1ª Lista de exercícios de Econometria I

1. **Estatística básica**

Sabemos que, se X se distribui segundo f(X), então:

*  ; para X sendo VA Contínua
*  ; para X sendo VA discreta
* E(X) =  ; para X sendo VA Contínua

 ; para X sendo VA discreta

* E[g(X)] =  ; para X sendo VA Contínua

 ; para X sendo VA discreta

1. Sejam (X,Y) variáveis aleatórias (VAs), e (a,b) constantes reais.
2. Mostre que E(a) = a
3. Mostre que E(a + X) = a + E(X)
4. Mostre que E(aX) = aE(X)
5. Mostre que Var(a + X) = Var(X)
6. Mostre que Var(Y + X) = Var(Y) + Var(X) + 2Cov(X,Y)
7. Mostre que Var(Y – X) = Var(X) + Var(Y) – 2Cov(X,Y)
8. Mostre que Var(aX) = a2Var(X)
9. Mostre que E(X | X = x) = x
10. Mostre que E(X2 | X = x) = x2
11. Mostre que E[g(X) | X = x] = g(x)
12. Mostre que E(a + bX | X = x) = a + bx
13. Mostre que:

(i)  (ii) 

1. Seja X = resultado do lançamento de um dado.
2. Qual o suporte de X?
3. Qual a esperança de X?
4. Qual a esperança de X2?
5. Qual a variância de X?
6. Qual a esperança de X2?

Suponha que você tenha uma *amostra* com N observações de X, e defina a média amostral como sendo 

1. Qual o suporte de?
2. Qual a esperança de x1 + x2?
3. Qual a variância de x1 + x2?
4. Como sua resposta acima muda se (x1,x2) forem independentes?
5. Como sua resposta (ao item (iii)) muda se somarmos também x3?
6. Qual a esperança de ?
7. Qual a esperança de 2?
8. Qual a variância de ?
9. Qual a variância de quando (x1,x2,...,xN) forem independentes?
10. Seja X = salário no Brasil. Suponha que Eike Batista ganhe R$ 10 milhões por mês. Qual o suporte de X?
11. Seja X = resultado do lançamento de uma moeda não-viesada, tal que X = 0 se o resultado é cara e 1 em caso contrário.
12. Qual a esperança de X?
13. Qual a variância de X?
14. Qual a distribuição de X?
15. Mostre que E(X) = Pr(X=1)
16. **Expectativas Iteradas**

**Sejam (X,Y) VAs distribuídas conjuntamente segundo f(X,Y).**

1. Variáveis contínuas. Sabendo que:
* f(X,Y) = f(Y | X)f(X) = f(X | Y) f(Y)
* f(X) = 
* E(X | Y) = 
1. Mostre que E(X) = 
2. Mostre que E(X) = 
3. Sabendo que as integrais são intercambiáveis, isto é, que

,

mostre que E(X) = =

1. Usando o fato de que E(X|Y) é uma função de Y, e portanto pode ser escrito como g(Y), mostre que E(X) = Ey[E(X | Y)]
2. Variáveis Discretas: Sabendo que:
* f(X,Y) = = f(Y | X)f(X) = f(X | Y) f(Y)
* f(X) = 
* f(X | Y) = 
* E(X | Y = yk) = 
* E(X | Y) = 
1. Mostre que 
2. Mostre que 
3. Mostre que 
4. Mostre que 
5. Usando o fato de que E(X|Y) é uma função de Y, e portanto pode ser escrito como g(Y), mostre que E(X) = Ey[E(X | Y)]
6. **Estrutura de dados e fontes de variação.**

Discuta as afirmações abaixo, apontando a fonte de variação utilizada para identificar o efeito causal e o tipo de estrutura dos dados.

As fontes de variação possíveis são (a) natural, (b) longitudinal, (c) induzida por instrumentos, (d) experimental, e (e) temporal.

A estrutura dos dados pode ser (a) um corte transversal, (b) um painel, (c) uma série temporal, e (d) uma amostra experimental.

Obs: Não é pedido para discutir se as afirmações são falsas ou verdadeiras.

1. “Segundo uma amostra representativa da população de Araraquara, crianças cujos pais têm ensino superior completo possuem menor probabilidade de contrair dengue, o que mostra que pais mais educados cuidam melhor de seus filhos”
2. “A decisão de controlar a entrada de capitais ajudou o país a sair da crise de 2008, pois países que impuseram o controle tiveram recessão mais curta”
3. A criação do imposto sobre importações causou a melhora do balanço de pagamentos, que hoje é superavitário e era deficitário antes da existência do imposto”
4. “Dentre as empresas do setor têxtil, aquelas que contrataram trabalhadores em 2009 foram as que mais elevaram seus níveis de faturamento”
5. “Em 1969 uma loteria foi criada nos EUA para recrutar, dentre os jovens alistados, aqueles que iriam para a guerra do Vietnã. Vinte anos mais tarde, verificou-se que os jovens que foram para a guerra tiveram maior incidência de neuroses, provando que eventos desta natureza trazem danos psicológicos irreversíveis”
6. Educação definitivamente afeta positivamente salários. Estudos mostram que em comunidades com mais escolas os níveis de educação são mais elevados e os salários, maiores.”
7. **Estratégias de estimação**
8. Considere o modelo y = bx + ε
9. Construa um estimador de b usando minimização de uma função perda quadrática
10. Construa um estimador de b usando o método dos momentos e E(ε) = 0
11. Construa um estimador de b usando E(εX) = 0. Como sua resposta muda se utilizássemos E(εZ) = 0, para uma variável Z observada em nossa amostra mas excluída da equação de determinação de Y?
12. Suponha que ε | X ~ N(0,σ2). Construa um estimador de b utilizando maximização da função de de verossimilhança.
13. Você lançou uma moeda 10 vezes, obtendo os resultados [0 0 0 1 0 1 0 1 1 0].
14. Qual a distribuição de Y, variável aleatória que representa o resultado de um lançamento da moeda? Qual(is) os parâmetros a serem estimados no modelo?
15. Construa o problema de maximização de verossimilhança para estimação deste(s) parâmetro(s).
16. Resolva o problema acima
17. Suponha que Y ~ exp(λ). Em uma amostra aleatória de tamanho N, construa o estimador de máxima verossimilhança de λ. (Obs: se Y ~ exp(λ) então f(y) = λe-λy.
18. **Viés de variável omitida**

Considere o modelo:

Y = b0 + b1x1 + b2x2 + ε

Suponha que cov(ε,X1) = cov(ε,X2) = 0

Você especificou erroneamente o modelo e estimou:

Y = c0 + c1x1 + u,

utilizando o estimador de c, , como estimador de b1. Qual o viés de ?

A omissão de X2 do exercício faz com que X2 esteja em u, isto é, u é agora uma mistura de (ε,X2). Sabemos que cov(ε,X1) = 0. Calcule cov(u,X1) se cov(X2,X1) = 0. Qual o viés neste caso?