \longrightarrow e = E_M \operatorname{sen}\omega t$$

$$E_M = \omega N\phi_M = 2\pi f N\phi_M \qquad E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = 4{,}44 f N\phi_M$$

Transformador Real

- Logo:

$$E_1 = 4{,}44\, f N_1 \phi_m$$

e

$$E_2 = 4{,}44\, f N_2 \phi_m$$

- Portanto:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

A relação de espiras é igual a relação entre as tensões induzidas pelo fluxo mútuo nos enrolamentos primário e secundário

Transformador Real

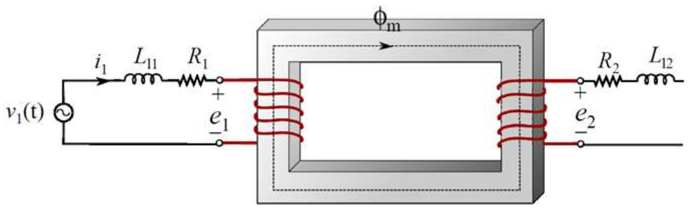
- Corrente de Excitação
  - É conveniente decompor a corrente do primário em duas componentes

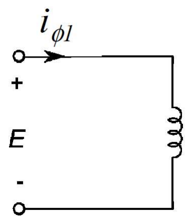
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_\phi + \dot{I}_2'$$

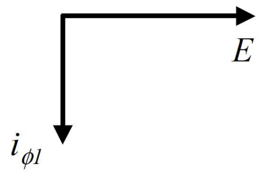
  - Onde:
    - $\dot{I}_2'$ componente da corrente de carga do primário (corrente I_2, de carga do secundário, refletida ao primário)
    - $\dot{I}_\phi$ componente da corrente de excitação que produz o fluxo magnético mútuo

Transformador Real

- Corrente de Excitação
  - Desprezando-se as perdas no núcleo

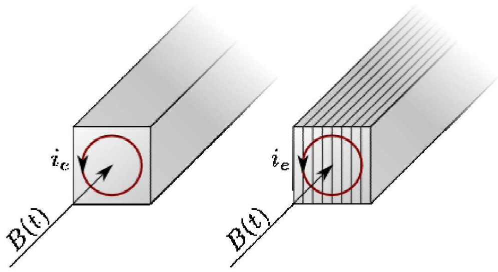






Transformador Real

- Perdas no núcleo (ferro)
  - Correntes parasitas: são corrente induzidas no material ferromagnético devido à ação do campo magnético variável que atravessa o núcleo

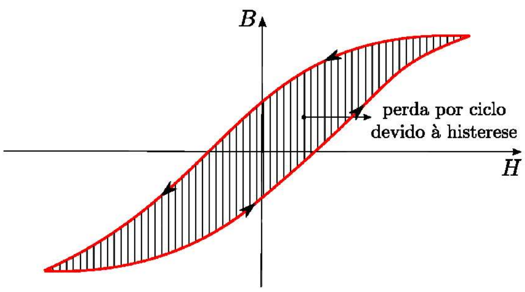


$$P_e = K_e B_{\max}^2 f^2$$

  - Onde $\boldsymbol{K_e}$ é uma constante cujo valor depende do material e da espessura das lâminas que compõem o núcleo

Transformador Real

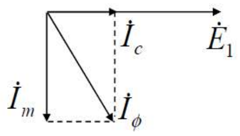
- Perdas no núcleo (ferro)
  - Histerese: quando o material magnético é submetido a uma campo magnético alternado, os dipolos magnéticos se atritam para inverter sua polaridade norte-sul a cada ciclo. Esse atrito constante aquece o material ferromagnético, gerando perdas por calor

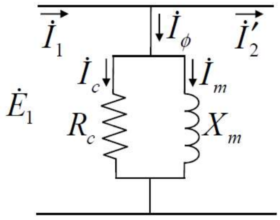


$$P_h = K_h B_{\max}^n f$$

Transformador Real

- Corrente de Excitação pode ser representada por:





  - Onde:

$R_c = \dfrac{\dot{E}_1^2}{P_c}$: representa as perdas no núcleo

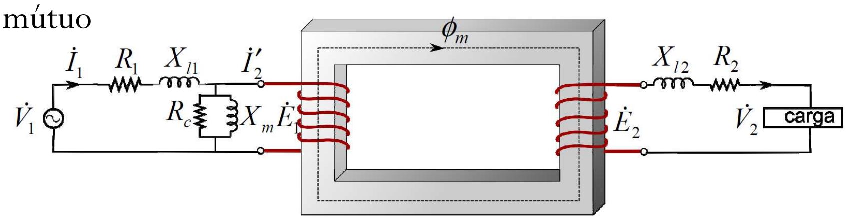
$X_m = \dfrac{\dot{E}_1^2}{Q_m}$: reatância de magnetização (produz o fluxo)

P_c : perdas no núcleo (ferro) em W

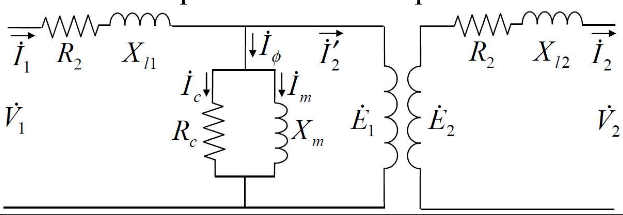
Q_c : potência reativa necessária para produzir o fluxo mútuo em VAr

Transformador Real

- O modelo final é corresponde ao transformador ideal acrescido de impedâncias externas para representação das perdas e do fluxo mútuo

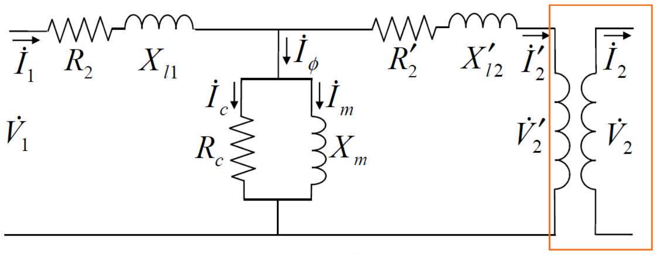


- O circuito elétrico equivalente é dado por:



Transformador Real

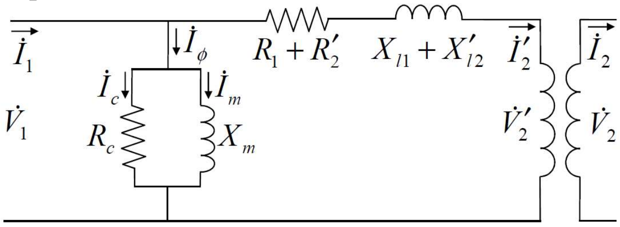
- Refletindo-se as quantidades do secundário para o primário



$$\begin{cases} \dot V_2' = a\dot V_2 \\ \dot I_2' = \dfrac{\dot I_2}{a} \\ R_2' = a^2 R_2 \\ X_{l2}' = a^2 X_{l2} \end{cases}$$

Transformador Real

- Como a queda de tensão na resistência e na reatância do primário é pequena, o ramo de excitação (ramo em derivação) pode ser deslocado para a **esquerda**, levando ao seguinte circuito aproximado

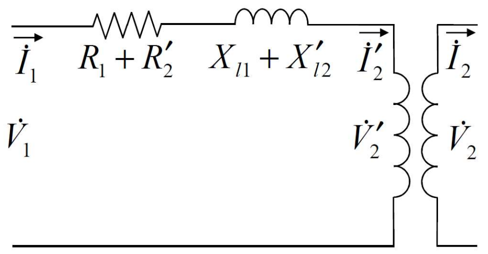


$$R_{eq} = R_1 + R_2'$$
$$X_{eq} = X_{l1} + X_{l2}'$$

- O ramo de excitação também pode ser deslocado para a **direita**
- Simplificação feita para permitir análise de desempenho do transformador

Transformador Real

- O erro introduzido devido à ausência de queda de tensão causada pela corrente de excitação é desprezível para transformadores de alta potência visto que a corrente de excitação é menor que 5% da corrente nominal (plena carga)



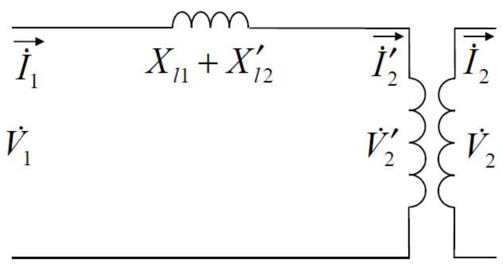
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2' = \frac{\dot{I}_2}{a}$$

Transformador Real

- Para transformadores de várias centenas de kVA ou mais, temos:

$$R_{eq} << X_{eq}$$

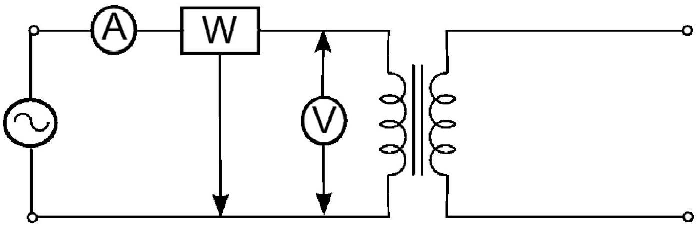
- Logo:



- Simplificações feitas para a análise de desempenho dos sistemas de potência com transformadores

Determinação do Parâmetros

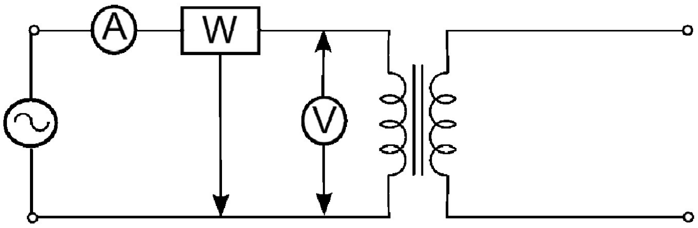
- Ensaio em Vazio



- Secundário é deixado em aberto e tensão nominal a frequência nominal é aplicada no primário
- Usualmente, o lado de baixa tensão é utilizado como primário (menor valor de tensão)
- Mede-se a tensão, a corrente e a potência ativa nos terminais do primário
- A corrente do primário é composta apenas pela corrente de excitação, cujo valor é pequeno. Portanto, a queda de tensão na impedância série pode ser desprezada

Determinação do Parâmetros

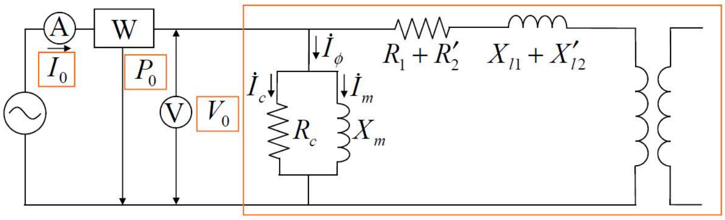
- Ensaio em Vazio



- Secundário é deixado em aberto e tensão nominal a frequência nominal é aplicada no primário
- Usualmente, o lado de baixa tensão é utilizado como primário (menor valor de tensão)
- Mede-se a tensão, a corrente e a potência ativa nos terminais do primário
- A corrente do primário é composta apenas pela corrente de excitação, cujo valor é pequeno. Portanto, a queda de tensão na impedância série pode ser desprezada

Determinação do Parâmetros

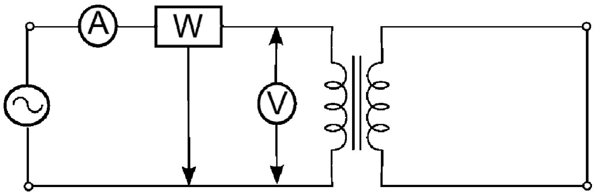
- Ensaio em Vazio – Circuito Equivalente



$$\begin{cases} R_c = \dfrac{V_0^2}{P_0} \\ I_c = \dfrac{V_0}{R_c} \\ I_m = \sqrt{I_0^2 - I_c^2} \\ X_m = \dfrac{V_0}{I_m} \end{cases}$$

Determinação do Parâmetros

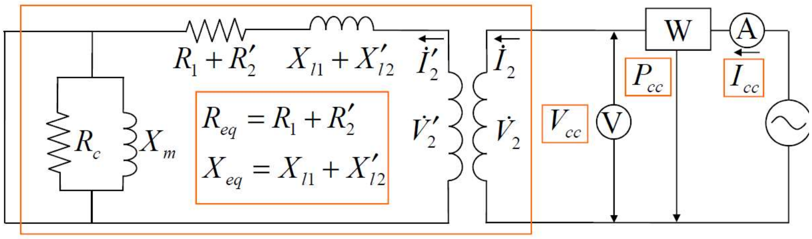
- Ensaio em Curto-circuito



- Secundário é curto-circuitado e tensão aplicada ao primário é gradualmente aumentada até se obter a corrente nominal no primário
- Usualmente, o lado de baixa tensão é curto-circuitado (menor valor de corrente nominal)
- Mede-se a tensão, a corrente e a potência ativa nos terminais do primário
- Como a tensão aplicada no primário é bastante reduzida, a corrente de magnetização também é bastante reduzida, se comparada com a corrente de carga. Logo, o efeito do ramo de excitação pode ser desprezado

Determinação do Parâmetros

- Ensaio em Curto-circuito – Circuito Equivalente



$$\begin{cases} R_{eq} = a^2 \dfrac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \\ Z_{eq} = a^2 \dfrac{V_{cc}}{I_{cc}} \\ X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} \end{cases}$$