



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Introdução aos Elementos de Máquinas**

**PMR 3320 - A02**

**Composição de tensões  
e Círculo de Mohr**

**2020.2**



## Cronograma de aulas

Dia	S	Aula	Tópico	Prof.
17.08	2ª	A1	<b>Introdução a disciplina</b> Modelagem, carregamento e equilíbrio	RS
24.08	2ª	A2	Composição de tensões Estado plano de tensões – Círculo de Mohr	RS
31.08	2ª	A3	Teorias de Falha: 2) Falha por deformação permanente: von Mises, Tresca, Coulomb-Mohr;	RS
07.09	2ª	---	<b>Feriado – Independência do Brasil</b>	
14.09	2ª	A4	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 1	RS
21.09	2ª	A5	Teorias de Falha: 3) Falha por fadiga: Parte - 2	RS
28.09	2ª	A6	Fixações cubo-eixo	RS
05.10	2ª	A7	Dimensionamento de Eixos	NG
12.10	2ª	---	<b>Feriado – Dia da Criança</b>	
19.10	2ª	A8	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Rebites	NG
26.10	2ª	A9	Especificação e dimensionamento de elementos de fixação: Parafusos	NG
02.11	2ª	A10	Especificação e dimensionamento de elementos de transmissão: Fusos	NG
09.11	2ª	A11	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 1	RS
16.11	2ª	A12	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Engrenagens: Parte - 2	RS
23.11	2ª	A13	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Mancais	RS
30.11	2ª	A17	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Molas	NG
07.12	2ª	A18	Análise e dimensionamento de componentes mecânicos: Acoplamentos e embreagens	NG
14.12	2ª		<b>Encerramento do semestre 2020-2</b>	



## Tópicos

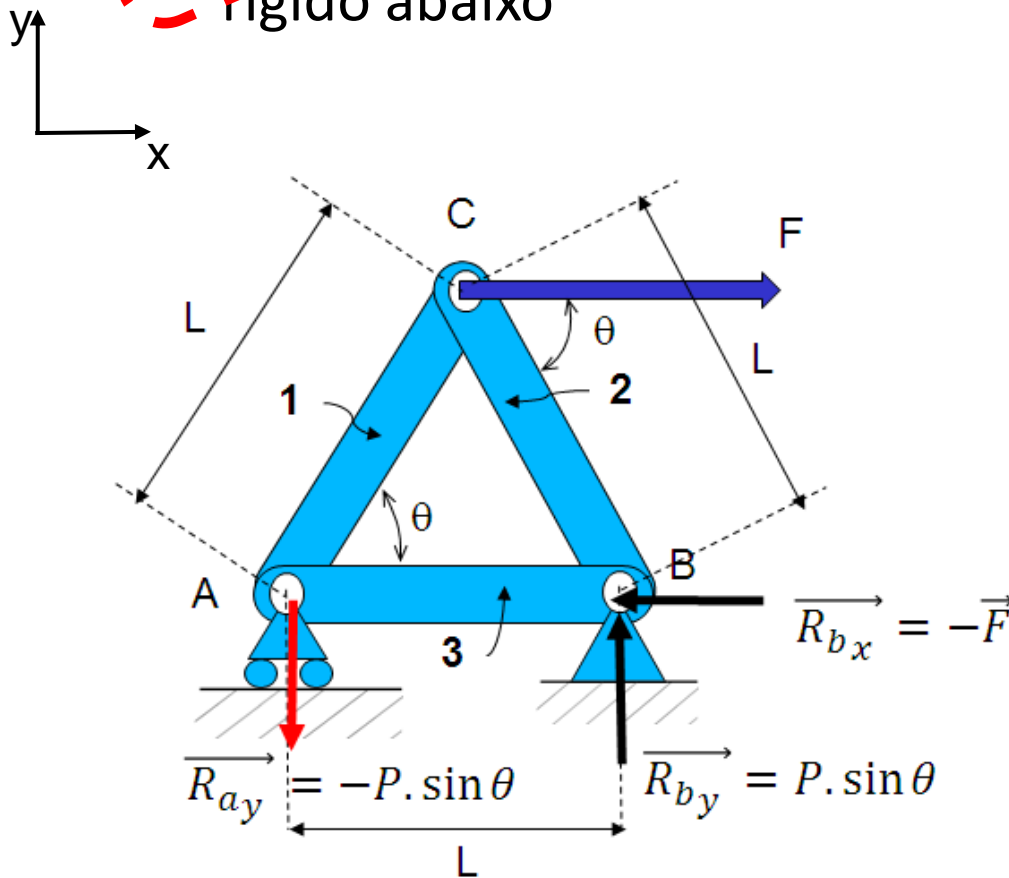
- ▶ Estado de tensão geral sobre um elemento
- ▶ Equações gerais para a tensão normal e cisalhante
- ▶ Tensões principais
- ▶ Transformações de tensões
- ▶ Circulo de Mohr
- ▶ Construção do círculo de Mohr
- ▶ Círculo de Mohr para o estado geral de Tensões
- ▶ Círculo de deformação de Mohr
- ▶ Relações adicionais entre tensão e deformação



**RELEMBRANDO!**

## Estado de tensão geral sobre um elemento

- Desenvolvendo as equações de equilíbrio estático para o corpo rígido abaixo



$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F} + \vec{R}_{bx} = 0$$

$$\vec{R}_{bx} = -\vec{F}$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{R}_{ay} + \vec{R}_{by} = 0$$

$$\vec{R}_{ay} = -P \cdot \sin \theta$$

$$\vec{R}_{by} = P \cdot \sin \theta$$

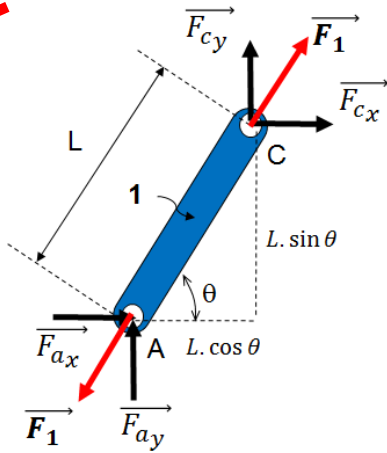
$$\sum \vec{M}_A = 0 \quad \vec{R}_{by} \cdot L + \vec{F} \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{4}L^2\right)} = 0$$

$$\vec{R}_{by} \cdot L + \vec{F} \cdot (L \cdot \sin \theta) = 0$$



**RELEBRANDO!**

## Resultantes Internas Análise individual dos esforços

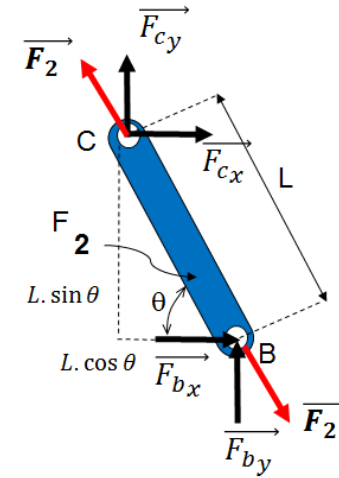
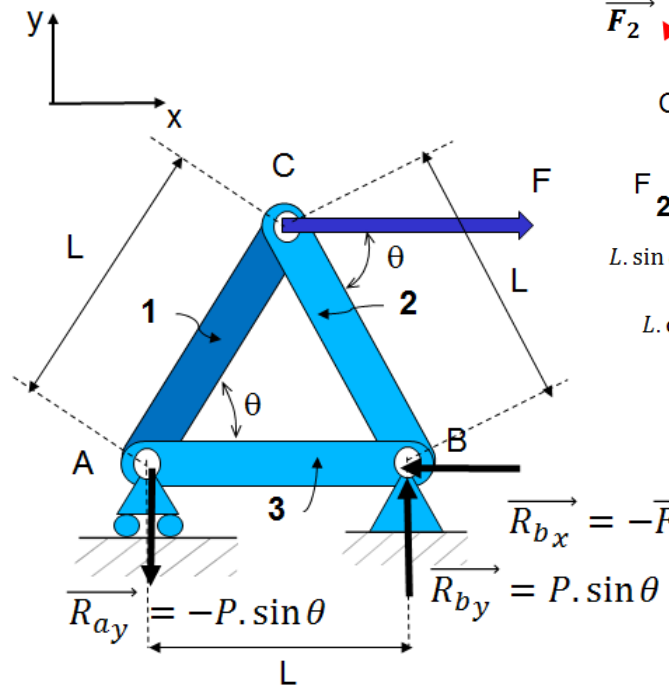


$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{ax} = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{ay} = 0$$

$$\sum \vec{M}_B = 0$$

$$-\vec{F}_{cy} \cdot L \cdot \cos \theta + \vec{F}_{cx} \cdot \sin \theta = 0$$

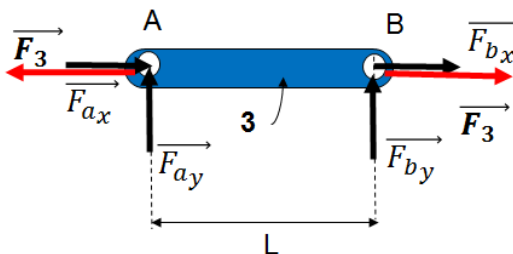


$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{bx} = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{by} = 0$$

$$\sum \vec{M}_B = 0$$

$$\vec{F}_{cy} \cdot L \cdot \cos \theta + \vec{F}_{cx} \cdot \sin \theta = 0$$



$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{ax} = 0$$

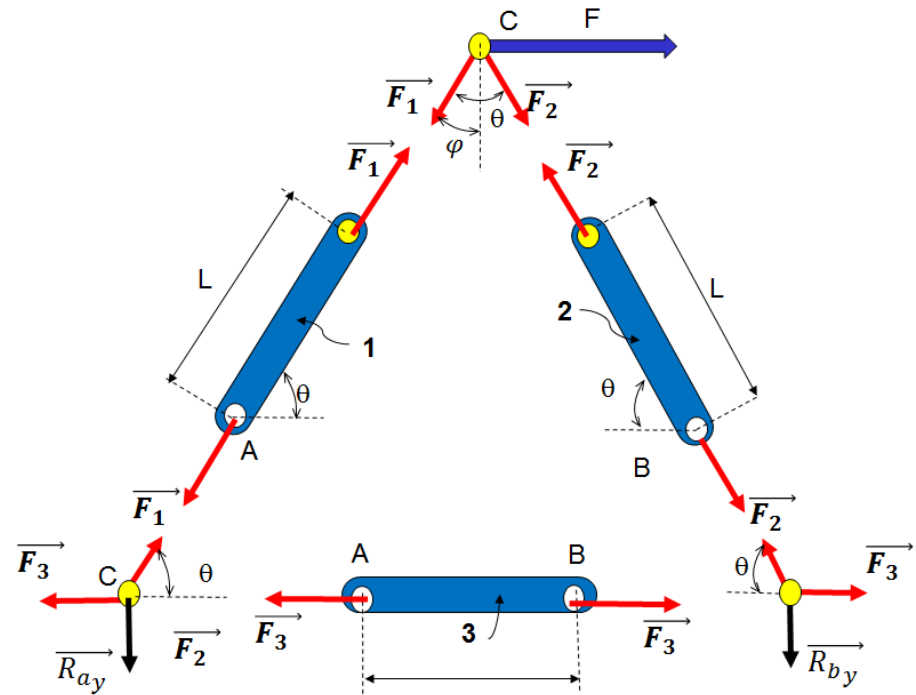
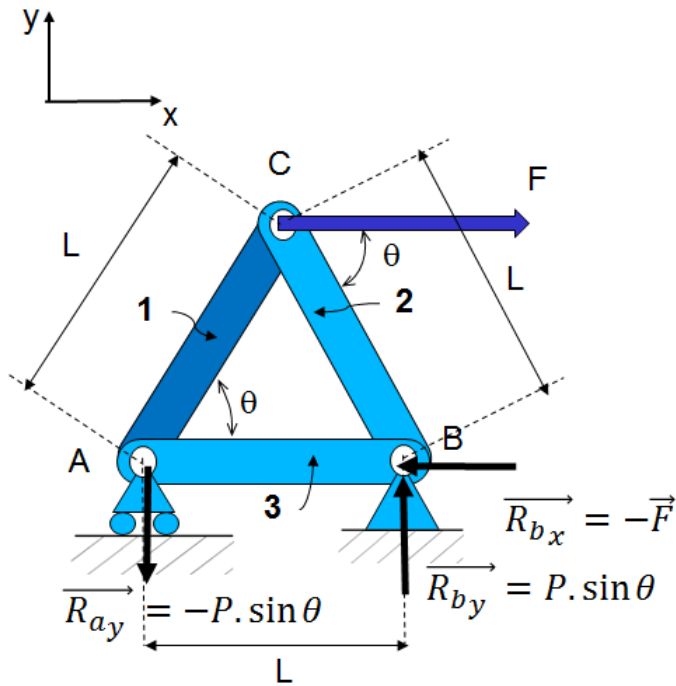
$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{ay} = 0$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \quad -\vec{F}_{by} \cdot L = 0$$



**RELEBRANDO!**

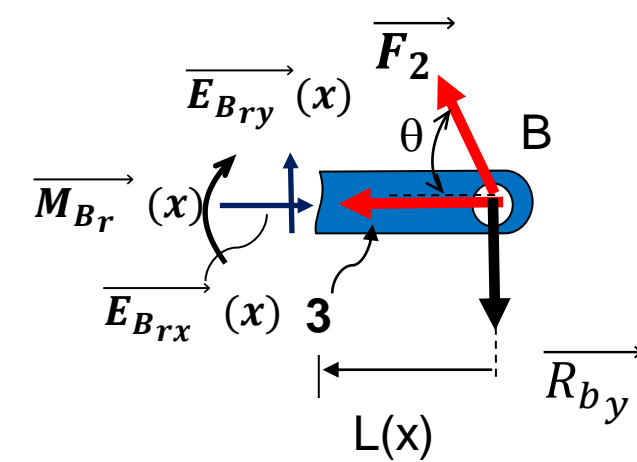
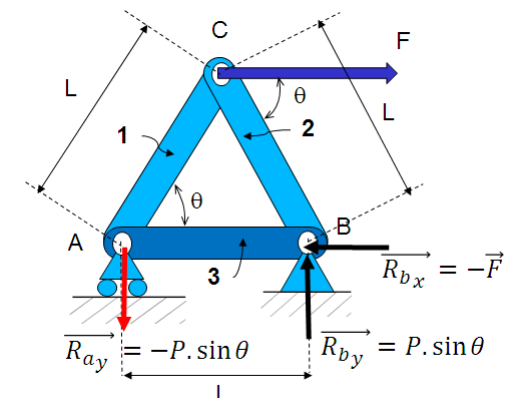
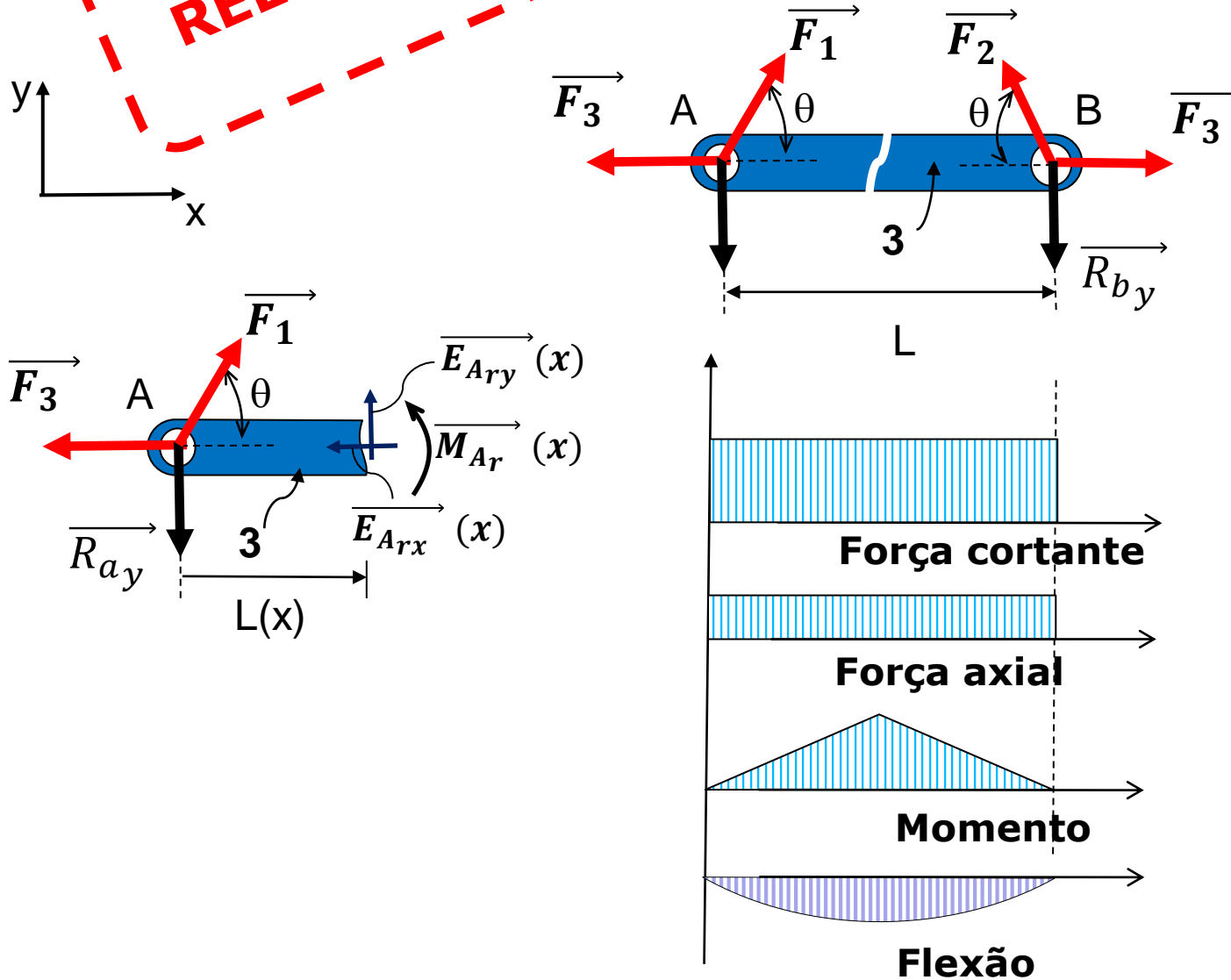
## Resultantes Internas Análise individual dos esforços





**RELEMBRANDO!**

## Diagrama de Esforços

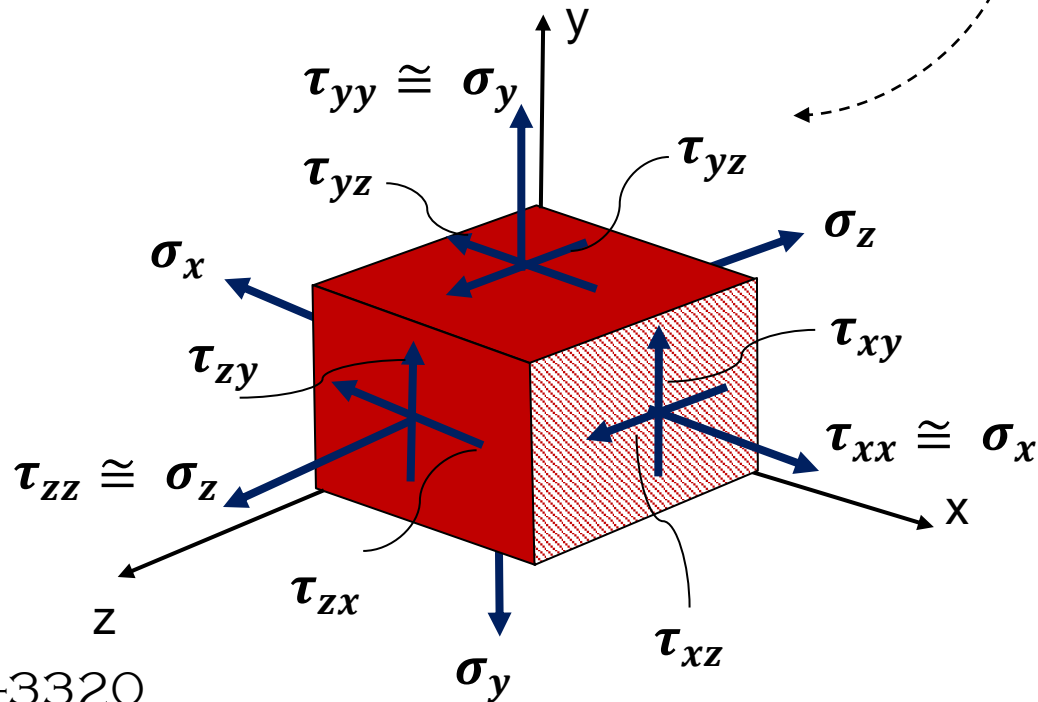
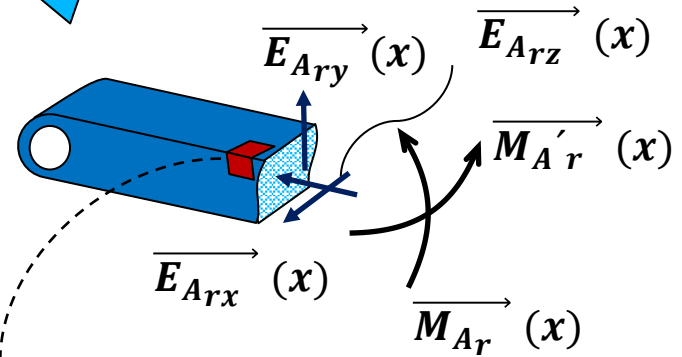
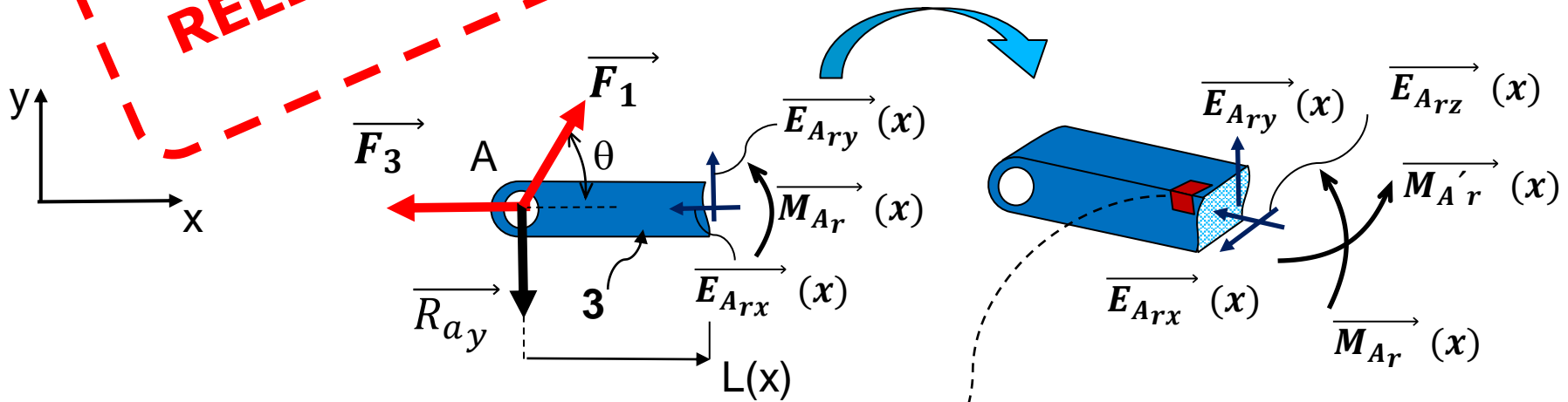






**RELEBRANDO!**

### Estado de tensão geral sobre um elemento



Estado de tensão geral sobre um elemento

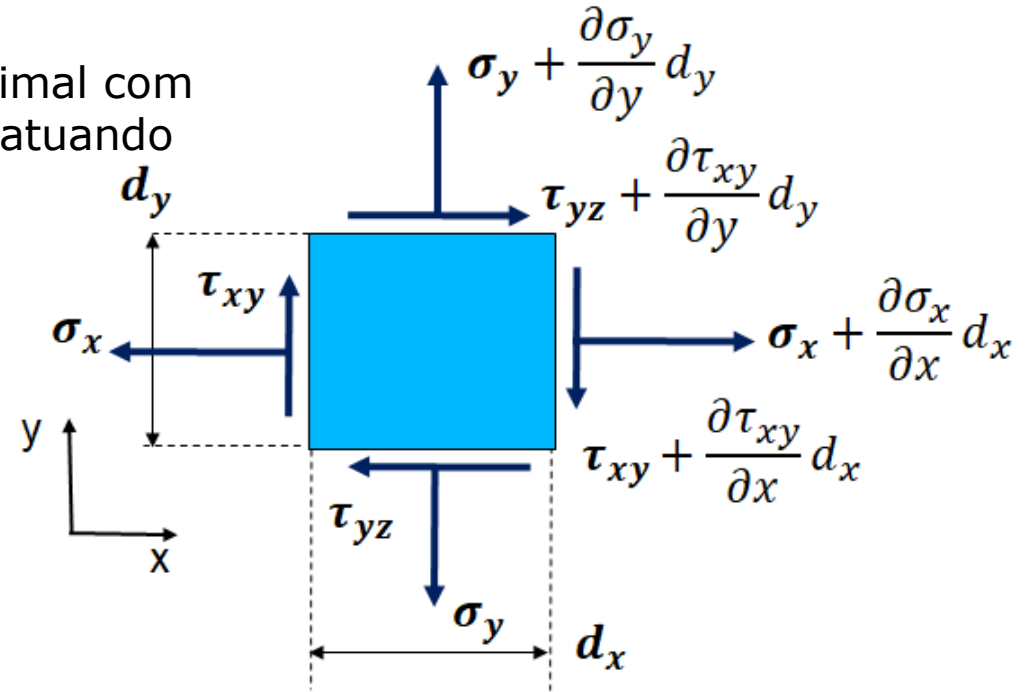
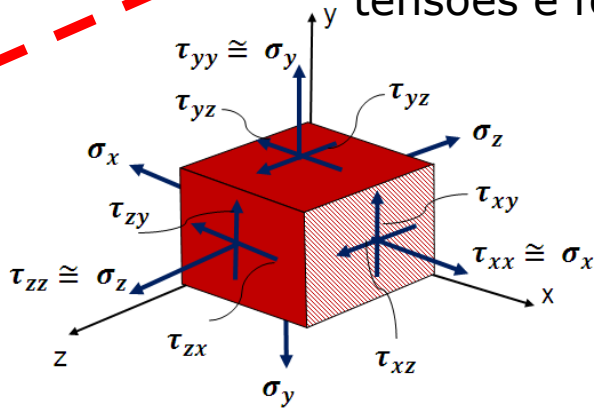




**RELEMBRANDO!**

## Estado de tensão geral sobre um elemento

Elemento infinitesimal com tensões e forças atuando



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

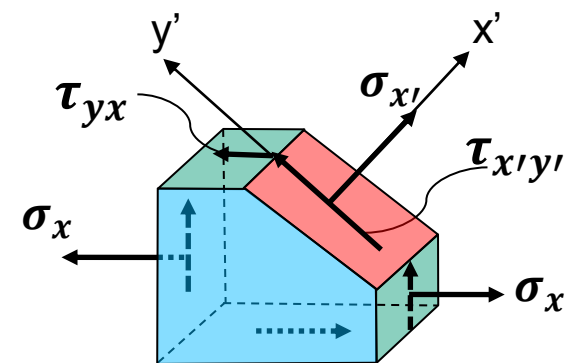
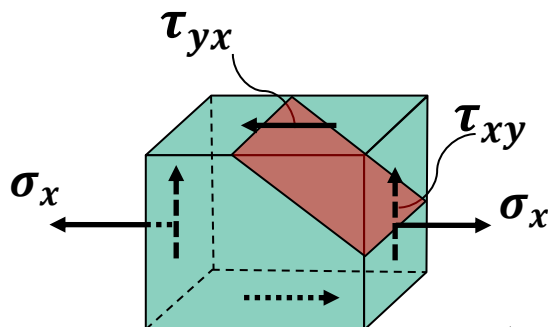
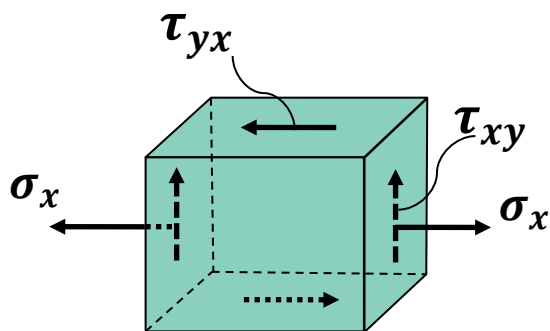
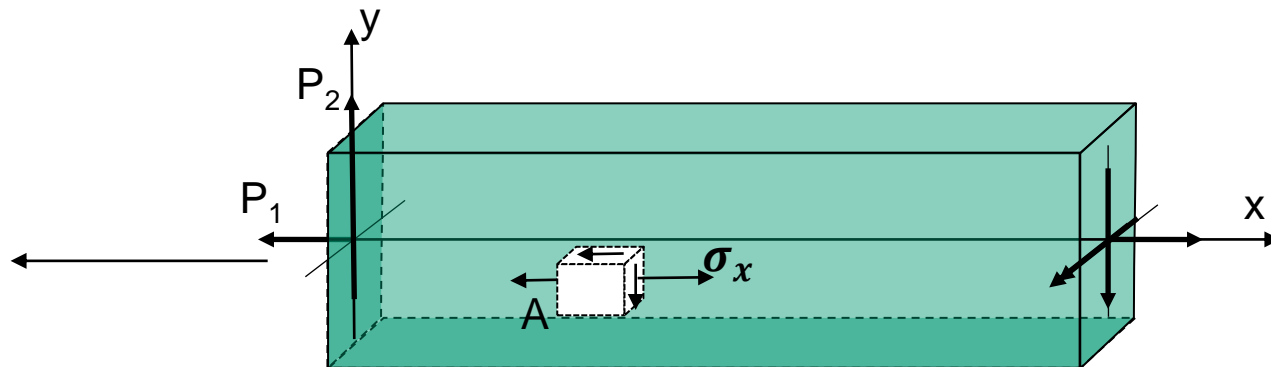


$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$



## Introdução

### Estado de tensão em um ponto sob diferentes planos

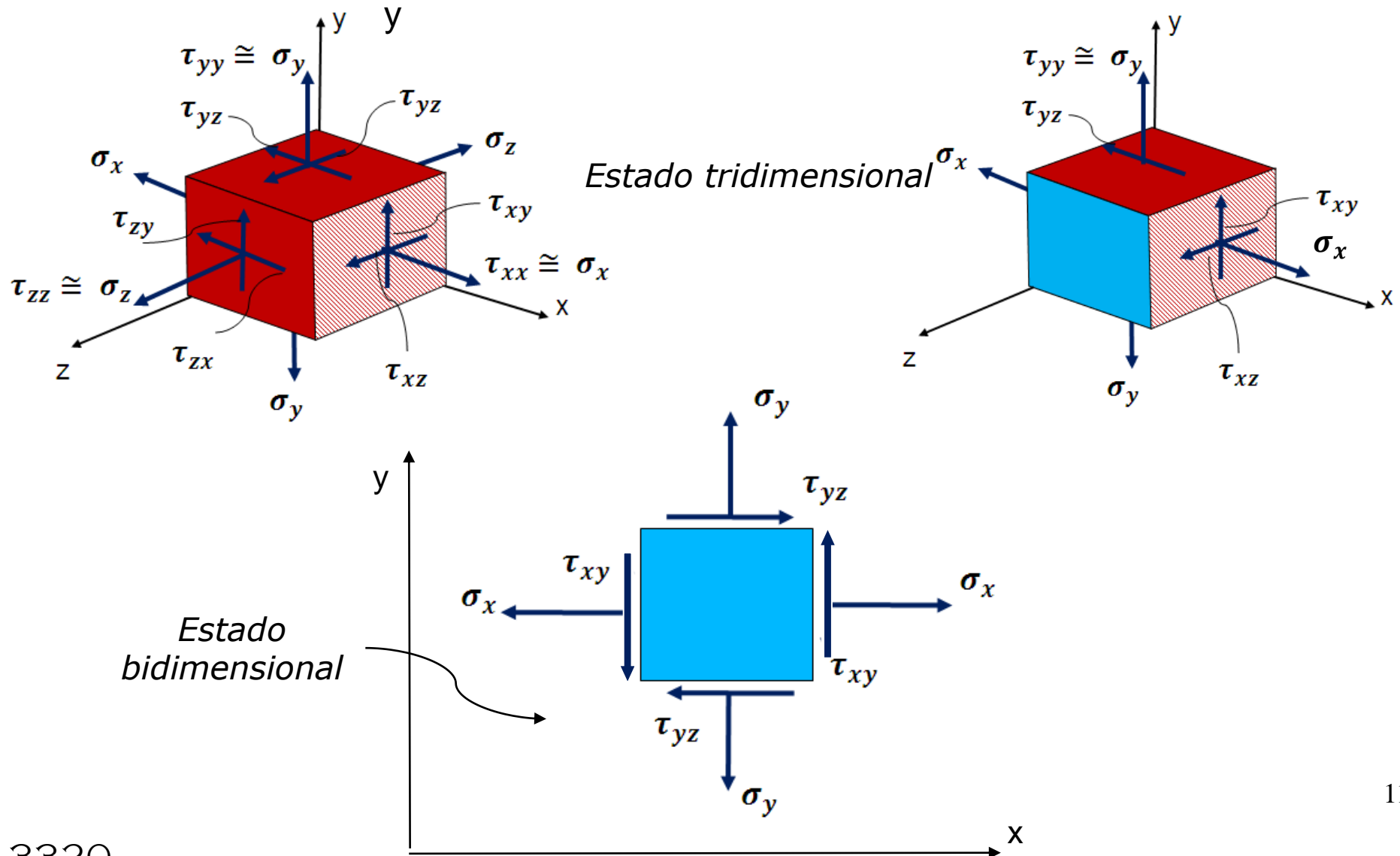


*Em muitos casos tensões normais e cisalhantes atuam simultaneamente*

*tensões que atuam em quaisquer planos*



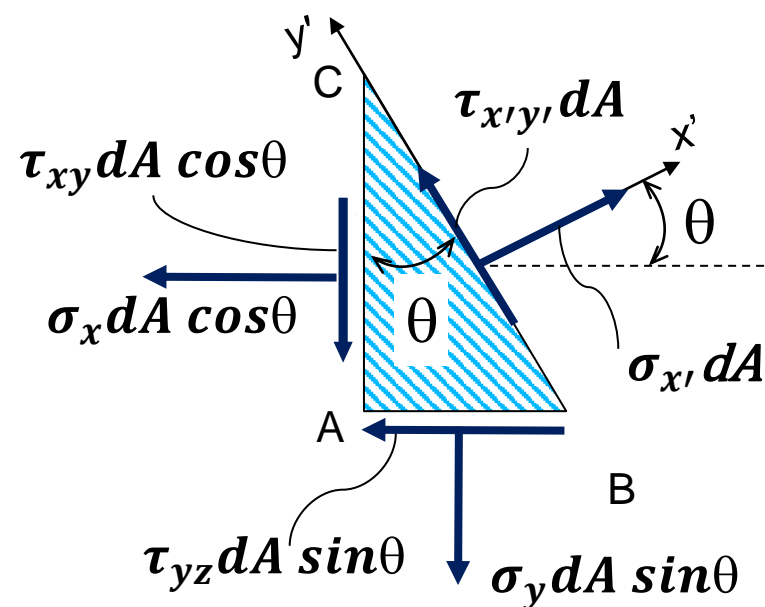
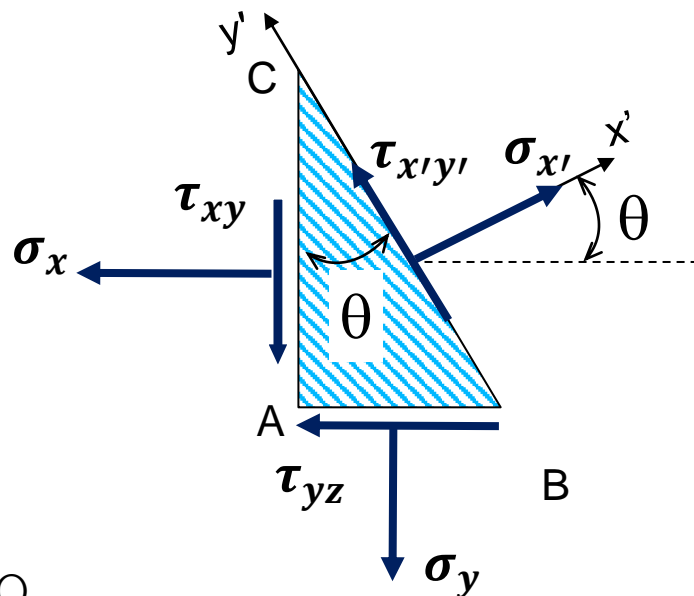
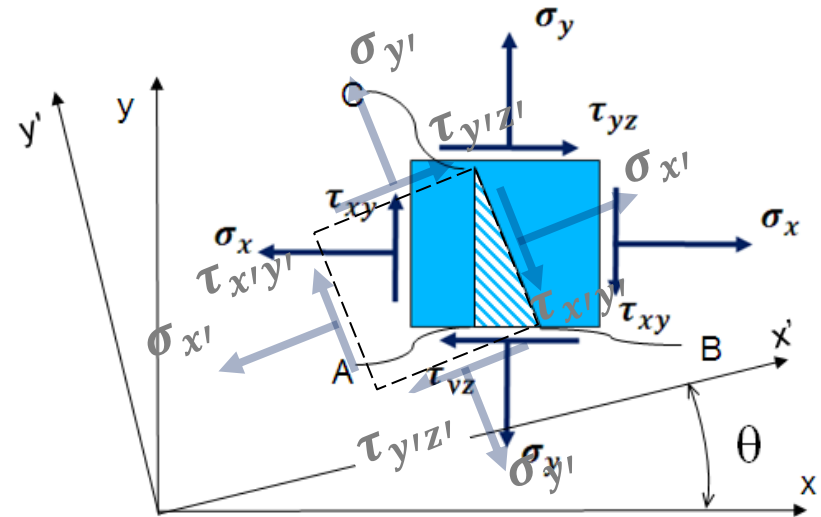
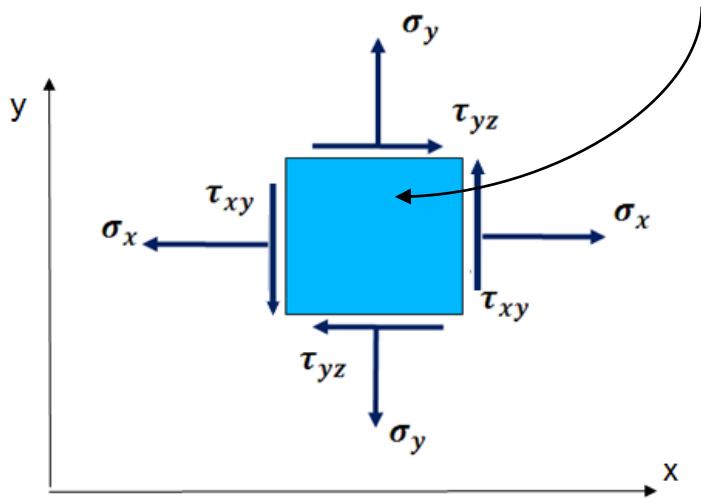
## Estado de tensão geral sobre um elemento





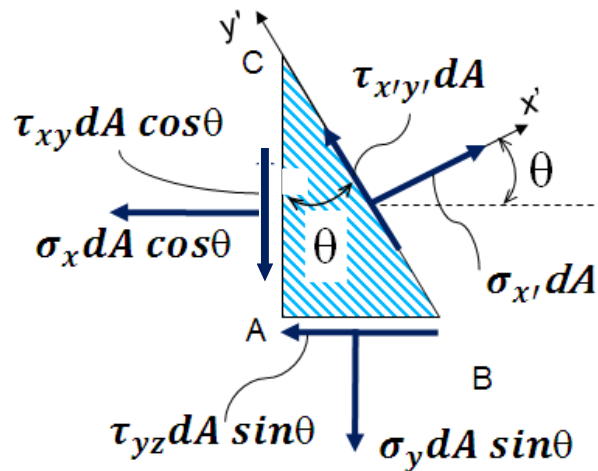
## Estado de tensão geral sobre um elemento

*Elemento plano  
Estado bidimensional*





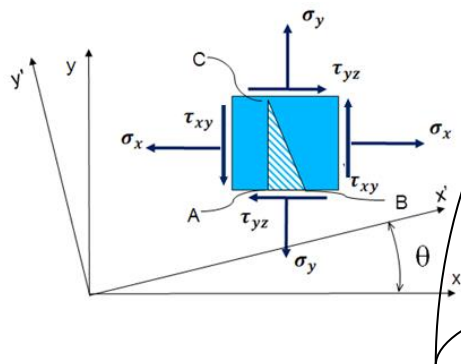
## Equações gerais para a tensão normal e cisalhante



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sigma_{x'} dA = \sigma_x dA \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta + \sigma_y dA \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta + \tau_{xy} dA \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta + \tau_{xy} dA \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$



$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

Equações gerais para a tensão normal e cisalhante



## Tensões principais

Determinação do plano principal

Diferenciando  
com relação a  $\theta$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

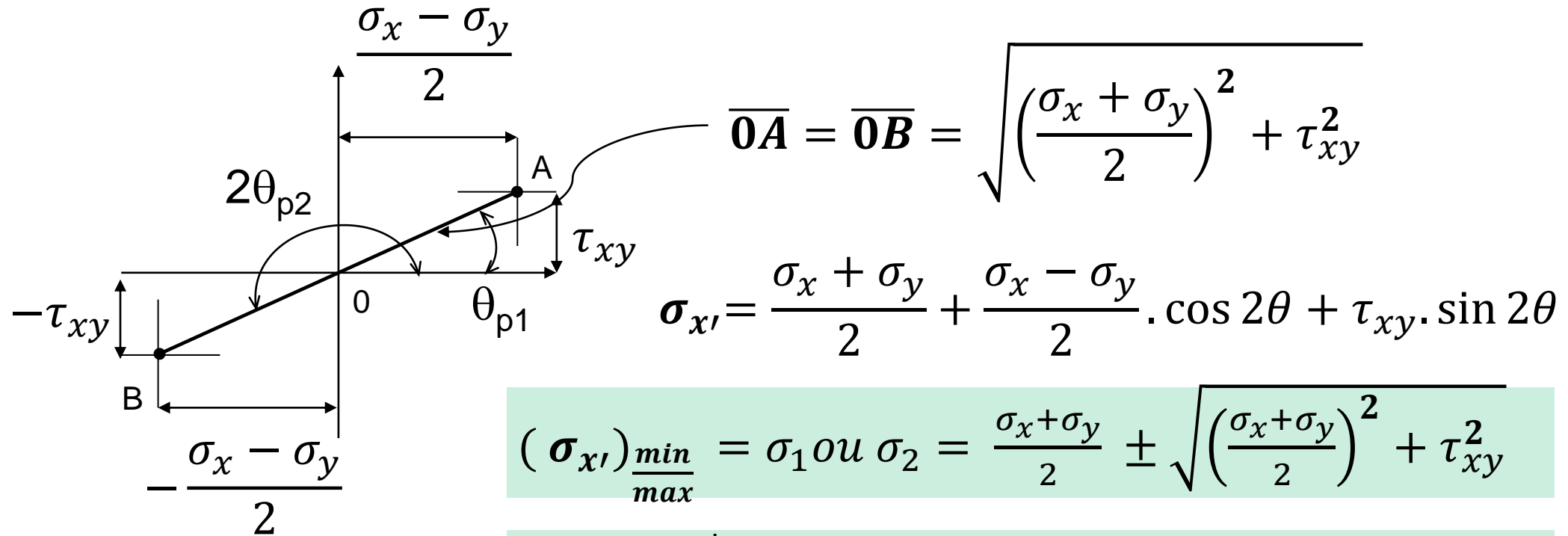
$$\frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial \theta} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$



## Tensões principais



$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

De forma análoga determinamos as tensões cisalhantes máximas

$$\tau_{\frac{min}{max}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

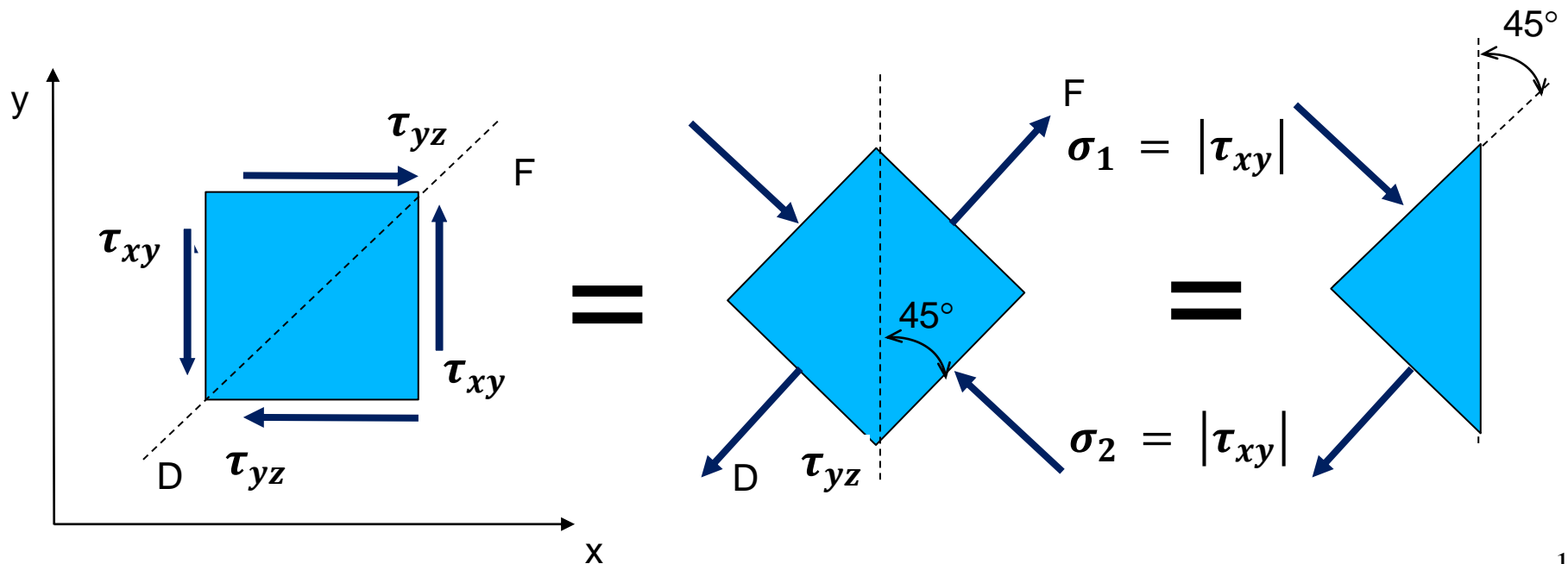




## Transformação de Tensões

### Caso particular

- ▶ Uma transformação significativa de uma descrição de um estado de tensão ocorre quando a tensão de cisalhamento pura é convertida em tensões principais.





## Círculo de Mohr

- ▶ Tomando por base as equações gerais para a tensão normal e cisalhante

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

- ▶ Essas são as expressões gerais para tensão normal e cisalhante em qualquer plano definido pelo ângulo  $\theta$ ,  
Observem que  $\sigma_x, \sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  são conhecidas inicialmente.



## Círculo de Mohr

- ▶ Tomando por base as equações gerais para a tensão normal e cisalhante

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

- ▶ (Elevando ao quadrado, substituindo e simplificando):

$$\left( \sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$



## Círculo de Mohr

- ▶ Para um problema onde  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  são conhecidos, e  $\sigma_{x'}$  e  $\tau_{x'y'}$  são variáveis

$$\left( \sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)$$

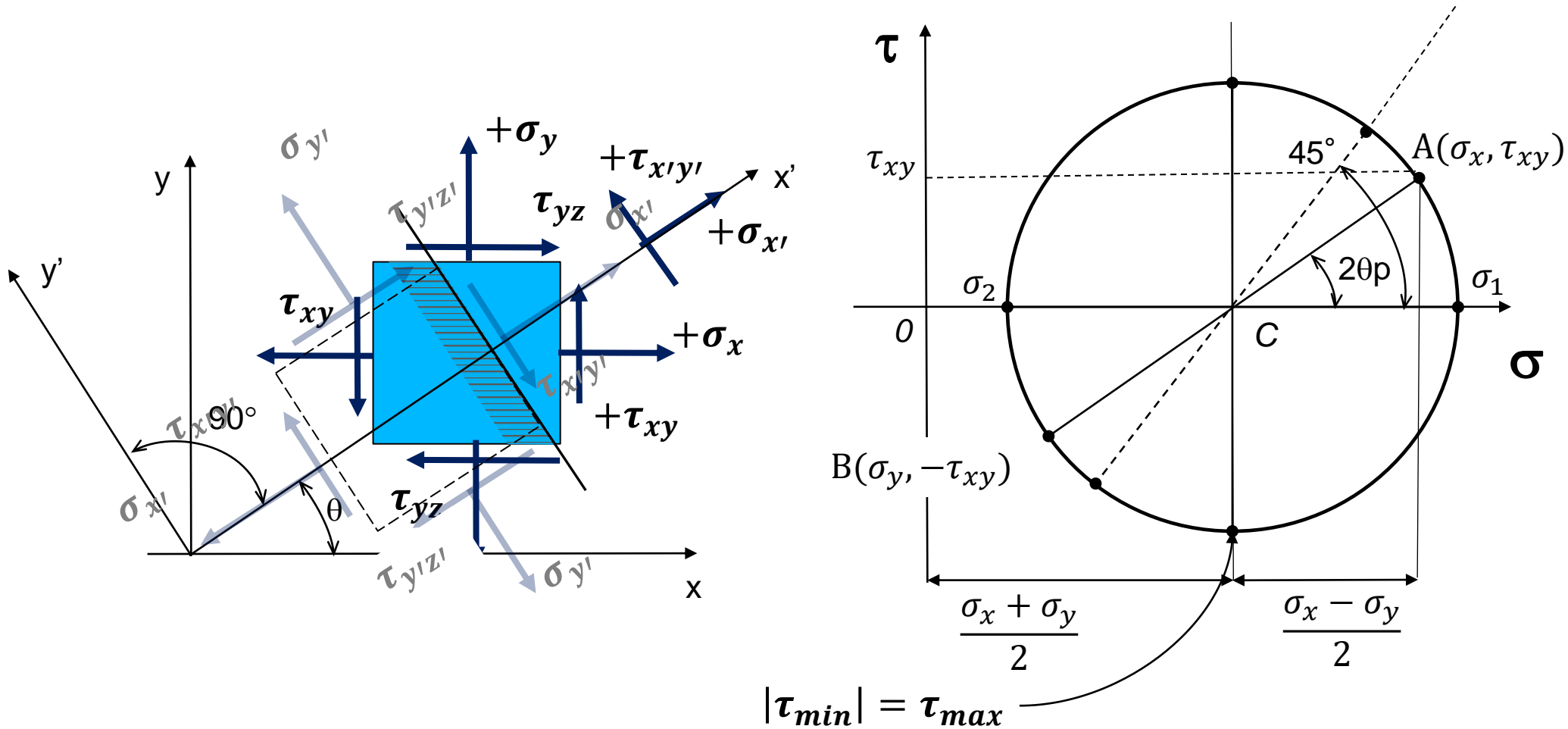
$$b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

$$(\sigma_{x'} - a)^2 + (\tau_{x'y'})^2 = b^2$$

$$(x - a)^2 + y^2 = (r)^2$$



## Círculo de Mohr



$$\left( \sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

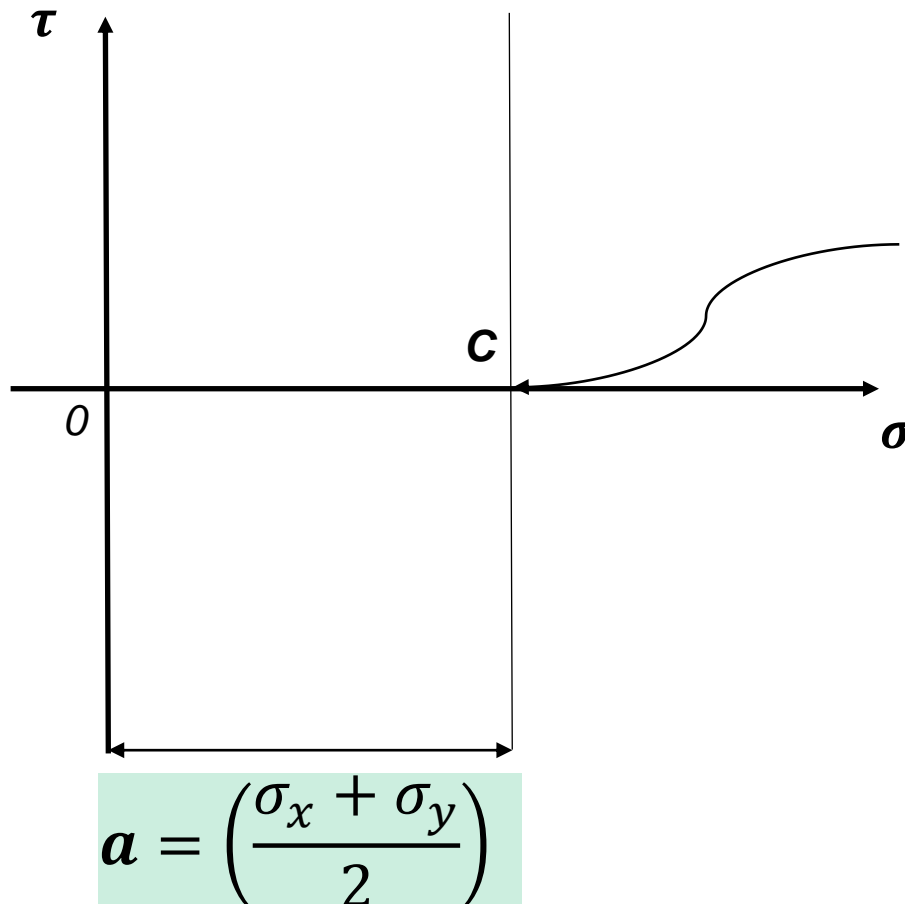


## Círculo de Mohr

- ▶ O círculo de Mohr é uma representação geométrica o estado plano de tensão.
- ▶ Permite visualizar a relação entre a tensão normal e a cisalhante atuantes em vários planos do componente
- ▶ É muito útil para realizar estimativas eficientes e rápidas de falha em trabalhos mais complexos.
- ▶ O círculo de Mohr pode ser construído de várias formas, dependendo de qual tensão é conhecida, e qual deve ser determinada
- ▶ Esta interpretação visual do estado plano de tensões foi proposta pelo engenheiro alemão Otto Mohr em 1882

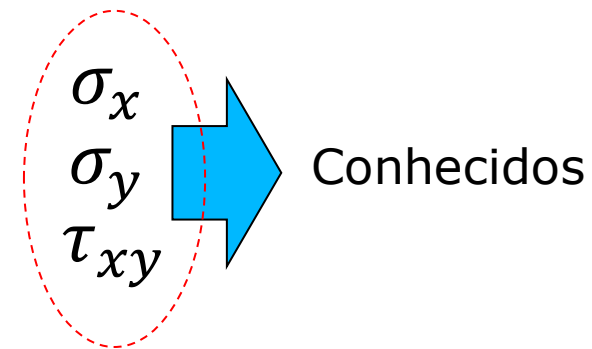


## Construção do Círculo de Mohr



**1.** desenhe os eixos coordenados  $\sigma_1$  como abscissa ( $\rightarrow +$ ) e  $\tau$  como ordenada ( $\uparrow +$ )

**2.** Localize o centro **C** do círculo

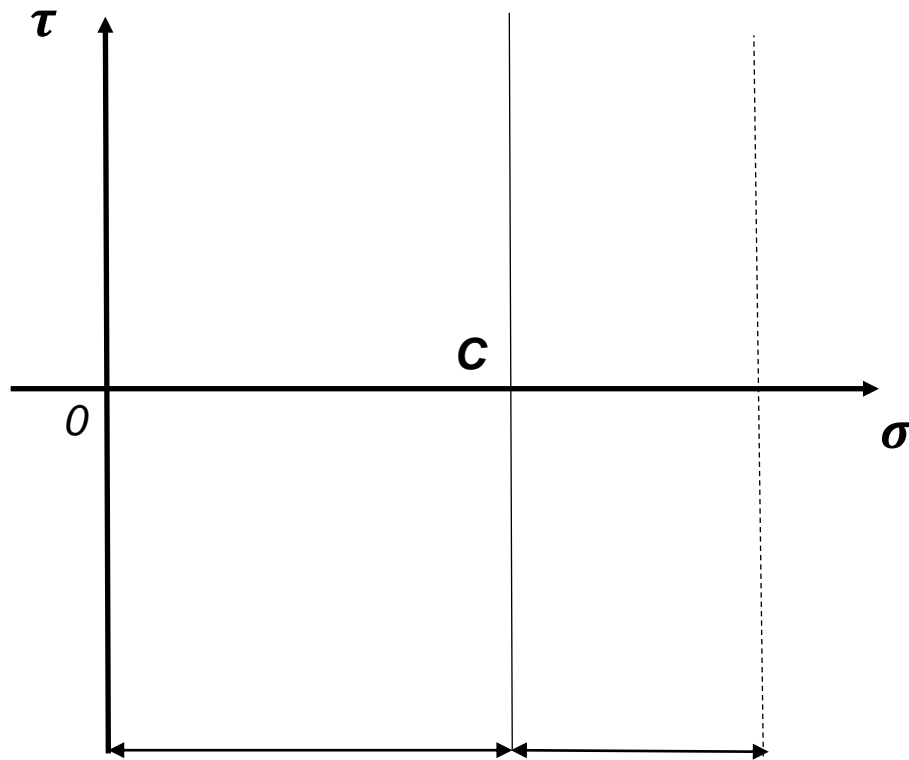






## Construção do Círculo de Mohr

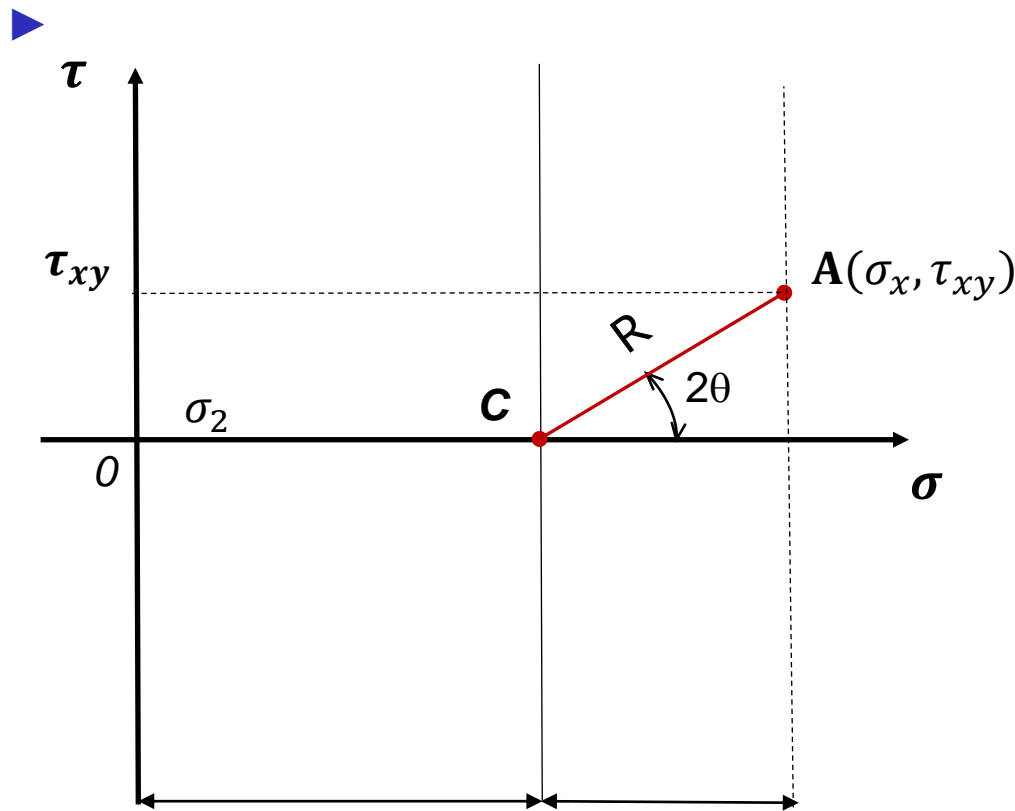
- Trace a linha referente a coordenada  **$b$**   $\sigma_x$ ,



$$\mathbf{a} = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad \mathbf{b} = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$



## Construção do Círculo de Mohr



$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

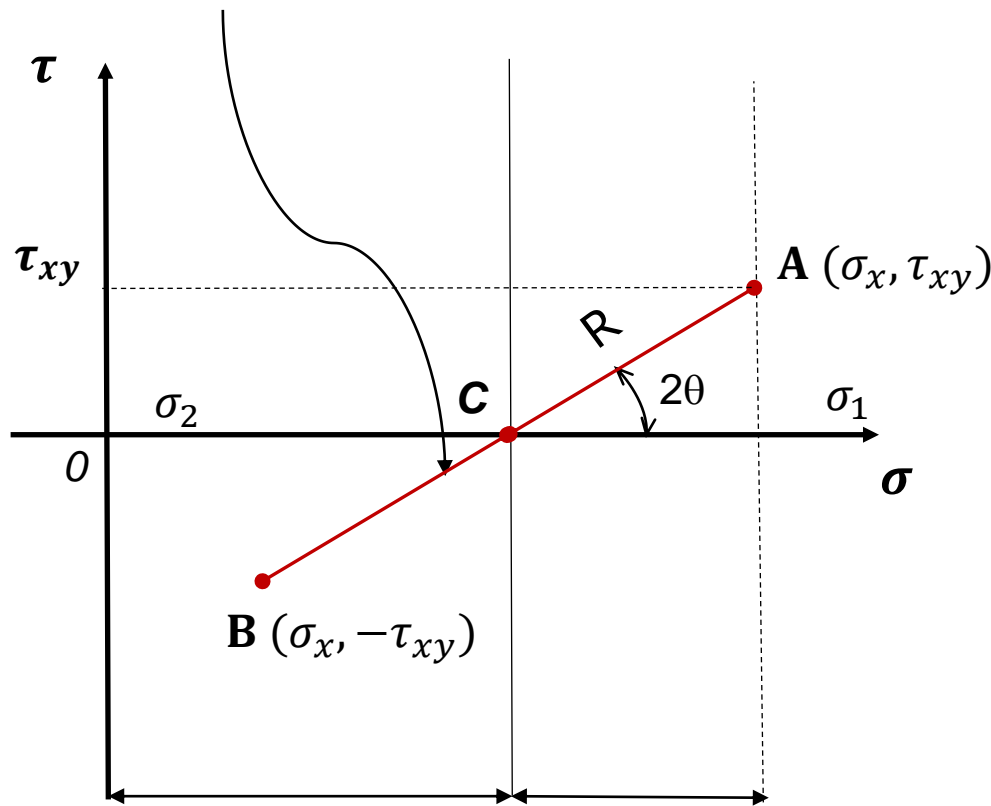
**3.** Localize o ponto **A**, que representa a condição de tensão na face X do elemento.

O ponto A representa a condição onde  $\theta=0$  no elemento



## Construção do Círculo de Mohr

A linha  $(\overline{AB})$  representa o estado de tensão inicial



$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

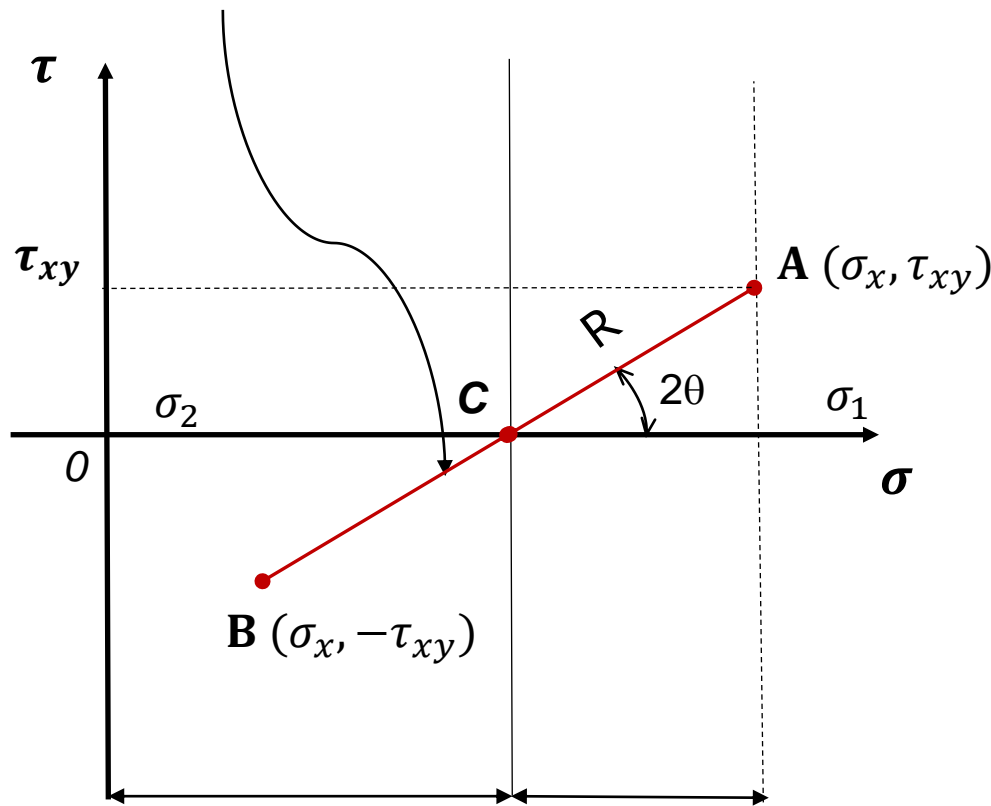
4. Localize o ponto B, que representa a condição de tensão na face Y do elemento.

O ponto B representa a condição onde  $\theta=90^\circ$ . identifique este ponto



## Construção do Círculo de Mohr

A **linha** ( $\overline{AB}$ ) representa o estado de tensão inicial



$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

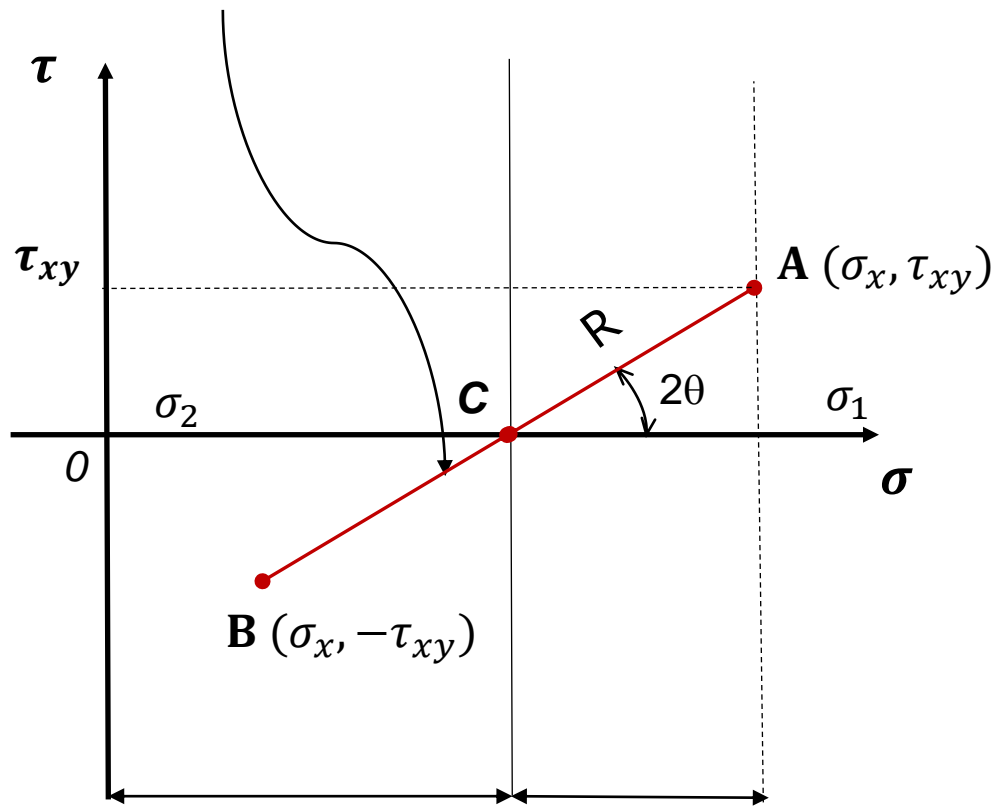
**4.** Localize o ponto B, que representa a condição de tensão na face Y do elemento.

O ponto B representa a condição onde  $\theta=90^\circ$ . identifique este ponto



## Construção do Círculo de Mohr

A linha ( $\overline{AB}$ ) representa o estado de tensão inicial



$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

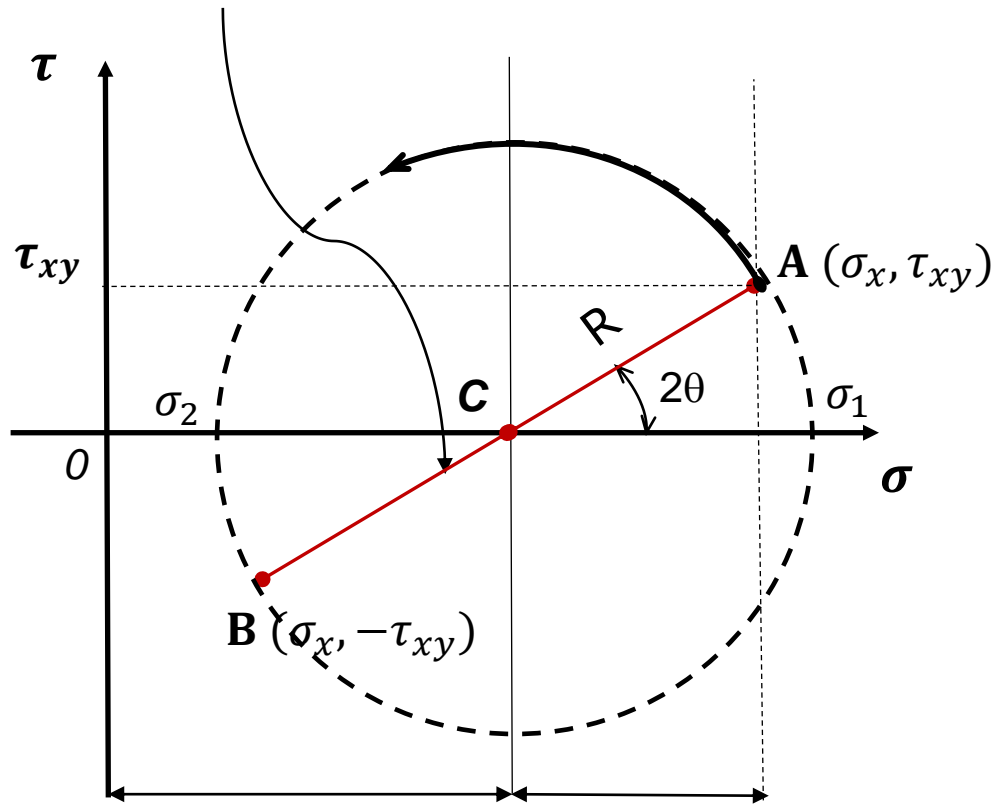
5. Trace a linha AB, que representa o diâmetro do círculo.



## Construção do Círculo de Mohr

A linha ( $\overline{AB}$ ) representa o estado de tensão inicial

6. Trace o círculo usando o ponto C.

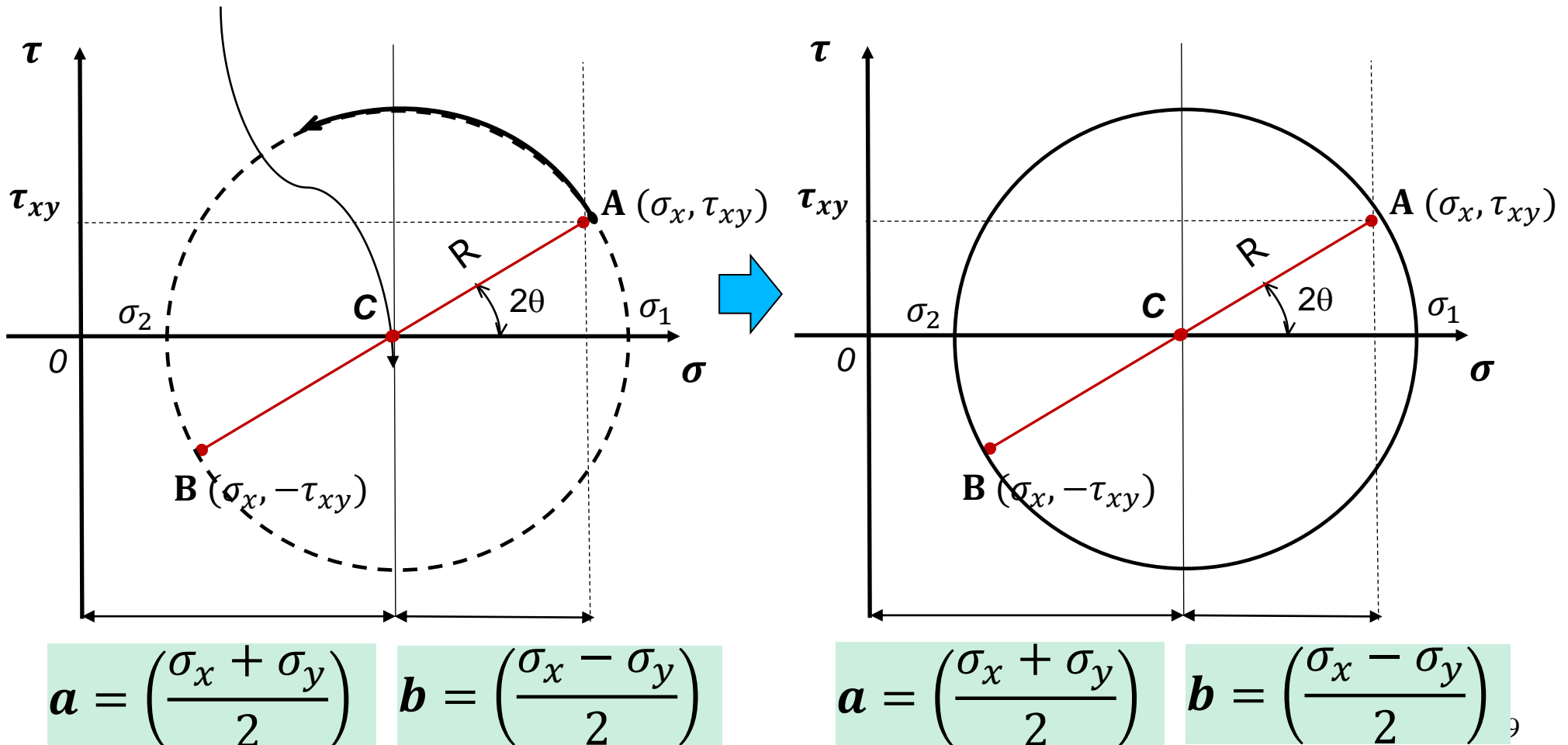


$$a = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$



## Construção do Círculo de Mohr

A linha  $(\overline{AB})$  representa o estado de tensão inicial

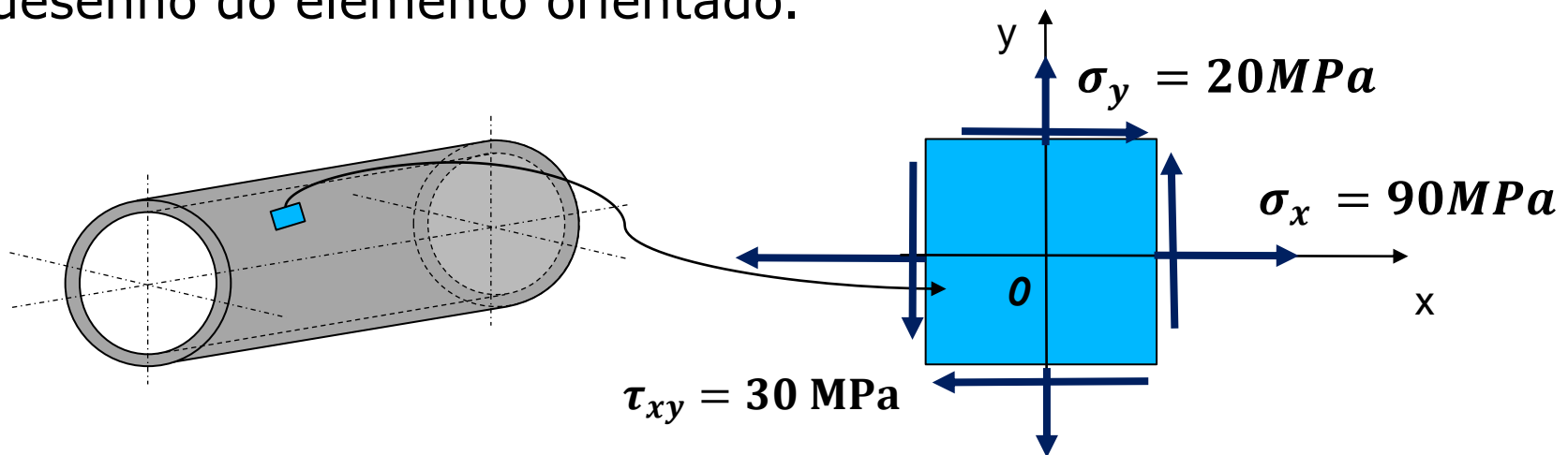






## Exemplo 1

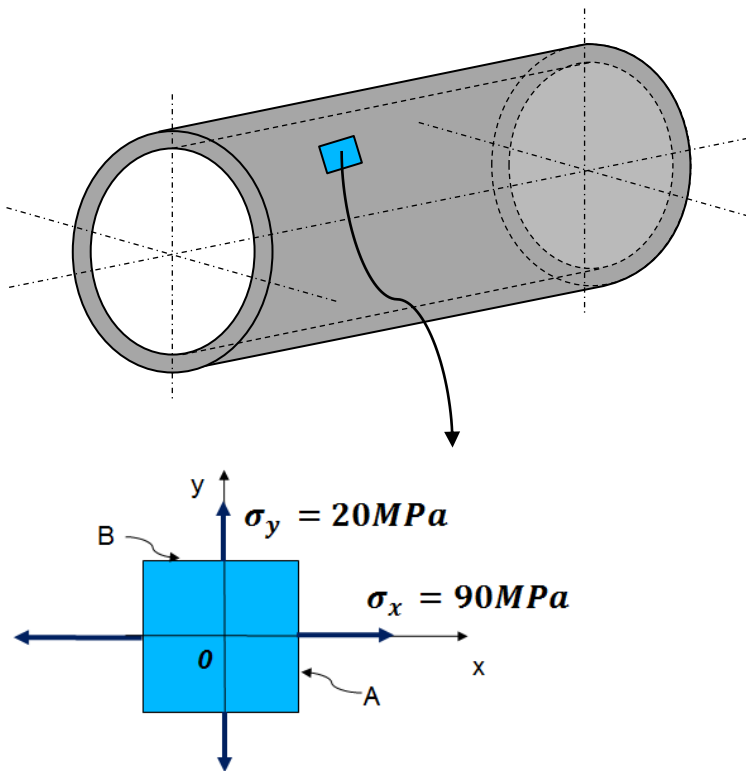
- Considere um ponto na superfície de um cilindro pressurizado. O material está sujeito a um estado biaxial de tensões  $\sigma_x = 90\text{MPa}$ ,  $\sigma_y = 20\text{MPa}$ , e  $\tau_{xy} = 30,3\text{MPa}$ , conforme mostrado no elemento abaixo. Construa o círculo de Mohr e determine as tensões atuantes em um elemento inclinado a  $\theta=30^\circ$ . Considere somente o estado plano de tensões, e mostre um desenho do elemento orientado.





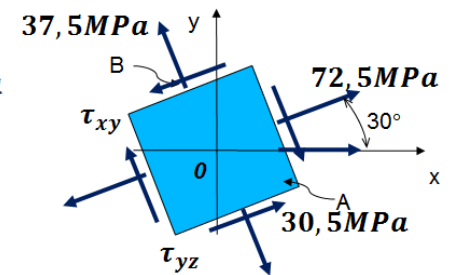
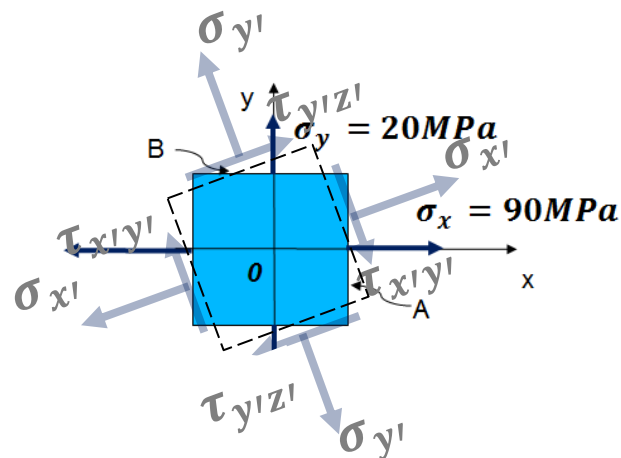
## Exemplo 1

- ▶ Dados:  $\sigma_x = 90\text{MPa}$ ,  $\sigma_y = 20\text{MPa}$ , e  $\tau_{xy} = 30\text{MPa}$
- ▶ Determinar as tensões atuantes em um elemento inclinado a  $\theta = 30^\circ$
- ▶ Considerar: estado plano de tensões.



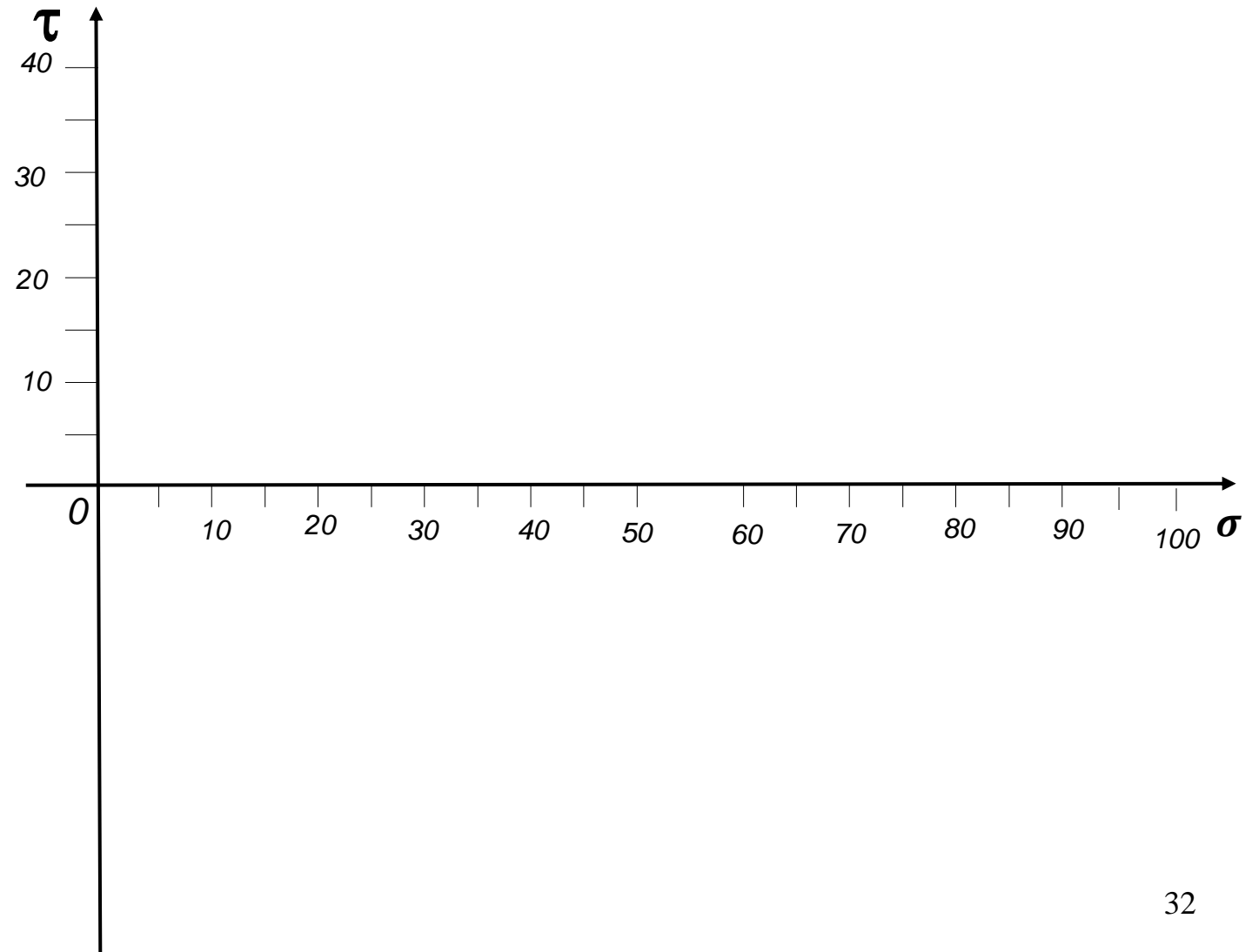
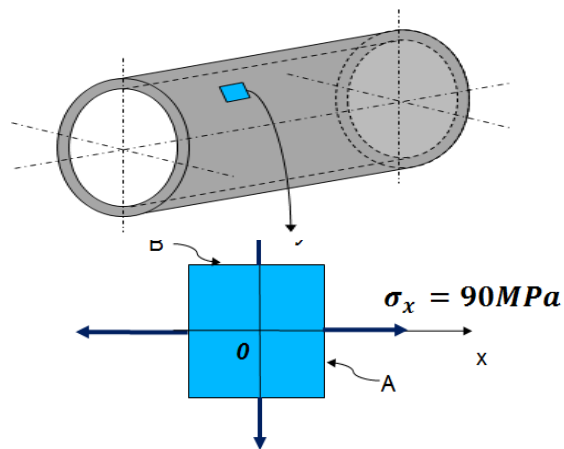
$$a = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90 + 20}{2} = \frac{110}{2} = 55\text{MPa}$$

$$b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{90 - 20}{2} = \frac{70}{2} = 35\text{MPa}$$





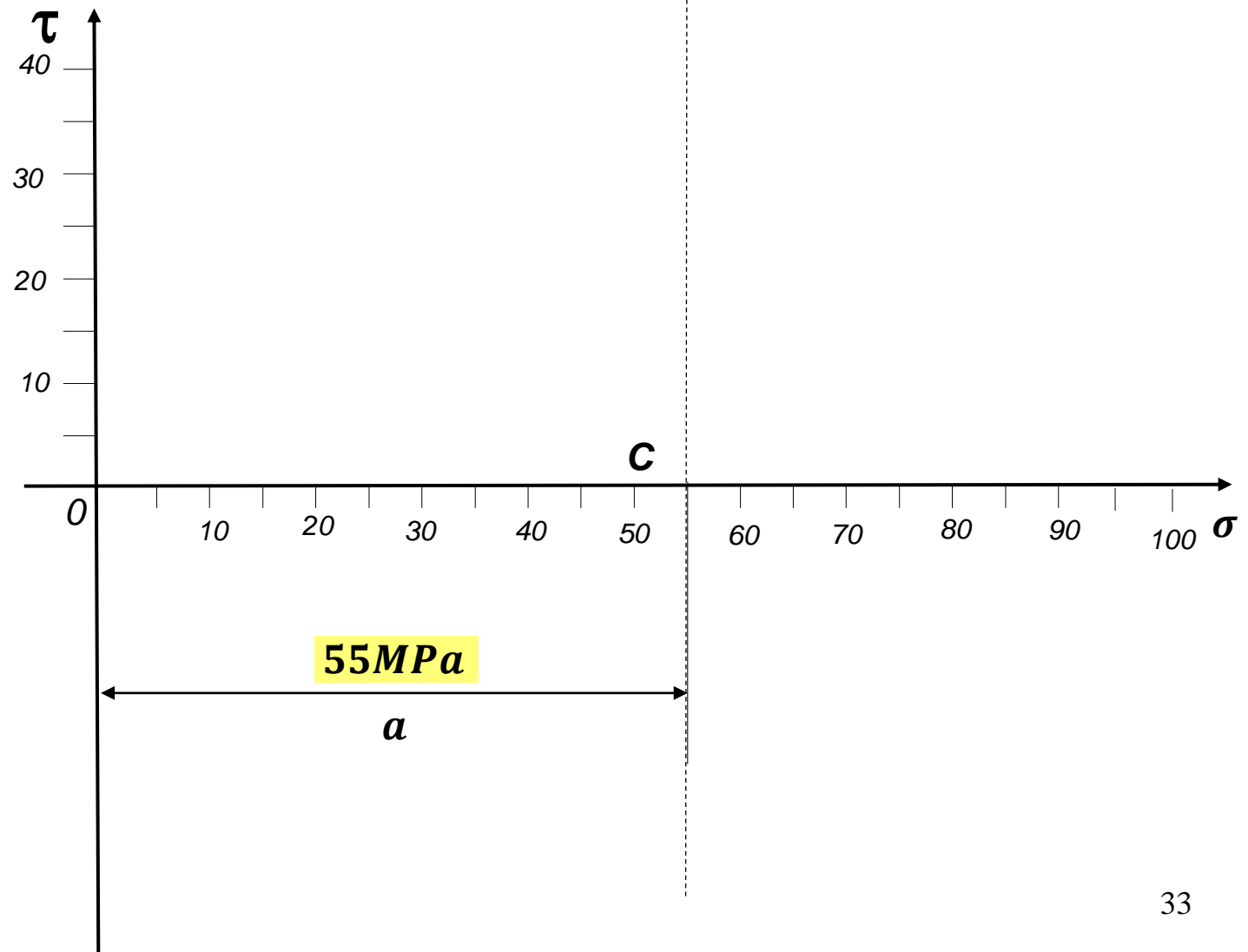
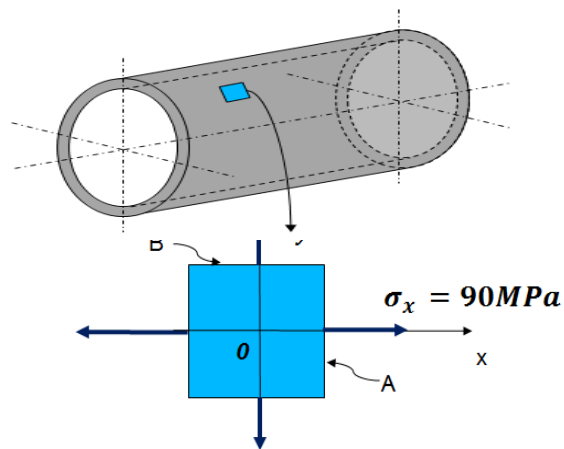
## Exemplo 1





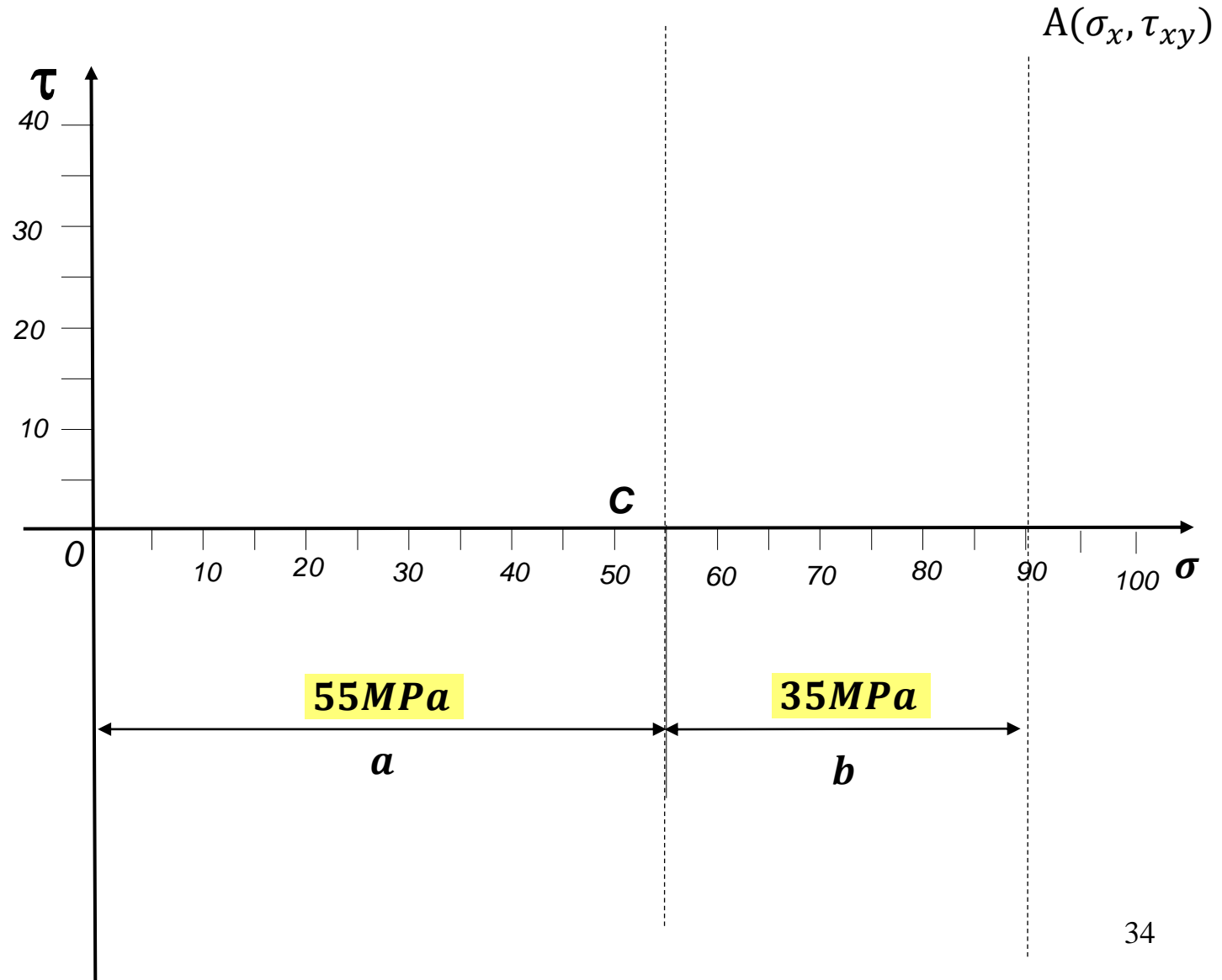
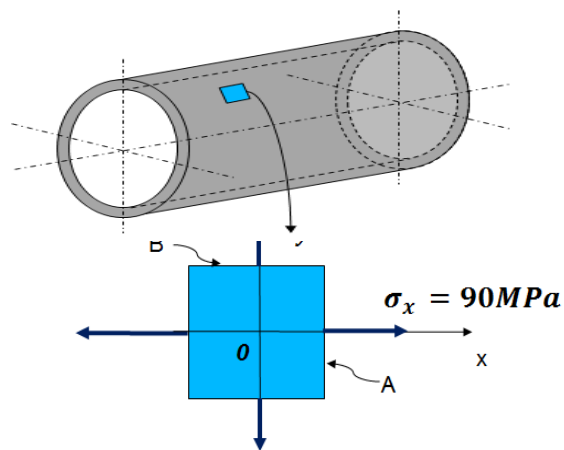
## Exemplo 1

$A(\sigma_x, \tau_{xy})$





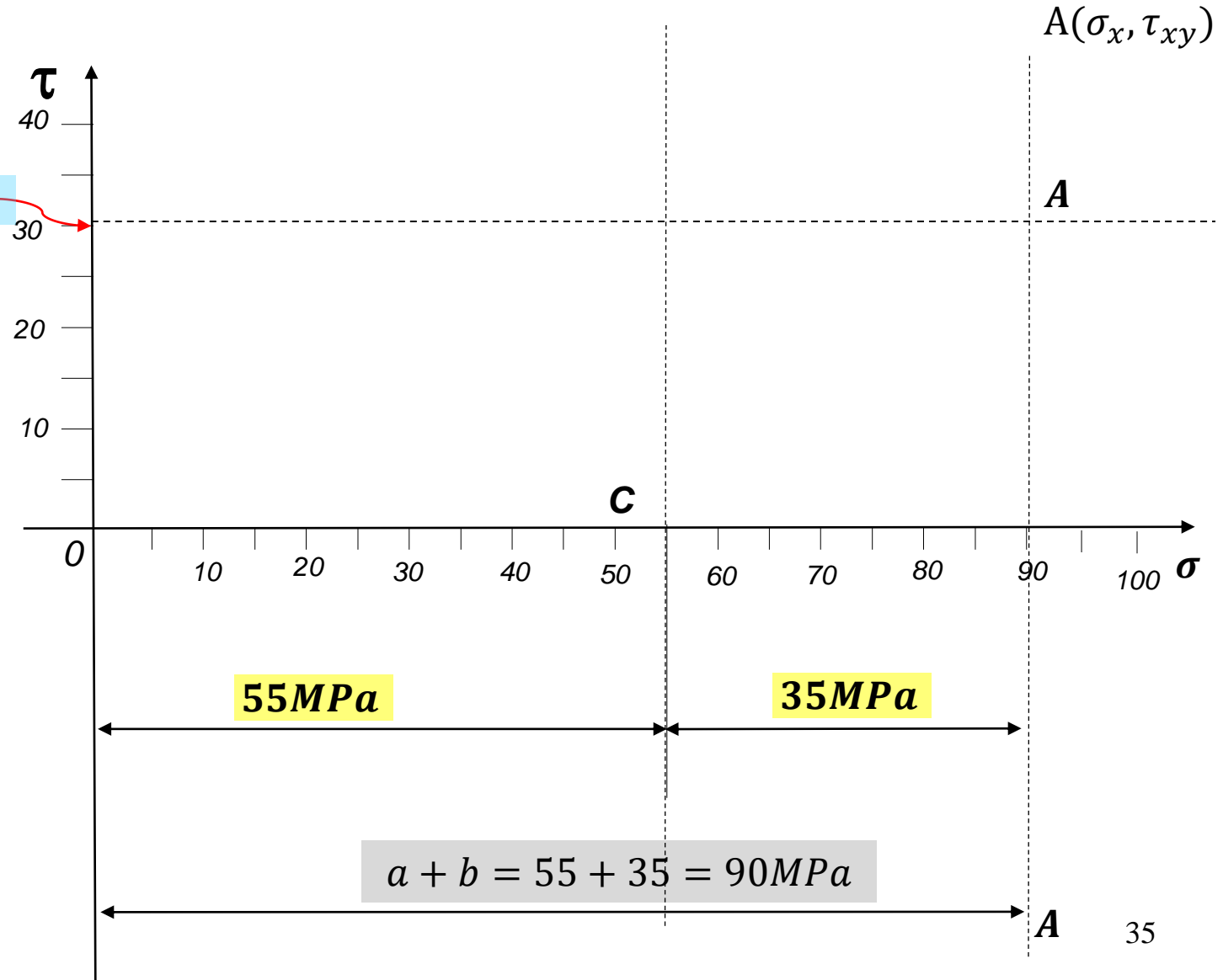
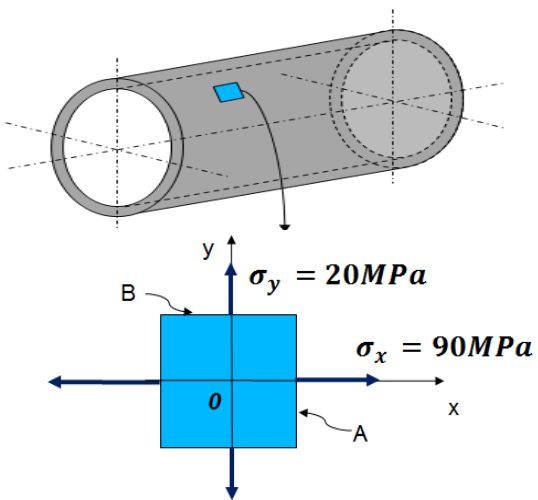
## Exemplo 1





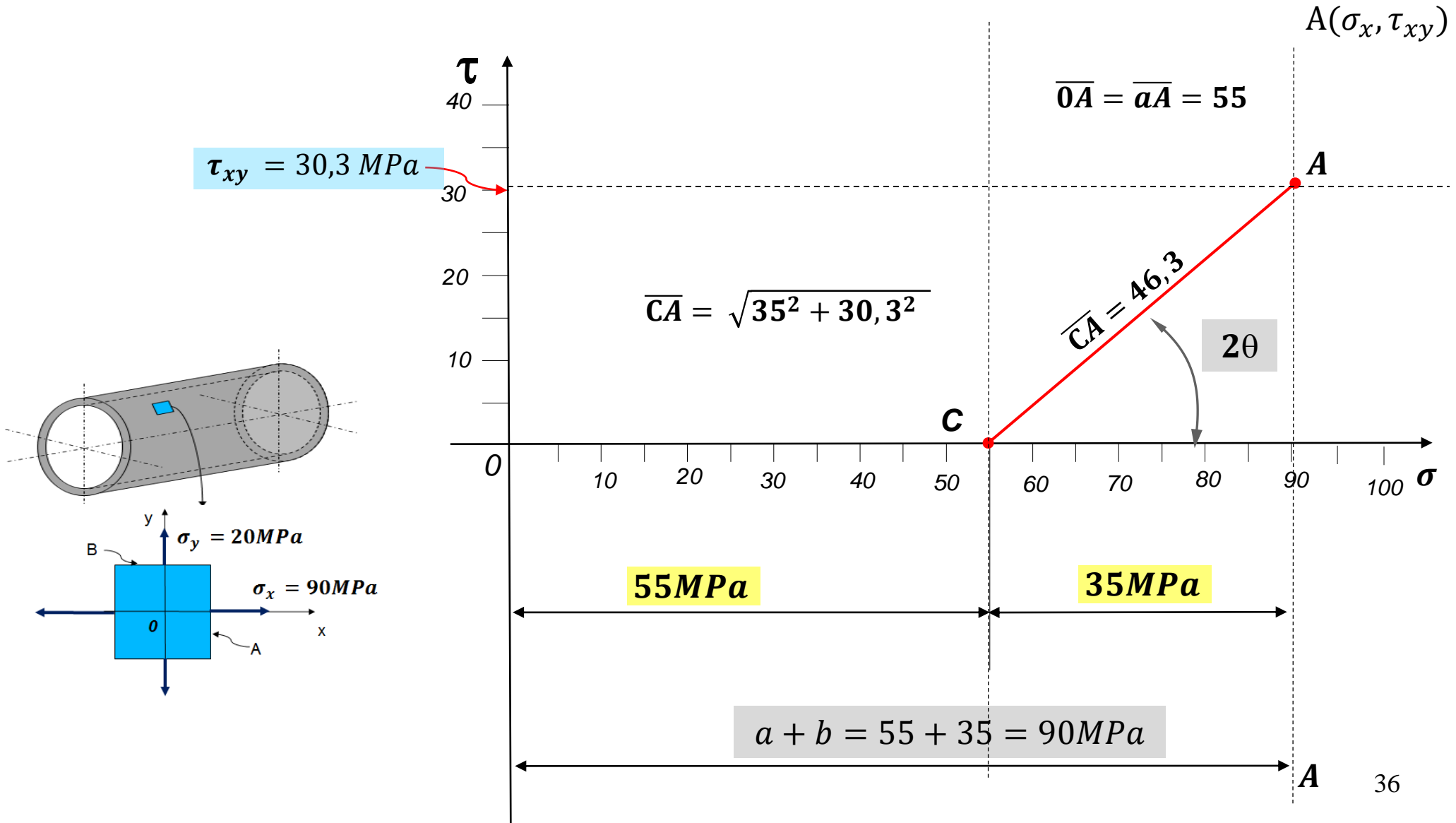
## Exemplo 1

$\tau_{xy} = 30,3 \text{ MPa}$





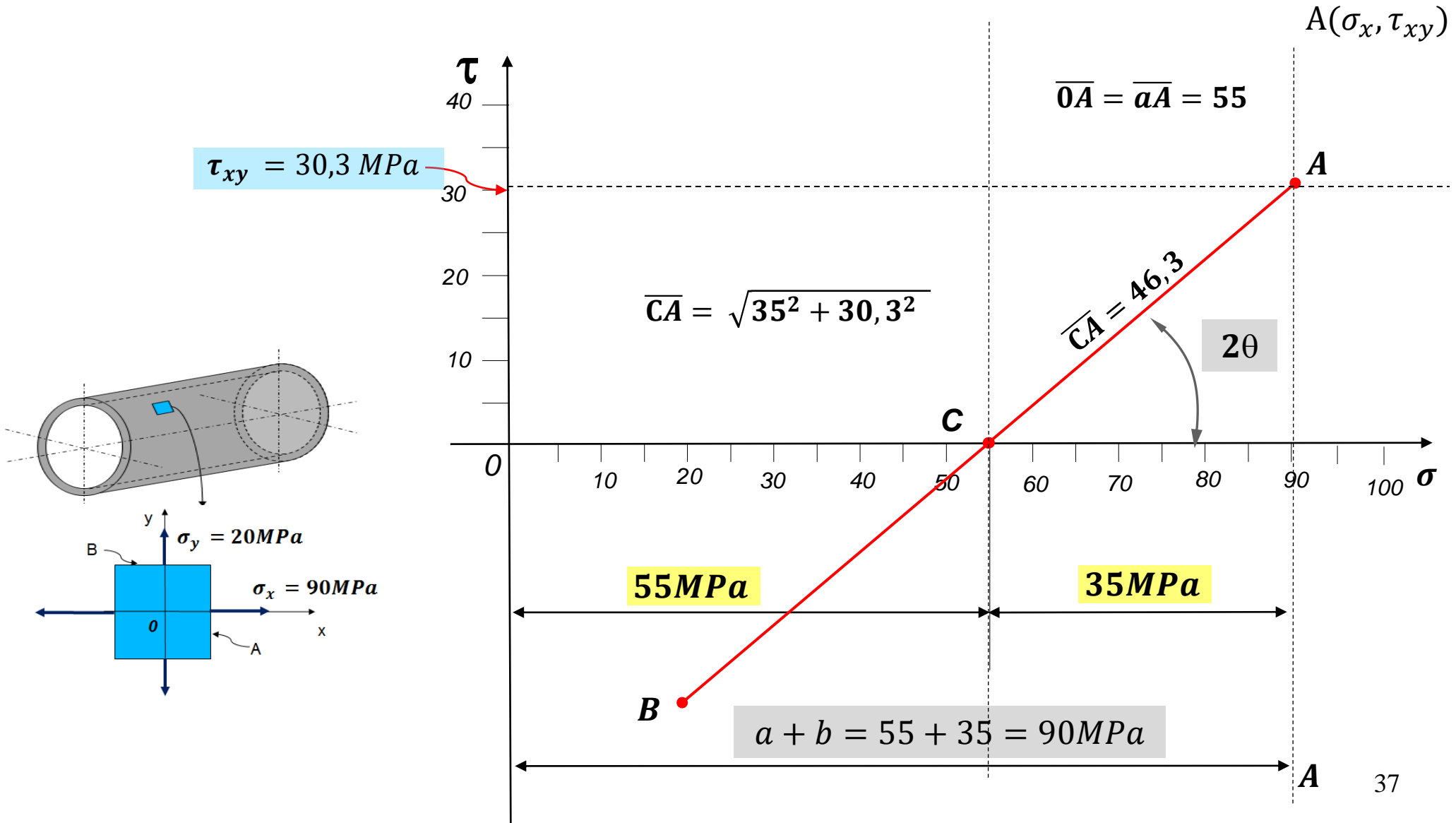
## Exemplo 1





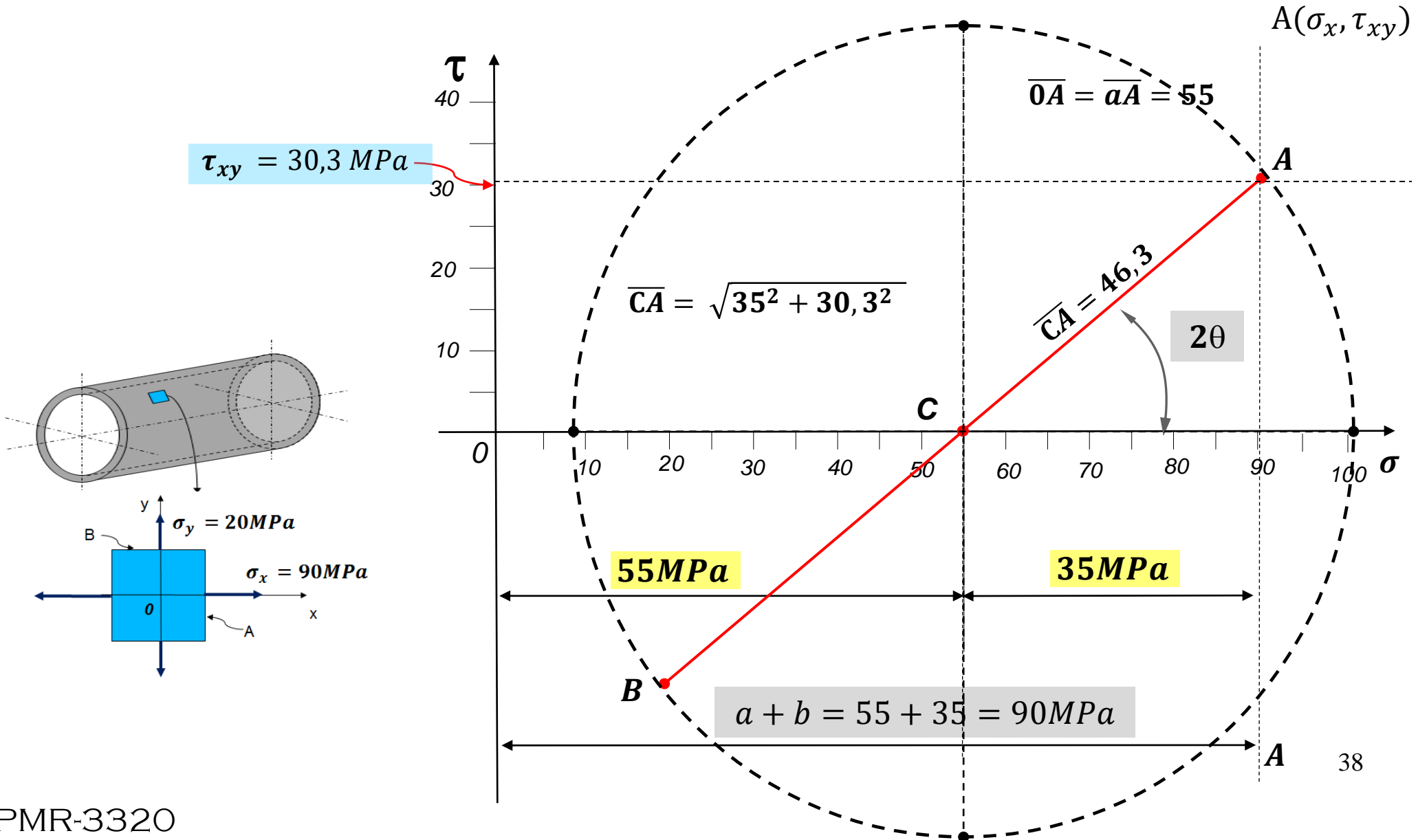


## Exemplo 1



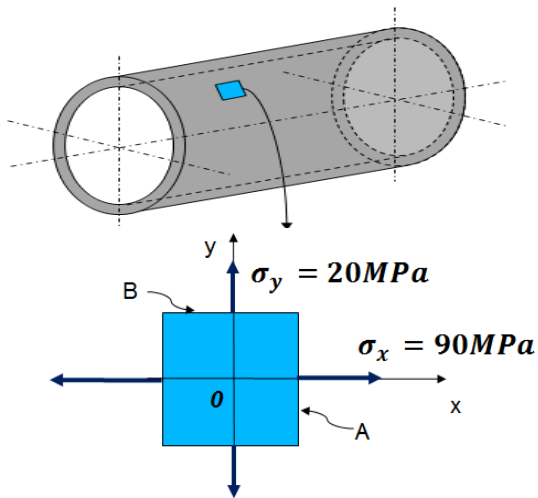


### Exemplo 1

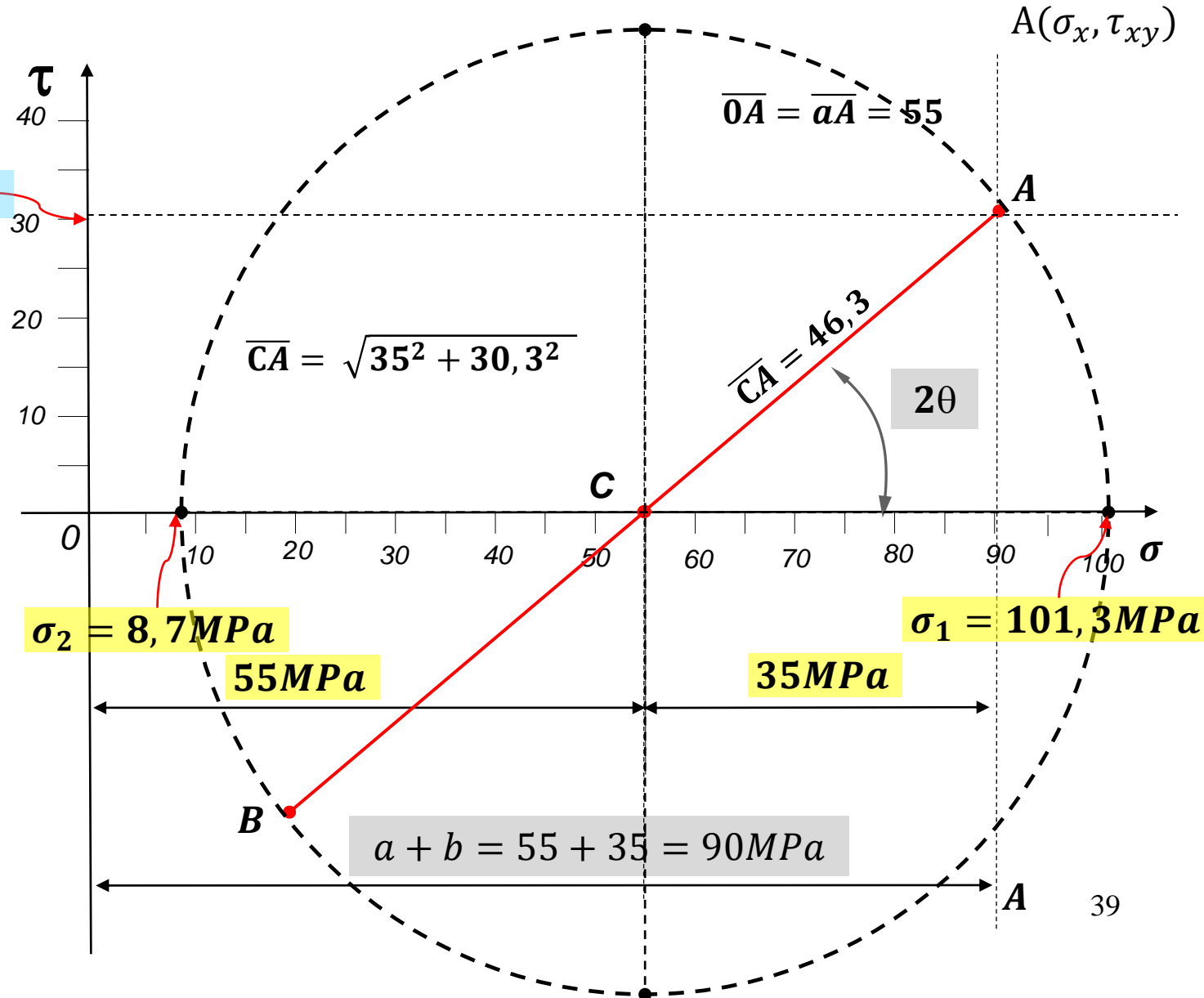




### Exemplo 1



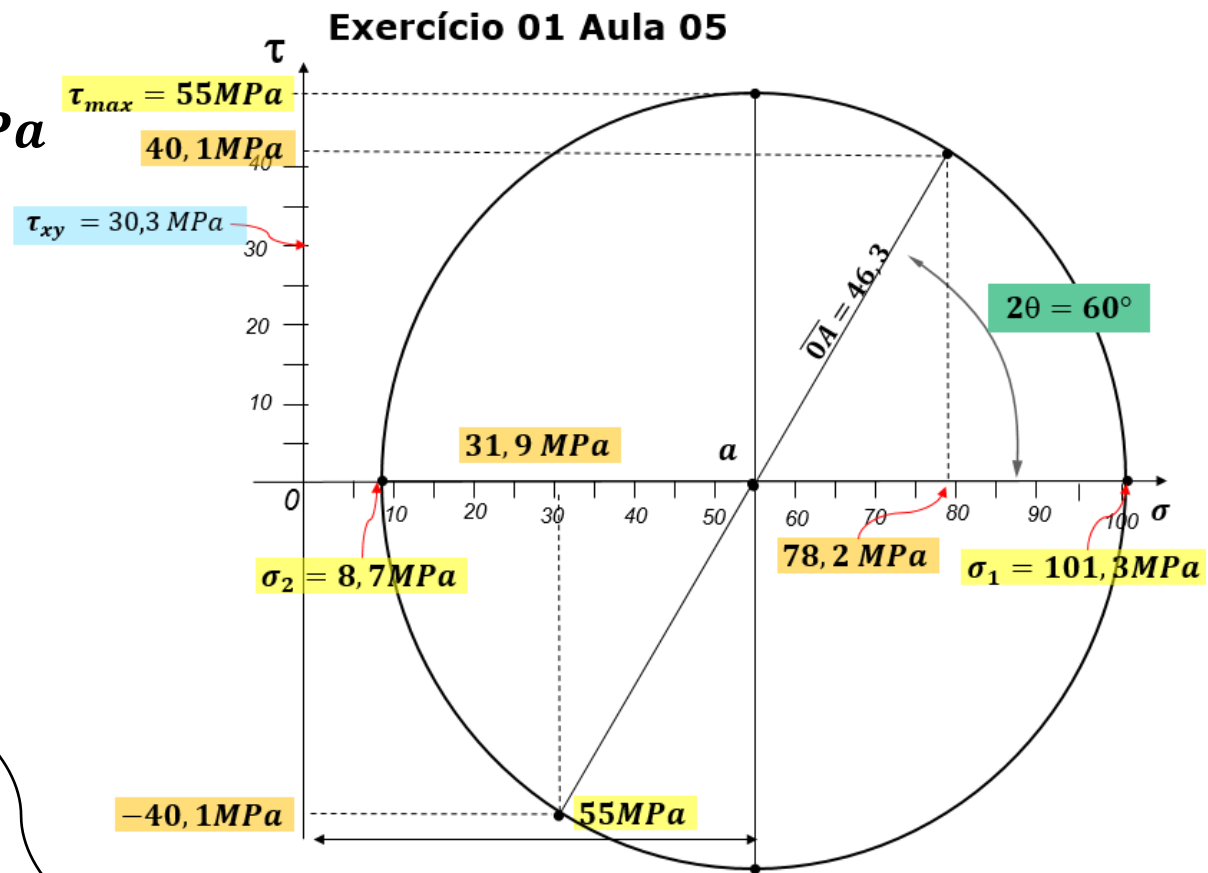
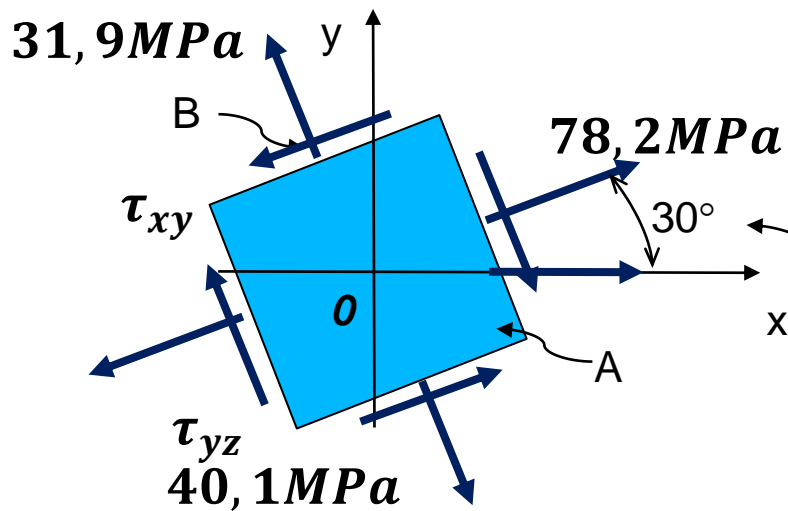
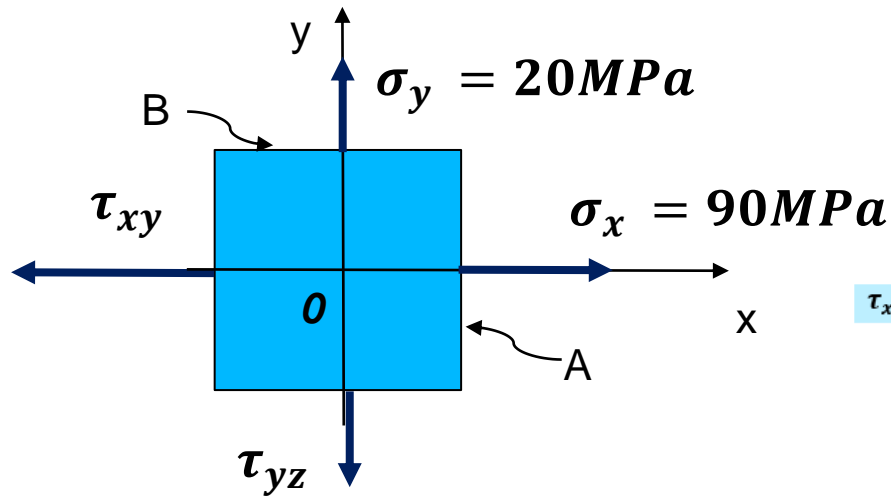
$\tau_{xy} = 30,3 \text{ MPa}$







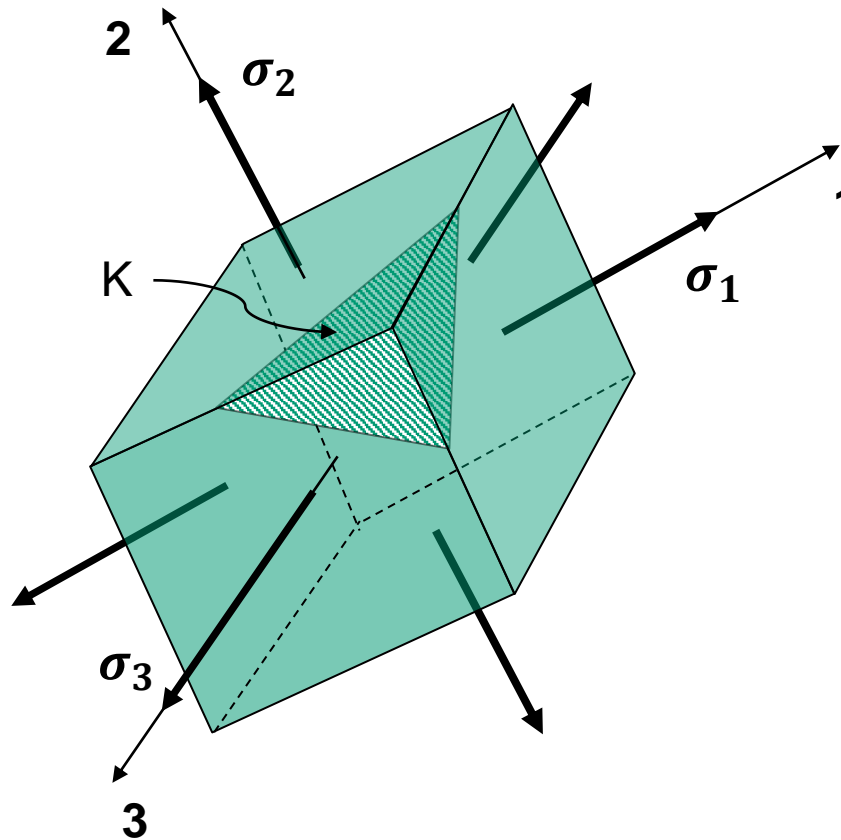
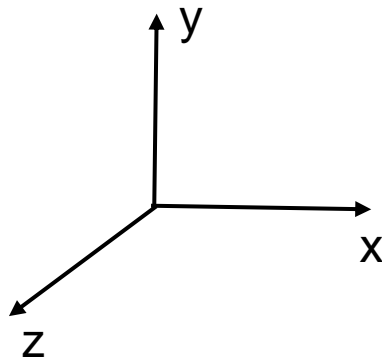
## Exemplo 1



mostre um desenho do elemento orientado. 41

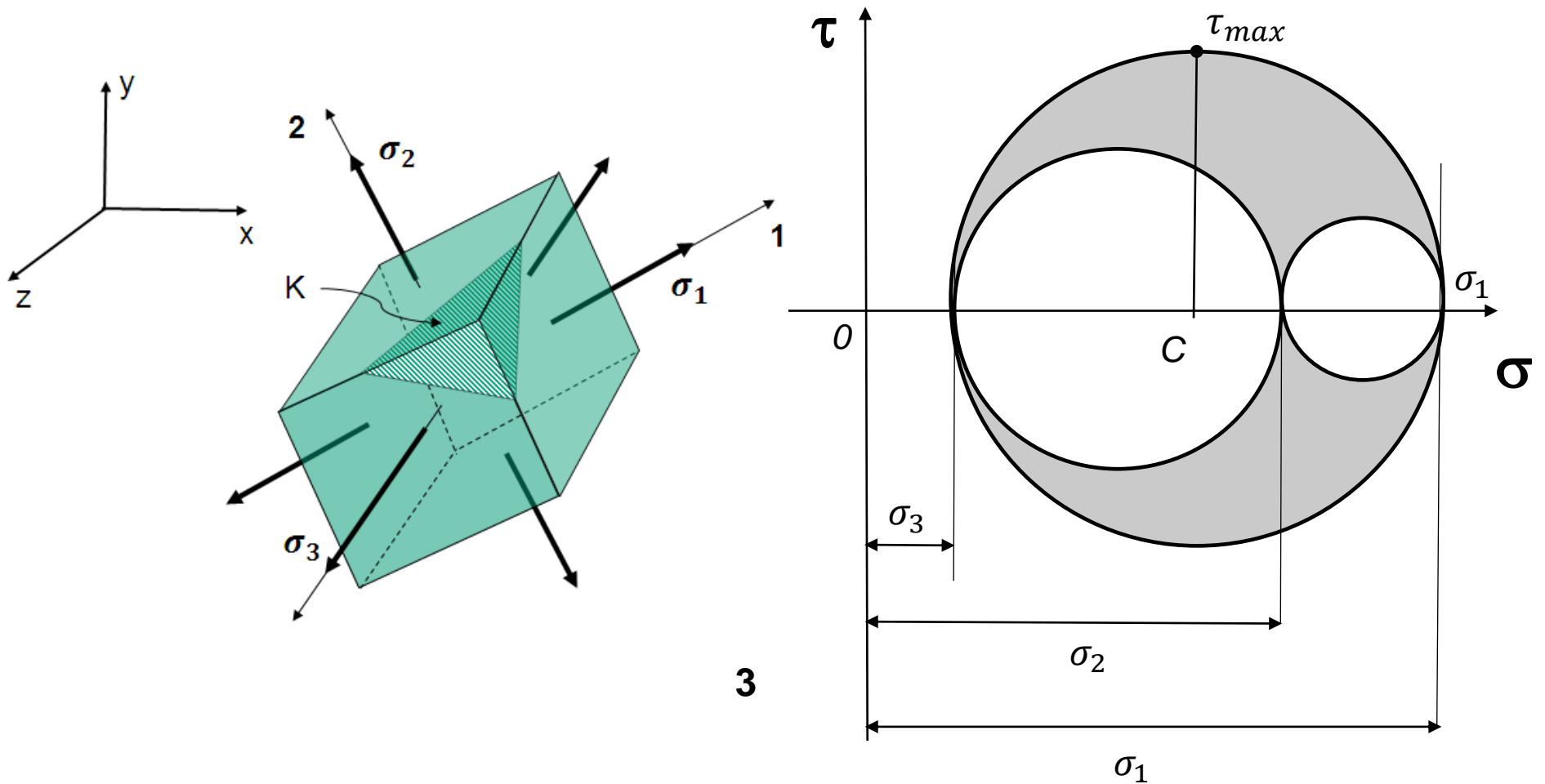


## Círculo de Mohr para o estado geral de tensões





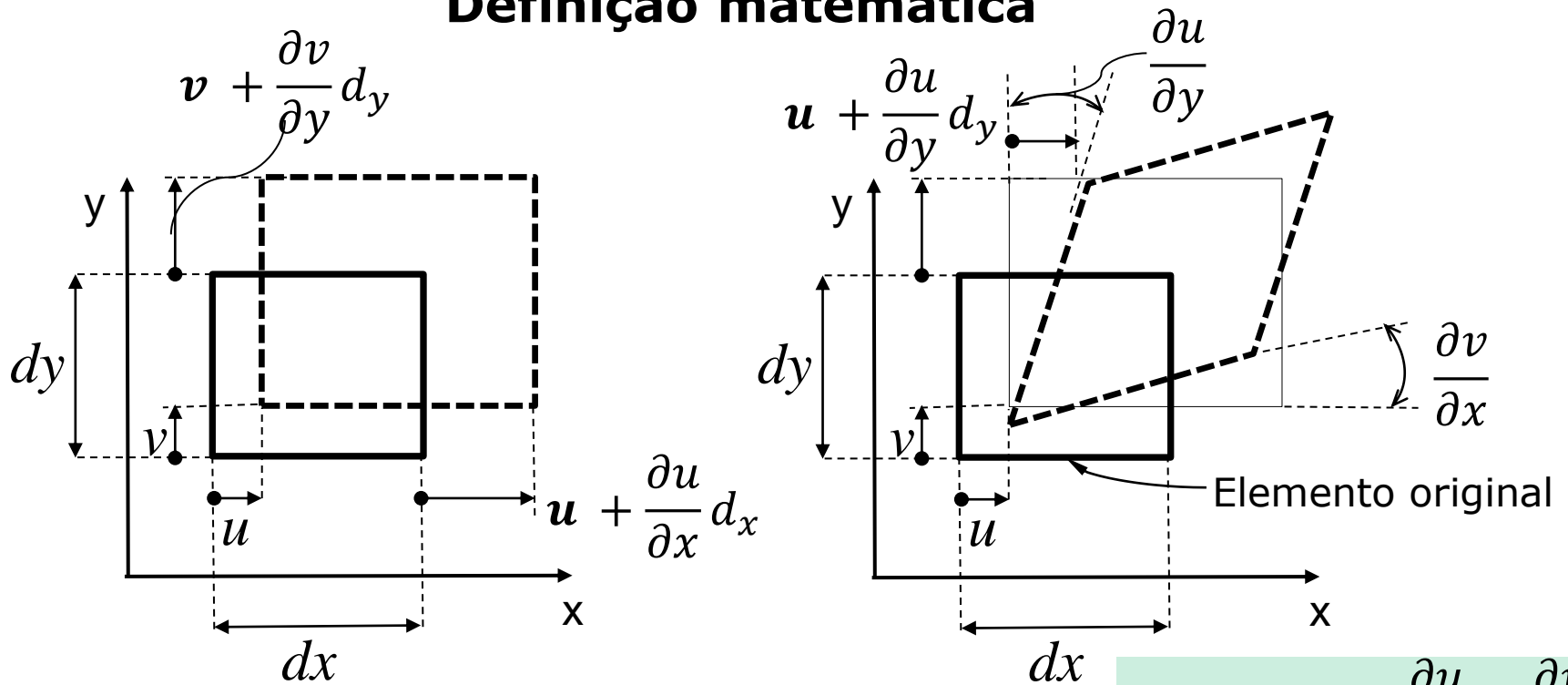
## Círculo de Mohr para o estado geral de tensões





## Deformação

### Definição matemática



$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

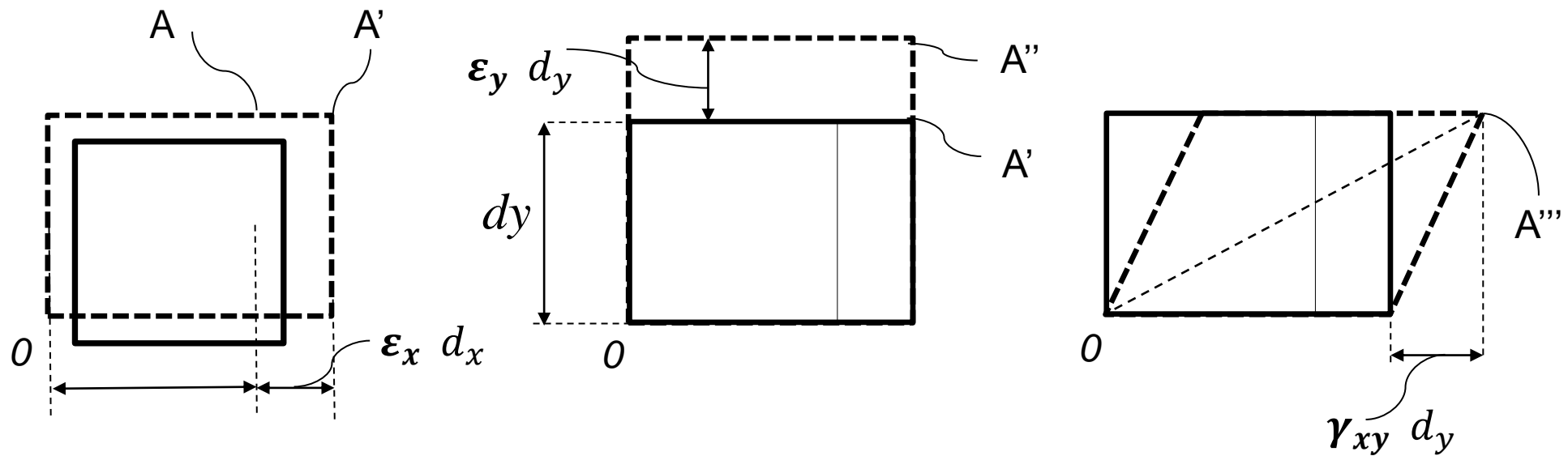
$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$





## Equação para transformação de Deformação Plana

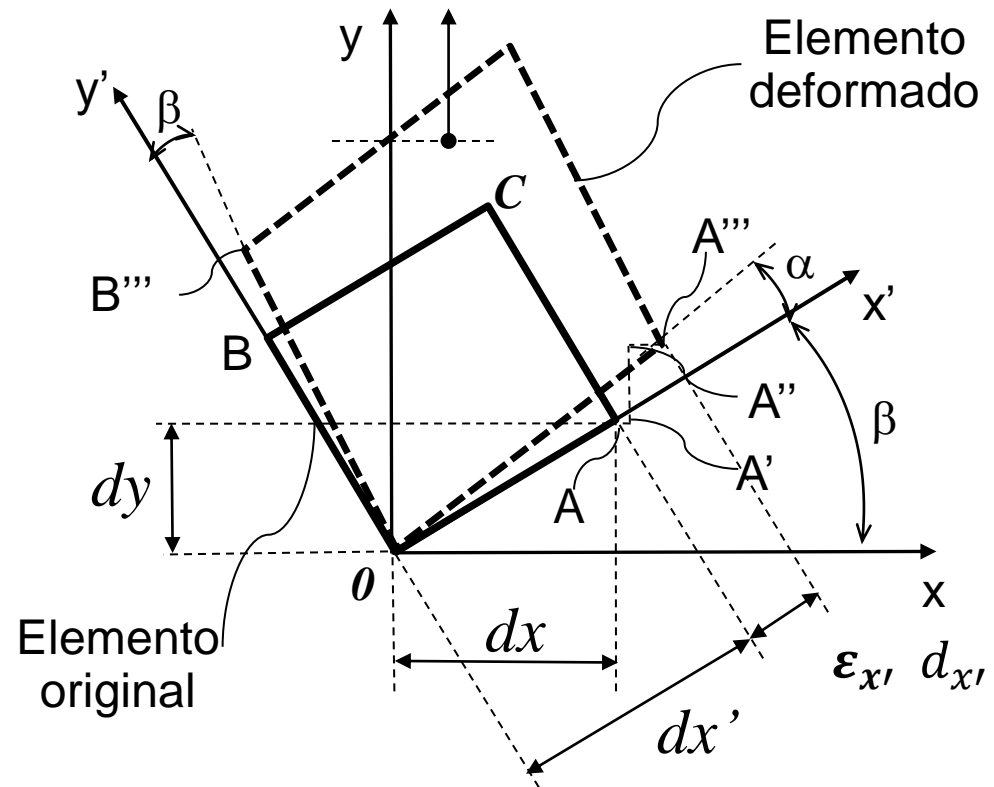
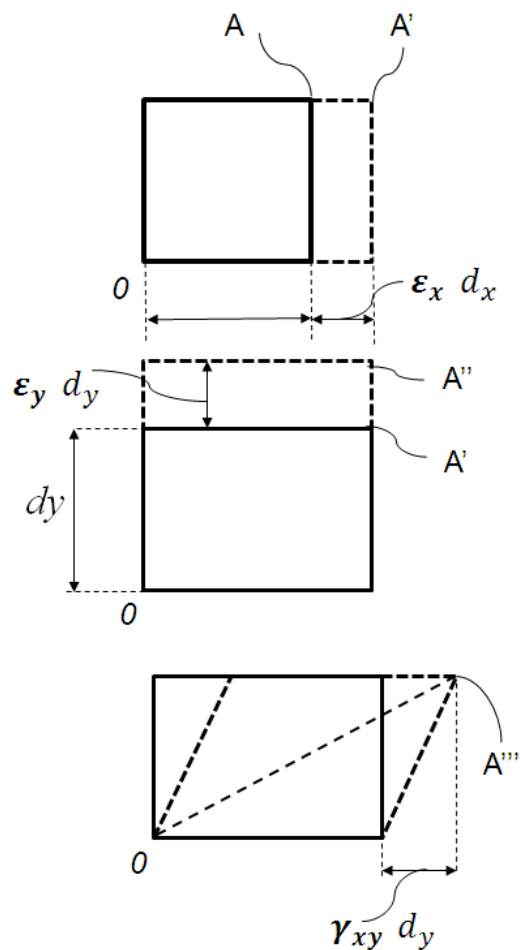
### Definição





## Equação para transformação de Deformação Plana

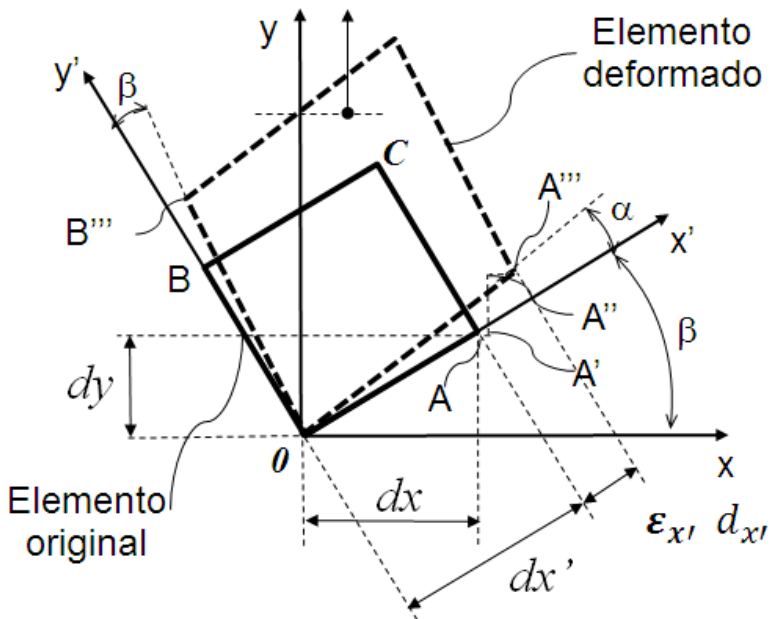
### Definição





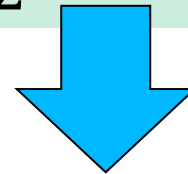
## Equação para transformação de Deformação Plana

### Definição



$$\epsilon_{x'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \frac{-(\epsilon_x - \epsilon_y)}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

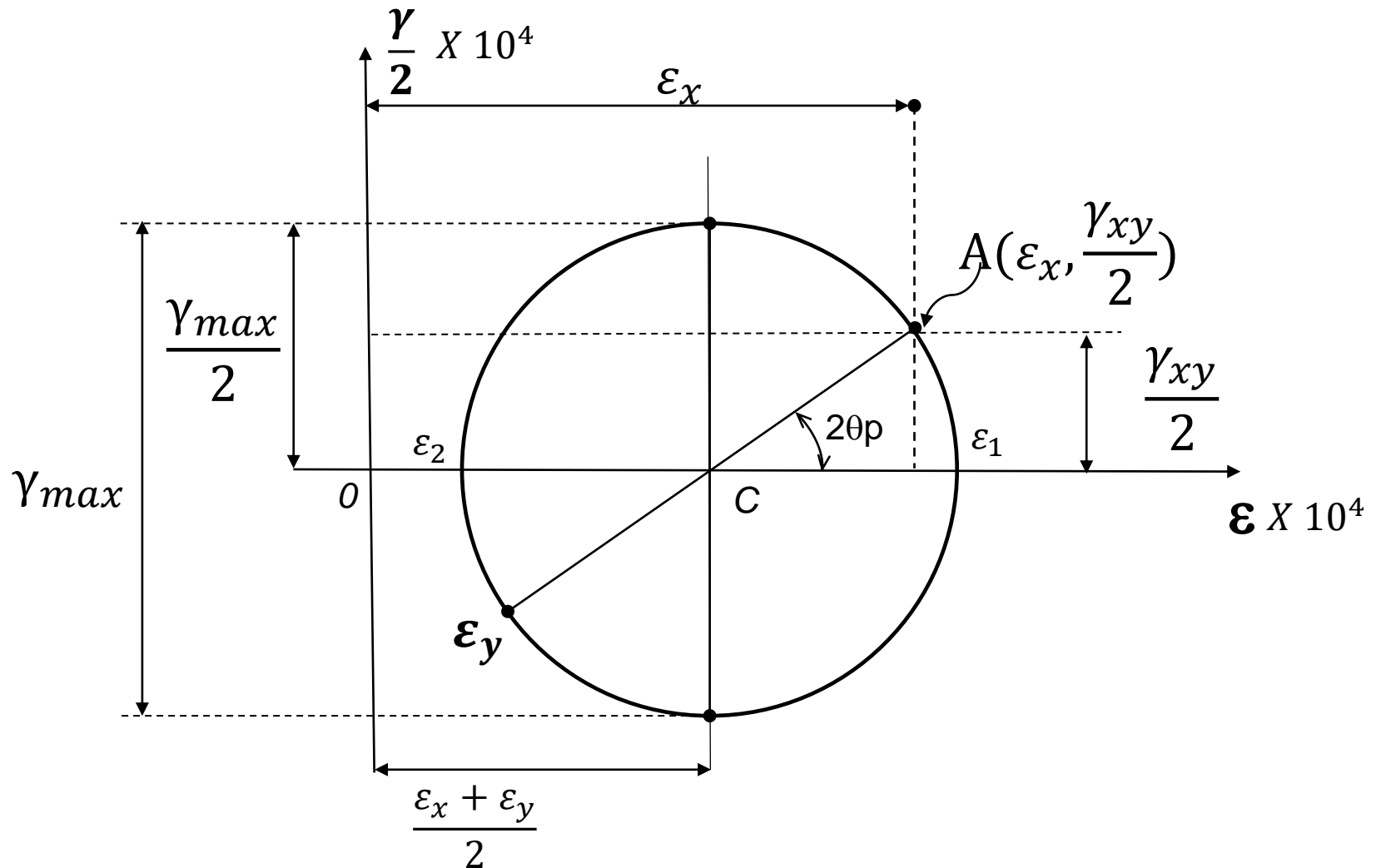


$$(\epsilon_{x'})_{\frac{min}{max}} = \epsilon_1 \text{ ou } \epsilon_2 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{(\epsilon_x - \epsilon_y)}$$



## Círculo de Deformação Mohr





## Relações entre as tensões principais e deformações

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$$

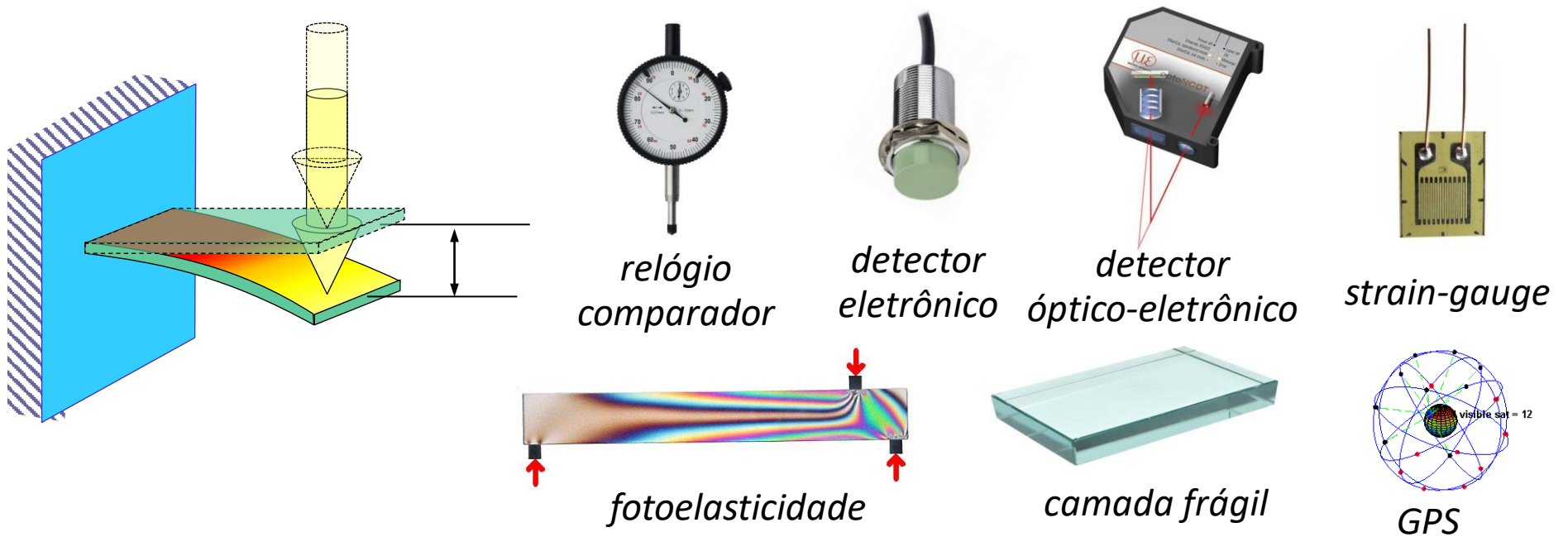
$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1)$$



## Medição de tensões e deformações

Em muitas situações de engenharia conhecer ou monitorar o nível de deformação é de extrema importância, e pode ser realizado de diversas formas.



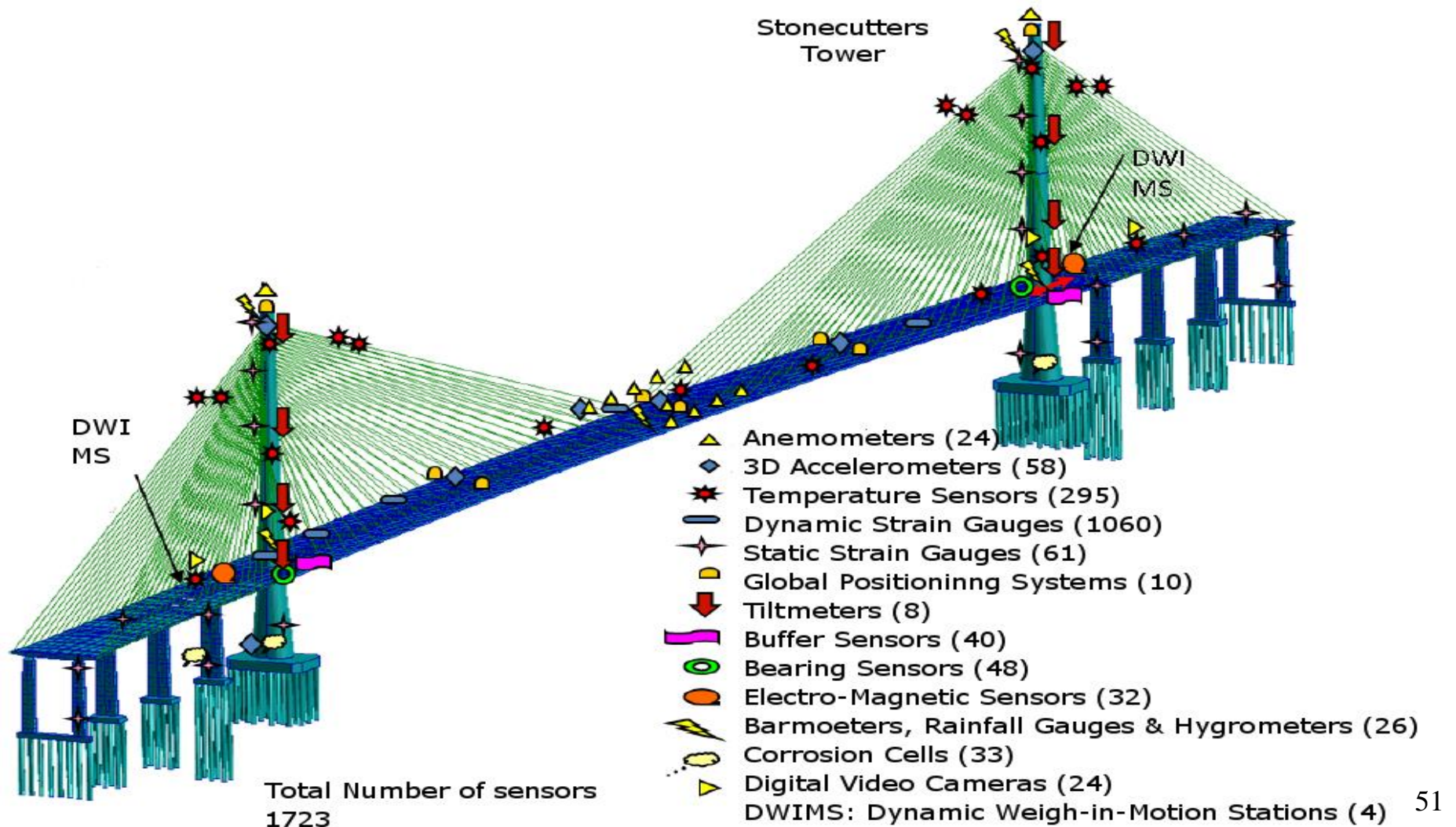
*Tudo depende da amplitude e da precisão*





## Medição de tensões e deformações

### Exemplo





## Medição de tensões e deformações Extensometria

A extensometria é uma técnica utilizada para a análise experimental de tensões e deformações em estruturas dos mais diversos tipos.



<https://www.hbm.com/en/6711/webinar-mechanical-aircraft-testing-mgcpplus-new-features-june-27/>



<https://strainbond.com/applications>



52

[http://www.marshinst.com/instrumentation\\_services-14.html](http://www.marshinst.com/instrumentation_services-14.html)





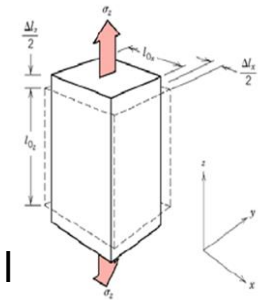
## Medição de tensões e deformações

### Extensômetro

Extensômetros são sensores cujo o princípio de funcionamento esta baseado na alteração da resistência elétrica de um corpo condutor geometricamente definido é proporcional ao comprimento e inversamente proporcional a área da seção transversal.

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Onde: R = Resistência elétrica  
L = comprimento  
A = área da seção transversal  
 $\rho$  = constante de resistividade do material



- O aumento da deformação aumenta do comprimento (L) e diminuição da seção transversal (A) – Lei de Hooke – levam a um aumento da resistência elétrica (R)
- Para a maioria dos materiais o aumento da deformação leva ao aumento da resistividade elétrica ( $\rho$ )
- A temperatura constante a resistência do corpo aumenta linearmente com a deformação

$$S \epsilon_a = \frac{\delta R}{R}$$

Onde: S = fator adimensional de extensometria (*strain gage factor*)

Usualmente S = 2 para extensômetros comerciais



## Medição de tensões e deformações

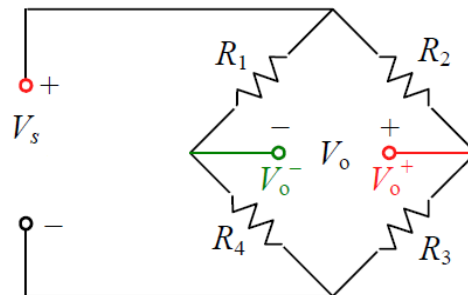
### Extensômetro

A resistência elétrica típica de Extensômetros comerciais são  $120 \Omega$  ou  $350 \Omega$ , considerando que as deformações típicas em elementos de máquina na ordem de  $10^{-6} < \varepsilon_a < 10^{-3}$ , e o fato de extensometria de  $S = 2$ .

Temos: 
$$S\varepsilon_a = \frac{\delta R}{R} \Rightarrow \delta R = R \cdot S\varepsilon_a \Rightarrow 0,00024\Omega < \delta R < 0,24\Omega$$

Então  $\delta R/R$  é muito pequeno, o que é difícil de medir.

Ponte de Wheatstone

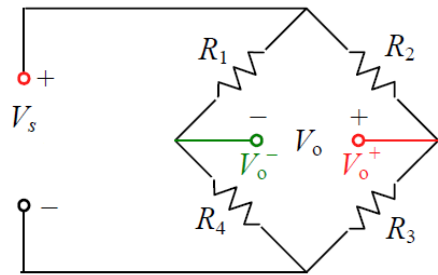


$$V_o = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

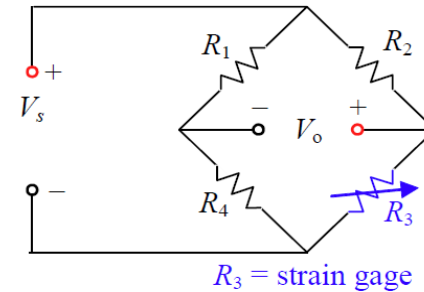


## Medição de tensões e deformações Extensômetro

### Ponte de Wheatstone



$$V_o = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

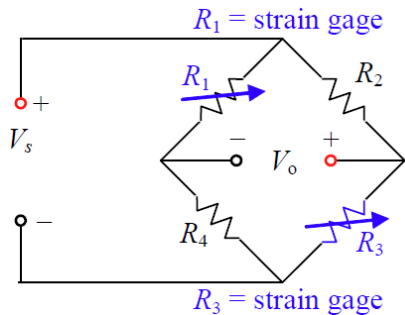


$$V_o \approx V_s \frac{\delta R_3 \cdot R_1}{(R_2 + R_{3,\text{initial}})(R_1 + R_4)}$$

$$\varepsilon_a \approx \frac{V_o}{V_s} \frac{1}{S} \frac{(R_2 + R_{3,\text{initial}})^2}{R_2 R_{3,\text{initial}}}$$

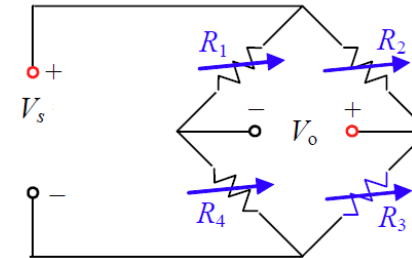
**n = 1**

$$\varepsilon_a \approx 4 \frac{V_o}{V_s} \frac{1}{S}$$



**n = 2**

$$\varepsilon_a \approx \frac{4}{n} \frac{(V_o - V_{o,\text{reference}})}{V_s} \frac{1}{S}$$



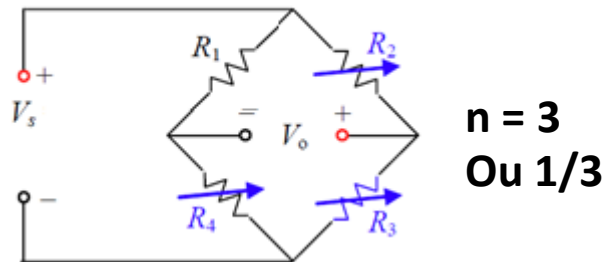
**n = 4**

$$V_o \approx V_{o,\text{reference}} + \frac{n}{4} \varepsilon_a S V_s$$

**n = número de extensômetros ativos na ponte**

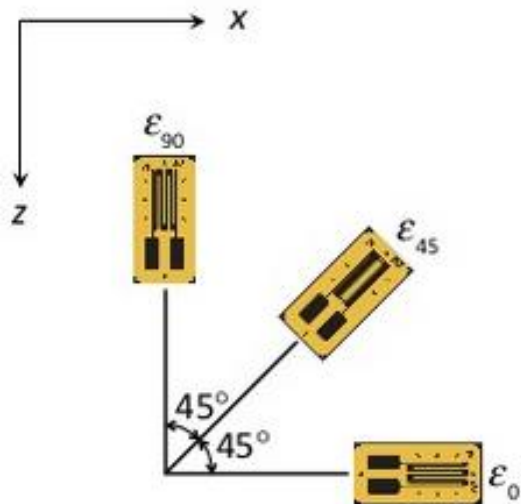


## Medição de tensões e deformações Roseta de deformação



$n = 3$   
Ou  $1/3$

45° ('Corner') Rosette



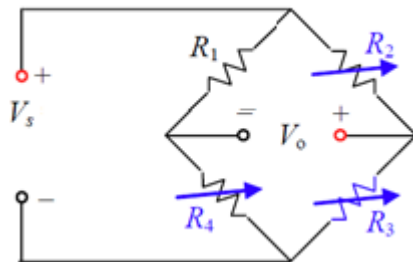
- A roseta de deformação parte do princípio que três pontos não colineares definem um, e somente um, círculo.
- Esta permite a definição dos pontos a partir das tensões normais em três direções.
- Assim o uso da roseta de deformação permite definir um único círculo de Mohr de deformação.
- Para este caso específico

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \epsilon_{0^\circ} \\ \epsilon_y = \epsilon_{90^\circ} \\ \gamma_{xy} = \epsilon_{0^\circ} + \epsilon_{90^\circ} - 2 \cdot \epsilon_{45^\circ} \end{array} \right.$$



## Medição de tensões e deformações

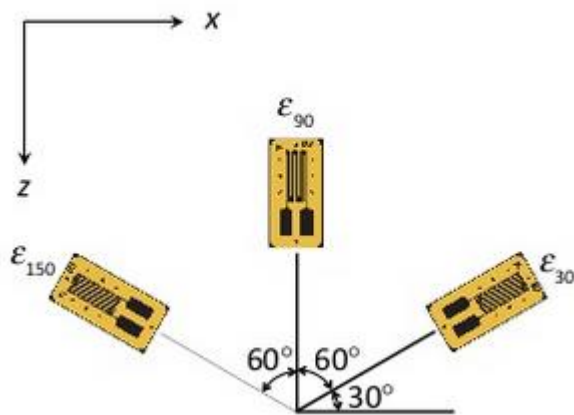
### Roseta de deformação



$n = 3$   
Ou  $1/3$

- Outra configuração para a roseta de deformação é a de  $60^\circ$  ou Delta
- Para este caso específico as equações de deformação ficam:

#### • $60^\circ$ ('Delta') Rosette



$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{2}{3} \left( \epsilon_{30^\circ} - \frac{\epsilon_{90^\circ}}{2} + \epsilon_{150^\circ} \right) \\ \epsilon_y = \epsilon_{90^\circ} \\ \gamma_{xy} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\epsilon_{150^\circ} - \epsilon_{30^\circ}) \end{array} \right.$$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

---

**FIM DA AULA**