



# Análise de Investimentos: Custo de Capital, Risco e Decisões Financeiras

## 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão analisados alguns temas importantes nas decisões de financiamento e investimento, como custo de capital, análise de risco, gestão de portfólio e *value-at-risk*. Trata-se de uma abordagem aplicada e direta ao ponto. Os temas complementam o capítulo anterior, fornecem ferramentas e possibilitam o estudo mais claro e completo dos temas desenvolvidos nos Capítulos 5 e 6.

O capítulo começa com o custo médio ponderado de capital (CMPC ou WACC – *Weighted Average Cost of Capital*). Segue com uma introdução à análise de riscos (critérios de decisão Hurwicz, Wald, Savage e Laplace), árvores de decisão, valor monetário esperado (VME), análise de sensibilidade, função utilidade, atitudes em relação ao risco (conservador, neutro, arrojado), tolerância ao risco (R), equivalente de certeza (EqC) e nível de participação ( $\phi$ ). Com um exemplo (Companhia Z) ilustram-se as possíveis decisões entre estratégias diferentes, conforme se utilize um ou outro critério e conforme se decida pelo VME ou pela função utilidade (conforme níveis distintos de tolerância ao risco [R] e com o equivalente de certeza). A análise de sensibilidade parametriza as decisões e faz pensar sobre gamas possíveis de valores para as probabilidades e para os valores envolvidos, mostrando como as decisões se alteram com mudanças nos dados de entrada do problema.

Apresenta-se a teoria da carteira de investimentos (*portfólio*) para dois ou mais ativos, com exemplos práticos baseados em planilhas Excel que estarão disponíveis no *site* da Editora. Logo após, apresenta-se o *value-at-risk*, importante métrica para o risco, com exemplos práticos baseadas em planilhas Excel também a serem disponibilizadas no *site* da Editora. O capítulo se encerra com uma discussão prática de escolha de taxas de juros apropriadas para descontar projetos na indústria, mostrando o binômio risco–retorno.

## 4.2 CUSTO DE CAPITAL

Do ponto de vista prático, pode-se dizer que qualquer empresa tem três funções principais: produção, financiamento e investimento.

Sem a produção, que é o esforço dos agentes para obter um produto tangível – bens de consumo, bens de capital etc. – ou intangível (serviços em geral), as outras duas funções não teriam razão de ser.



Não obstante, o trabalho de produção de qualquer tipo de bens pressupõe a captação de recursos financeiros para adquirir bens de capital a fim de tornar viável o investimento, tarefa esta que denominamos financiamento.

Esses produtos serão distribuídos pelo mercado, e o resultado da venda mostrará se o investimento propiciou lucro aos proprietários da firma em questão (acionistas – *stakeholders*).

Neste tópico, começaremos pela precificação do capital, que se faz pela taxa de juros. Posteriormente, analisaremos os instrumentos de financiamento, suas principais características e sua conveniência de utilização, o cálculo do custo médio ponderado de capital (CMPC ou WACC – *Weighted Average Cost of Capital*) e encerramos falando sobre o *mix* ótimo de financiamento.

#### 4.2.1 A taxa de juros

O mercado resulta da interação entre vários agentes produtivos e financeiros. Alguns deles possuem os recursos (poupadores ou financiadores) e a parte restante quer aplicar esses recursos para produzir bens e serviços (investidores ou tomadores de empréstimos).

Os poupadores (financiadores, *lenders*) possuem capital suficiente para suas necessidades principais e um montante que pode gerar consumo imediato ou uma fonte de poupança.

Já os tomadores de empréstimo (*borrowers*) querem implementar um novo negócio (ou até mesmo saldar dívidas passadas) e não dispõem de recursos para tanto.

O custo de o poupador deixar de consumir agora seus recursos financeiros, para emprestá-los ao tomador, é expresso pela taxa de juros.

Outra forma de definir a taxa de juros é considerá-la como o custo do dinheiro no mercado financeiro. Para entender melhor esse conceito, consideremos o consumo baseado em um período simples de troca intertemporal.

De acordo com Bussey (1978), admitamos por hipótese que o tempo seja expresso, somente por AGORA e um período DEPOIS, ou seja, só existe um período entre os dois instantes  $t = 0$  e  $t = 1$ . Além disso, o mercado em questão é dito perfeito, o que pressupõe que:

- a) os mercados financeiros são perfeitamente competitivos;
- b) não existe custo de transformação;
- c) não existe assimetria de informação, ou seja, as informações necessárias estão disponíveis para todos os agentes sem qualquer custo;
- d) todos os indivíduos e empresas são capazes de financiar e emprestar na mesma base de custo.

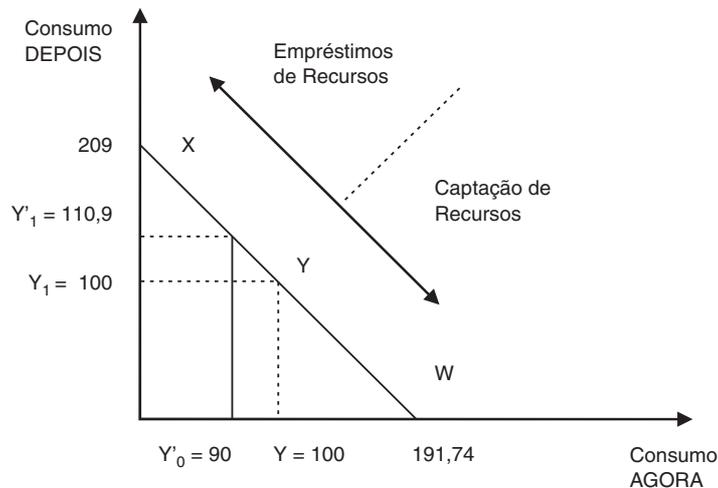
Outra suposição importante é o comportamento do consumidor, cuja renda (salários, aplicações financeiras e outras fontes de riqueza) é fixa para o intervalo de tempo considerado.

Dada a sua restrição de capital, o indivíduo irá planejar seus gastos de forma a obter o melhor aproveitamento de seus recursos (ou seja, otimizar seu padrão de consumo). Vale dizer que a solução desse problema surgirá de uma combinação entre os três padrões de consumo possíveis: consumir, emprestar e tomar emprestado.

O único acontecimento sobre as preferências desse indivíduo é que ele prefere consumir mais em qualquer instante  $t = 0$  e  $t = 1$ .

Assim como existe um mercado para comercializar bens de consumo, bens de capital e outros produtos, existe também um mercado que expressa a preferência entre permutar a renda presente pela renda no período futuro. Esse mercado é conhecido como mercado de capitais, cuja operacionalidade obedece aos pressupostos, já mencionados, de um mercado perfeito.

Voltando ao exemplo que queremos mostrar a fim de se entender melhor o conceito de taxa de juros, consideremos a Figura 4.1.



**Figura 4.1** Oferta e demanda de recursos intertemporais

\* Admitindo um mundo contendo só um intervalo de tempo.

A Figura 4.1 diz respeito a um indivíduo M, cuja renda em  $t = 0$  é  $Y_0 = \$100,00$  (renda a ser consumida AGORA) e em  $t = 1$  possui os mesmos  $Y_1 = \$100,00^*$ . É importante frisar que o mercado de capitais é que determina essa oportunidade de transferência de renda de um indivíduo de um instante  $t = 0$  para outro instante  $t = 1$ . As condições comerciais no mercado de capitais, assim como no de bens e serviços, são regidas pelas leis de oferta e demanda\*.

O ponto  $y$  é denominado *intertemporal endowment position* (ponto de equilíbrio entre oferta e demanda de recursos). A linha de mercado representada pelo segmento X-W mostra as possíveis transferências entre renda e consumo. Caso o indivíduo M troque todo seu consumo agora, considerando a taxa de juros de 9% ao ano, ele poderia consumir no futuro ( $t = 1$ ) não somente sua renda presente (*endowment income*) de \$100,00, mas também a quantia de \$109,00, que representa sua renda no futuro (*endowment income*) em  $t = 1$ . Então, seu padrão de consumo seria reduzido a zero em  $t = 0$  e a \$209,00 em  $t = 1$ , que corresponde ao ponto X da Figura 4.1. O mesmo indivíduo poderia preferir tomar emprestados \$100,00 em  $t = 1$ , equivalentes à soma de  $\$100/109 = 91,74$ , elevando para \$191,74 (*present income endowment*). Essa situação corresponderia ao ponto W.

Se o indivíduo reduzisse seu padrão de consumo imediato para  $Y_0 = \$90,00$ , poupando 10 unidades no presente, no futuro ele poderá consumir  $Y_1 = 110,90$ , correspondentes às coordenadas do ponto  $Y'$ .

Na mesma figura, analisamos o segmento  $Y-X$ . O indivíduo  $M$  pode postergar o consumo de \$1 hoje pela possibilidade de gastar \$1,09 no instante  $t = 1$ . Isso significa que esse segmento de reta representa o lugar geométrico das possibilidades de empréstimo (oferta de empréstimos – *lending*). Da mesma forma, o segmento  $Y-W$  refere-se ao lugar geométrico dos pontos que representam as alternativas de tomar empréstimos (*borrowing*). Nesse trecho, o indivíduo troca o consumo hoje de \$1 para consumir no futuro somente \$0,9174.

Feita esta explanação, ainda cabe a pergunta: qual seria o padrão de consumo que o indivíduo  $M$  deveria escolher, ou seja, qual seria o ponto escolhido no segmento  $Y-M$ ? Para Bussey (1978), ao responder a esta questão partindo do pressuposto de que estamos operando em um mercado perfeito, onde a oferta de empréstimos e a tomada de empréstimos podem ocorrer para a mesma taxa de juros, o indivíduo deveria escolher qualquer ponto que quisesse dentro da linha de marcar  $Y-W$ . Esse fato evidencia que a escolha do padrão de consumo independe da taxa de juros a ser adotada pelo mercado. No entanto, se  $M$  escolhesse um ponto dentro da figura  $OXWO$  ele estaria perdendo uma oportunidade de consumir, mas otimizando seu nível de consumo.

Vale assinalar que a tangente de  $\dot{a}$  representa a taxa de juros que pode ser entendida como a taxa de permuta que o mercado permite entre consumir AGORA e consumir DEPOIS.

Caso o consumo seja reduzido de  $Y'_0$  para  $Y_0$ , ou seja,  $-\Delta Y_0 = Y'_0 - Y_0$ , e o consumo futuro fosse incrementado em  $-\Delta Y_1 = Y'_1 - Y_1$ , podemos calcular a taxa de juros pela expressão:

$$(1 + i) = \frac{-\Delta Y_1}{\Delta Y_0}$$

Assim fica consignada a noção de taxa de juros de um modelo de mercado que considera somente um intervalo de tempo, que pode ser expandida para mercados com vários intervalos de tempo.

### 4.3 FONTES DE FINANCIAMENTO

Durante o ciclo de meia-vida de uma empresa, é natural que a mesma após ser implementada deseje crescer, até mesmo para garantir sua sobrevivência. A fim de garantir esse crescimento, a empresa pode usar recursos próprios (retenção de lucros acumulados e emissão de ações ordinárias) ou usar recursos de terceiros (empréstimos, emissão de títulos corporativos etc.).

Conforme veremos mais adiante, o uso de capital próprio tem maior custo em relação aos recursos de terceiros, porém sua utilização diminui o risco de inadimplência (*default*).

Na seqüência, apresentaremos alguns conceitos básicos sobre as fontes de recursos e depois delinearíamos as principais formas de capital próprio e de terceiros.

#### 4.3.1 Conceitos básicos

Neste princípio, não é demais calcular que diferentes instrumentos serão utilizados para empresas de capital aberto ou capital fechado. Além disso, a fase em que a empresa se encontra em seu ciclo de vida também influi no tipo de instrumento financeiro a ser utilizado como fonte de recursos.

A primeira distinção importante é a de dívida ou empréstimos (*loans*) e patrimônio líquido (*equity*).

Existem vários tipos de dívidas, como os empréstimos bancários, empréstimos obtidos em bancos de fomento (IADB, ADB, BNDES etc.) e títulos corporativos. A dívida caracteriza-se por:

- a) conferir direitos ao portador sobre um conjunto de fluxos de caixa a serem gerados pela empresa no futuro (normalmente principal e juros);
- b) ter prioridade em relação ao patrimônio líquido, em caso de liquidação, sobre fluxos de caixas (principal e juros) e ativos da empresa;
- c) na maior parte dos casos, os juros a serem pagos pela Dívida serem deduzidos como despesas, diminuindo o lucro líquido. Dessa forma, a empresa tem seus encargos tributários reduzidos;
- d) ter data de vencimento fixa, sendo estabelecido quando o principal e os juros devem ser pagos. Normalmente, o principal é quitado no final do período contratado;
- e) não fornecer aos seus portadores direitos sobre a gestão e administração da empresa.

Em relação ao patrimônio líquido, em comparação aos requisitos da dívida, podemos citar as seguintes características:

- a) só confere ao portador direitos sobre os fluxos de caixa residuais da empresa, ou seja, após terem sido deduzidos os juros, tributos aplicáveis e outros compromissos que possam ocorrer;
- b) tem prioridade subordinada em relação à dívida, em caso de liquidação, sobre fluxos de caixa e ativos da empresa;
- c) os pagamentos dos dividendos não são deduzidos como despesas no momento de apurar o lucro líquido;
- d) os dividendos pagos pelas ações não têm data de vencimento. Geralmente são compromissos que devem ser pagos durante todo o ciclo de vida da empresa. Dessa forma, usualmente, diz-se que tem data de vencimento infinita;
- e) dá ao seu portador direitos sobre a gestão e a administração da empresa. Numa nova emissão de ações ordinárias, a empresa capitaliza-se a um custo mais baixo do que recorrendo a uma dívida, mas perde parcialmente o controle da mesma.

Vale notar que alguns tipos de instrumentos financeiros atualmente utilizados não obedecem rigorosamente às características apontadas acima, possuindo tanto características de dívidas como de patrimônio líquido, razão pela qual são denominados títulos híbridos.

#### **4.3.2 Opções de financiamento utilizando o patrimônio líquido**

Conforme previamente havíamos dito, a natureza dos instrumentos financeiros para captação de recursos dependerá de dois fatores:

- a) se a empresa é de capital fechado;
- b) em que estágio do seu ciclo de vida se encontra a empresa.

Vamos tratar primeiramente das opções de financiamento para as empresas de capital fechado.

#### 4.3.2.1 Opções de financiamento de patrimônio líquido para empresas de capital fechado

As empresas de capital fechado não captam recursos nas bolsas de valores, ou porque são de pequeno porte ou porque não estão dispostas a compartilhar a gestão com os portadores de ações ordinárias. Dessa forma, ou ela reinveste seus lucros (não tendo que pagar os dividendos) ou assume uma dívida, ou consegue alguma entidade (pessoa física ou jurídica) que lhe forneça os recursos para aumentar seu capital. Essas entidades externas à empresa, que fornecem recursos, podem ser de dois tipos:

- a) capitalista de risco (*venture capital*) ou
- b) investidora de patrimônio líquido (*private equity investor*)

A maioria das empresas de grande porte que atuam no mercado começou como pequenos negócios financeiros pelos recursos dos próprios proprietários, que muitas vezes injetaram os lucros na empresa, possibilitando que a mesma pudesse crescer gradualmente. No entanto, o capital próprio reinvestido só permite um crescimento limitado. Para que essa empresa aumente sua escala de produção consideravelmente e esteja presente em outros mercados, ela terá de recorrer aos recursos privados (capitalista de risco ou investidor em patrimônio líquido). Vale dizer, também, que a empresa poderia abrir seu capital para captar mais facilmente recursos de terceiros. Porém, esta última forma de captar recursos não será aqui considerada.

Um investidor de risco pode suprir as necessidades de uma empresa de capital fechado de pequeno porte, mas em troca exigirá uma parcela grande de participação na mesma. Ao investidor de risco interessa que essa firma cresça e valorize-se a fim de garantir um bom lucro com a venda de sua participação. Pode ocorrer também o caso de o investidor de risco não vender sua participação, quando a empresa abre seu capital, no intuito de participar mais da administração, pois espera que esse negócio gere lucros durante um longo período de tempo.

À medida que a empresa cresce, ela terá acesso a outras fontes de financiamento que lhe permitam garantir seu controle majoritário no negócio. A capacidade de levantar recursos está associada ao tamanho da empresa e à sua saúde financeira, medida pelo risco do negócio e pelo risco sistêmico (conforme, por exemplo, o modelo CAPM).

#### 4.3.2.2 Opções de financiamento para empresas de capital aberto

Uma firma torna-se empresa de capital aberto quando emite pela primeira vez ações ordinárias na bolsa de valores. Isso se faz através de uma oferta pública inicial (IPO – *initial public offering*). Essa entidade está disposta a compartilhar parte da gestão da mesma em troca de mais recursos financeiros que proporcionem o seu crescimento.

Os recursos financeiros necessários para financiar o patrimônio líquido, além das citadas ações ordinárias, podem ser obtidos através de *warrants*, direitos de valor contingentes (*contingent value rights*) e outros instrumentos específicos desenvolvidos mais recentemente, que não serão objeto deste estudo.

##### 4.3.2.2.1 Warrants

Quanto mais a empresa abre mão de parte do controle da administração do negócio (através da emissão de ações ordinárias), mais ela fica vulnerável à interferência dos acionistas na ges-

tão. Os acionistas, ao perceberem o declínio do valor das ações ou por acharem que as mesmas renderam dividendos insatisfatórios, podem pressionar o conselho administrativo para que troque os principais diretores dessa firma.

Com o intuito de manter o controle mais em suas mãos, os proprietários, em vez de recorrerem a uma nova emissão de ações ordinárias, podem lançar mão das *warrants*. Esse instrumento é definido por Downes na Goodman (1993) como:

“Tipo de valor mobiliário, em geral emitido juntamente com uma obrigação (*bond*) ou uma ação preferencial (*preferred stocks*), conferindo ao detentor o direito de comprar uma quantidade proporcional de ações ordinárias, por um período de vários anos ou indefinidamente, a um preço especificado, geralmente superior ao preço de mercado na ocasião da emissão.”

#### 4.3.2.2 Direitos de valor contingente

Esse tipo de valor mobiliário, cuja definição assemelha-se ao conceito de opções de venda (*put options*), garante aos investidores o direito de vender ações por um preço fixo (preço de exercício combinado em contrato) e assim obter um ganho devido à volatilidade das ações (que é definida pelo desvio-padrão dos retornos das ações), também constituindo importante instrumento de proteção da volatilidade de mercado (*hedging*).

Damodaran (2004) aponta as principais diferenças entre direitos de valor contingente e opções de venda:

“Existem duas diferenças fundamentais entre direitos de valor contingente e opções de compra. Primeiro, as receitas das vendas de direitos de valor contingente são canalizadas para a empresa, ao passo que as receitas das vendas de opções de venda são canalizadas para o vendedor da opção de venda. Segundo, direitos de valor contingente tendem a ser muito mais de longo prazo do que as opções de venda típicas.”

#### 4.3.3 Opções de financiamento de dívida

A dívida gera uma obrigação fixa de pagamentos advindos dos fluxos de caixa resultantes da operação da empresa e, em caso de falência ou liquidação extrajudicial, os credores das dívidas têm prioridade sobre os proprietários de patrimônio líquido (basicamente os detentores de ações ordinárias).

Os principais instrumentos financeiros conceituados como dívidas são: empréstimo bancário e/ou linha de crédito; títulos corporativos e operações de *leasing* financeiro ou operacional.

##### 4.3.3.1 Empréstimo bancário

O empréstimo bancário (*bank loans*) talvez seja a forma mais comum para se levantar capital junto aos bancos comerciais.

Ao principal são adicionados juros periódicos ou pagáveis ao fim do contrato (sistema de amortização americano). Os juros cobrados são função da classificação de risco de crédito das

empresas tomadoras. Existem instituições financeiras, as agências de *rating*, que classificam as diversas empresas conforme seu risco de não pagar a dívida. O juro cobrado embute esse acréscimo de juros (*spread*), que será tanto maior quanto maior for a chance de inadimplência do tomador.

Como comumente na economia as taxas de juros são nominais, deve-se acrescentar ao risco um percentual relativo à inflação. Essa parcela de inflação pode ser fixa (estabelecida no início do contrato) ou flutuante, isto é, atrelada à variação de um índice econômico previamente estabelecido (IPCA, IGP, Libor etc.) que só será apurada ao final do período do contrato de empréstimo.

Seja:

$P$  = principal = \$10.000,00

$i_n$  = taxa nominal de juros =  $I$

$r$  = ganho real desejado pelo financiador = 8% ao ano

$n$  = período = 4 anos

$\emptyset$  = inflação (% ao ano – os dados constam da tabela a seguir)

$M$  = montante devido no vencimento do empréstimo

$\emptyset$	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano
% ao ano	3	4	3	5

Vamos calcular o montante devido no final do período considerando que não houve pagamentos intermediários.

Sabendo que  $i_n = (1 + r)(1 + \emptyset) - 1$ , sintetizamos os resultados das taxas nominais para cada período, na tabela a seguir:

$\emptyset$	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano
% ao ano	11,24	12,32	11,24	13,40

A taxa efetiva do período ( $i_e$ ) será:

$$i_e = (1 + i_{n1})(1 + i_{n2})(1 + i_{n3})(1 + i_{n4}) - 1 = 57,61\%$$

Logo:

$$M = 10.000(1,5761) = \$15.761,30$$

Os empréstimos bancários são uma alternativa relativamente fácil e rápida de levantar capital, se paradas as IPO para abertura de capital em bolsa ou até mesmo uma nova emissão de ações.

Esses empréstimos são uma fonte de capital, tanto de curto prazo como de longo prazo. Quanto maior for o prazo e menor o número de parcelas que amortizam o principal, maior será a taxa de risco a ser paga pelo tomador.

Uma opção de empréstimo mais flexível, oferecida pelos bancos, é a abertura de uma linha de crédito da qual o tomador só fará uso caso precise de financiamento ou na ocorrência de

pagamentos de despesas não previstas. Caso a empresa não se utilize dessa linha de crédito, não lhe serão cobrados juros relativos a essa fonte alternativa de capital.

Em muitos casos, em contrapartida ao empréstimo e/ou linha de crédito, a empresa deverá deixar uma parcela chamada de saldo médio (ou saldo de compensação), que representa o percentual ou valor do empréstimo intacto, não podendo ser utilizado pelo tomador e, conseqüentemente, esse saldo médio não gerará juros em benefício da corporação que toma o empréstimo. Como é fácil perceber, quanto maior o saldo médio, menor será o *spread* de risco.

#### 4.3.3.2 Os títulos

Um título (ou uma obrigação) é um contrato de LP em que o tomador de empréstimos aceita fazer o pagamento do principal e dos juros, em datas preestabelecidas no contrato, para os proprietários de uma obrigação.

*Grosso modo*, os títulos podem ser classificados em quatro categorias:

- a) títulos do Tesouro;
- b) títulos privados (corporativos);
- c) municipais;
- d) estrangeiros.

Os títulos do Tesouro, tanto de curto prazo como de longo prazo, normalmente considerados livres do risco de inadimplência, são emitidos pelo governo de um certo país, o que lhe permite fazer caixa para atender as necessidades de financiamento do governo. O risco atrelado a esses instrumentos é o risco de crédito (inadimplência). Os títulos privados (corporativos) são emitidos por empresas privadas. Dependendo do grau de risco de inadimplência do emissor, as taxas serão maiores ou menores.

Vale dizer que Damodaran (2004) diferencia os conceitos de obrigação e títulos: consideram-se títulos aquelas dívidas que têm vencimento menor que 10 anos e obrigações aquelas dívidas que têm vencimento entre 10 e 30 anos.

Já os títulos municipais, ou abreviadamente “munis”, são emitidos pelos governos estaduais e municipais com o intuito de atender as necessidades de financiamento dessas unidades, geralmente com a finalidade de construir ativos de infra-estrutura que exigem o uso intensivo de capitais. Os “munis” também possuem risco de crédito. No entanto, conforme a legislação dos Estados Unidos, os juros de tais títulos são isentos de impostos federais e estaduais, caso o portador resida na unidade federativa emitente. Isso nos leva a afirmar que as taxas de juros cobradas (incluindo os cupons) pelo emitente são inferiores às dos títulos privados, pois oferecem menor perigo de inadimplência.

O último tipo, conforme sua própria denominação, é emitido por empresas ou governos estrangeiros. É o caso de um título eurodolar, emitido em dólares nos Estados Unidos e negociado em mercados de outros países.

Como a finalidade deste texto não é exaurir a teoria sobre os títulos, apresentaremos as principais características dos títulos que estarão expressas por suas cláusulas:

- a) *Valor ao par* é o valor de face ou valor nominal, o valor declarado de um título. Normalmente atribui-se ao valor de face a quantia de \$1.000,00 ou múltiplos deste montante (\$2.000, \$5.000 etc.).

b) *Taxa de juros do cupom.*

O cupom é o rendimento periódico a que o investidor tem direito conforme previsto no título. Em geral, esses juros são semi-anuais.

Suponhamos que um título da IBM, com valor de face \$1.000,00, tenha um cupom de 12% ao ano, com VCT de 20 anos. Dessa forma, o título pagará semestralmente a quantia de \$60,00 e o valor total do título será de:

$$VPT = B = 60a_{20/12\%} + \frac{1000}{(1,12)^{20}} = \$551,83$$

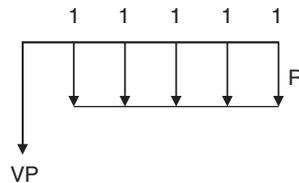
onde

VPT = valor presente do título = *bond*

$A_{n/i}$  = fator de atualização de capital para uma série-padrão uniforme

*Obs. 1:* Mais adiante veremos o conceito de valoração de um título.

*Obs. 2:* Uma série-padrão uniforme é aquela cujo primeiro pagamento, iniciando-se no primeiro ano, é postecipada; o pagamento inicia-se ao final do primeiro ano, é uniforme com todas as parcelas iguais (R), periódico (com pagamentos realizados em períodos constantes) e finito. Veja a figura a seguir, onde se calcula o valor presente da série (VP):



Sendo  $R = \$100$ , o vencimento de 5 anos e a taxa de juros de 10% ao ano, o VP é:

$$VP = R \cdot a_{n/i} = R \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$VP = 100 \cdot 3,7908 = \$379,08$$

É importante frisar que, na emissão de um título, seu pagamento de juros (cupom) é fixado de modo que o emissor tenha condições de pagar periodicamente os juros devidos.

Nem sempre os juros serão fixos e constantes. Dadas as incertezas econômicas, o emissor pode estabelecer uma taxa flutuante, com pagamentos semi-anuais, atrelada a um índice que incorpore a taxa de ganho real almejada, somada à taxa de inflação no período.

Vamos supor o seguinte exemplo.

Um investidor pretende adquirir um título de uma empresa privada cujo cupom inclui um ganho real de 10% ao ano e a taxa de inflação atrelada ao IGP, com vencimento de 3 anos e valor ao par de \$1.000,00. Caso o investidor adquira um lote de 2.000 desses títulos, considerando a tabela a seguirbaixo, qual seria seu rendimento no vencimento?

VN = \$1.000

Semestre	1	2	3	4	5	6
IGP	100	101	102,5	103	104	104,5

Valor de um título:

$$B = J_k \cdot a_{n/i} + \frac{VN}{(i+i)^n}$$

$$J_k = \frac{VN}{2} (\text{Cupom} + \Delta IGP)$$

$$J_1 = \frac{1000}{2} (0,1 + 0) = \frac{100}{2} = \$50$$

$$J_2 = \frac{1000}{2} (0,1 + 0,01) = \frac{11}{2} = \$55$$

Logo:  $J_3 = \$62,5$  ;  $J_4 = \$65$  ;  $J_5 = \$70$  ;  $J_6 = \$72,5$

O valor de um único título será de:

$$B = 50 + \frac{55}{1,01} + \frac{62,5}{1,025} + \frac{65}{1,03} + \frac{70}{1,04} + \frac{72,5}{1,045}$$

$$B = \$365,22$$

$$VP_{Total} = 2000 \times B = \$770.447,07$$

Dentro da classificação de títulos de juros fixos, existe um subgrupo chamado títulos de cupom zero, ou seja, aqueles que não pagam juros anual ou semestral, mas são vendidos abaixo do valor de face, resultando para os investidores uma compensação financeira na forma de ganho de capital.

Não querendo esgotar as possibilidades de títulos para diversos valores de cupons, pode-se ainda mencionar os títulos de desconto original de emissão (DOE), sendo nessa subdivisão considerados todos os títulos que são oferecidos abaixo de seu valor ao par.

### c) Data de vencimento

Os títulos/obrigações possuem uma cláusula que estabelece seu período de vigência denominada data de vencimento, normalmente o instante em que o valor do principal é resgatado. A maioria desses papéis tem prazo de vencimento original (que estabelece a vigência dos mesmos, estabelecida no momento da sua emissão).

Cabe ressaltar que os títulos corporativos com vencimento menor que seis meses são denominados títulos comerciais, e geralmente seu valor de venda será seu valor de face descontado. Para esses instrumentos, também chamados de *commercial papers*, Damodaran (2004) afirma que suas taxas são mais baixas do que as taxas de financiamento bancário semelhantes, mas seu uso está restrito apenas a algumas corporações. Esse tipo de valor mobiliário tem alto custo de emissões, que só torna a operação viável quando se requer grandes valores no curto prazo.

Outros tipos de título com certa flexibilidade são os seguintes:

- *Títulos resgatáveis*: permitem ao comprador o direito, não a obrigação, de pagar o principal e os juros a qualquer momento antes do vencimento. Normalmente, o comprador agirá dessa forma se as taxas de mercado forem superiores à taxa de cupom. Ele revenderá o título ao emissor.
- *Títulos com opções de venda*: nesse caso particular, o comprador tem a opção de revender esse papel à empresa emissora quando as taxas de mercado forem inferiores à taxa de cupom. Isso acontece, por exemplo, quando a empresa emissora está sendo adquirida através de uma grande dívida;
- *Títulos extensíveis*: alguns tipos de títulos resgatáveis e/ou com opção de venda permitem ao comprador o direito de estender a vigência dos mesmos, postergando o seu vencimento.

d) *Fundos de amortização*

Essa cláusula estabelece que o emitente crie um fundo de amortização de forma a resgatar uma parte dos títulos emitidos. De acordo com Brigham e Houston (1999), “a inadimplência quanto ao fundo de amortização faz com que a emissão de títulos seja declarada inadimplente, o que pode forçar a empresa a pedir a falência”.

e) *Outras características*

Nos últimos anos, o mercado de títulos tem se caracterizado pela constante inovação, visando a atender um mercado cada vez mais competitivo e globalizado. A seguir definimos algumas cláusulas usadas nos títulos:

- *Título conversível*: é aquele que pode ser trocado, por opção do proprietário, por ações ordinárias da empresa emitente, a um preço fixo. Suas taxas de cupons mais baixas são inferiores às dívidas não-conversíveis, pois seu risco de inadimplência é menor para o portador.
- *Títulos com bônus de subscrição*: papéis que permitem uma opção de compra no LP, com preço fixo acordado quando da emissão do título. Quando o valor de mercado do título estiver superior ao preço fixado, o comprador exerce a opção de compra e vende o título no mercado, obtendo lucro com essa operação.
- *Títulos de resultado*: essa variante dos títulos somente renderá juros ao comprador se os fluxos de caixa residuais forem positivos.

Poderíamos citar muitas variantes em relação aos títulos negociados no mercado, os chamados títulos híbridos, que possuem concomitantemente características de dívidas e de títulos, mas o nosso objetivo é dar uma noção geral desses conceitos sem procurar esgotar o assunto.

f) *Modelo de avaliação de títulos e obrigações*

Os princípios de avaliação de títulos e obrigações são os mesmos que para a avaliação de qualquer ativo, pois só diferem quanto à data de vencimento. Nessa avaliação, os elementos que se devem ter em conta são os fluxos de caixa que incluem os juros/dividendos pagos até o fim do contrato – caso esses pagamentos estejam previstos –, o pagamento do principal na data de

vencimento e o retorno, que representa uma medida de risco, a ser usada para descontar os fluxos de caixa desse ativo.

Desta sorte, o valor do título ou da obrigação será o valor presente dos fluxos de caixa, conforme descritos anteriormente, descontados a uma taxa de juros equivalente ao retorno exigido. Essa taxa será sempre superior ao custo de capital, que representa o custo de levantar o capital (*funding*) com recursos próprios e/ou de terceiros. Então, pode-se observar:

Sejam:

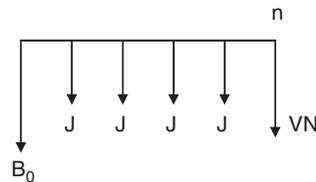
$n$  = vigência (vencimento)

$FVP_{i,n}$  = fator de valor presente de uma série uniforme

$VN$  = valor ao par (valor de face)

$J$  = valor de juros pagos

$K_d$  = taxa de juros



$$B_0 = \frac{J}{(1 + K_d)} + \frac{J}{(1 + K_d)^2} + \dots + \frac{J}{(1 + K_d)^n} + \frac{VN}{(1 + K_d)^n}$$

$$B_0 = \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1 + K_d)^t} + \frac{VN}{(1 + K_d)^n}$$

Logo,

$$B_0 = J \times FVP_{i,n} + \frac{VN}{(1 + K_d)^n}$$

Para facilitar a compreensão desse conceito, consideremos a seguinte situação. Você possui um título com valor de face \$10.000,00, com vencimento em 10 anos, rendendo um pagamento de um cupom de 20% ao ano, para pagamento semestral. O valor presente do fluxo de caixa do título, ou seja, seu valor será de quanto?

Usando a fórmula acima, teremos:

$$B_0 = J \times FVP_{i,n} + \frac{VN}{(1 + K_d)^n} = B_0 = 1000 \times FVP_{20,10\%} + \frac{10.000,00}{(1 + 0,2)^{10}}$$

$$B_0 = 2000 / 2 \times FVP_{20,10\%} + \frac{10.000,00}{(1 + 0,2 / 2)^{20}} = 1000 \cdot 8,513 + 1000 \cdot 0,1486 = \$8.661,64$$

A título de fixação e diferenciação das obrigações e dos títulos, listamos as principais características das obrigações:

- são instrumentos de dívidas de LP (com vencimento maior que 10 anos);
- são usadas por empresas e governos para levantar grandes montantes;

- pagam juros semestrais à taxa cupom;
- seu valor nominal é de \$1.000,00 resgatados no vencimento.

O fato de o valor do retorno exigido ( $K_d$ ) ser diferente da taxa de cupom, implicará, obviamente, o deságio ou valorização do valor do título ( $B_0$ ) em relação ao seu valor nominal (VN). Essa diferença entre  $K_d$  e cupom deve-se, segundo Gitman (2004), à:

- alteração nas condições econômicas que influenciem o custo básico de fundos de LP. Por exemplo, para prazos de vencimento maiores, o  $K_d$  será reduzido, tendo em vista que o investidor tem a percepção de que o risco de inadimplência diminui com o aumento do prazo;
- alteração na classificação de risco da empresa emitente. Como é lógico, quanto pior for a classificação de risco da empresa, maior será o retorno exigido pelos investidores.

#### 4.3.3.3 Leasing

O *leasing* ou arrendamento mercantil é uma forma de obter um ativo físico com um desembolso muito menor do que a compra do mesmo.

Nesse contrato, existem duas partes: o proprietário do ativo, que fabrica ou o adquire e o disponibiliza para o arrendado, e o usuário, que utiliza o ativo durante certo tempo, normalmente coincidindo com o ciclo de vida do ativo.

Durante a operação de *leasing*, o financiador cobra do usuário uma prestação, mensal ou anual, pelo uso do ativo. Ao final do contrato, o tomador (usuário) tem a opção de comprar o ativo por um valor acordado quando da efetivação do *leasing* (denominado valor residual).

A forma básica de *leasing* exposta acima pode sofrer diversas modificações, conforme o interesse das partes, que alterarão tanto a propriedade do ativo como os benefícios fiscais das duas partes.

O acordo de *leasing* pode ser classificado em duas formas básicas:

- *Leasing operacional*: nessa modalidade, a duração do arrendamento é inferior à vida útil do ativo e o valor presente das prestações periódicas é inferior ao preço real do ativo. Ao final do acordo, a posse do ativo é devolvida ao financiador, que terá a opção de negociar o ativo com o usuário original ou, caso não haja interesse deste último, com outro tomador.
- *Leasing financeiro*: geralmente dura até o fim do ciclo de vida do ativo, com o valor presente das prestações superando o preço real do ativo.

Contrariamente ao que acontece com o *leasing* operacional, o contrato de *leasing* financeiro não pode ser encerrado antes do seu vencimento. Com relação ao *leasing* financeiro, esse tipo de acordo prevê uma opção de renovação a uma taxa inferior à original ou, então, a venda do ativo por um preço vantajoso para usuário.

Damodaram (2004) aponta três razões para fazer um *leasing*, em vez de tomar um empréstimo e comprar o ativo:

1. A empresa não tem capacidade de tomar um empréstimo para comprar o ativo;
2. O fato de o *leasing* operacional ser uma fonte de financiamento que não aparece no balanço patrimonial. Porém, esse fato não fica oculto, pois pode aparecer nas notas ex-

plicativas do balanço. Essa vantagem seria interessante para empresas que operam altamente alavancadas, porque o aumento no grau de alavancagem da empresa alteraria a percepção de riscos dos analistas financeiros, o que levaria ao aumento do custo de captação dessa empresa.

3. As cláusulas dos títulos que a empresa emite para levantar capital, em momento bem anterior ao *leasing*, limitam a capacidade de tomar empréstimo dessa firma, fato que poderia alterar sua classificação de risco quanto à inadimplência.

Todos esses argumentos podem ser contestados, pois praticamente as mesmas variáveis de decisão afetarão tanto a concessão de um novo empréstimo quanto a realização do *leasing*.

#### 4.3.3.4 Ações preferenciais

As ações preferenciais são papéis que dão ao portador o direito de participar dos lucros da empresa, porém seus proprietários, em geral, não participam da administração dela.

Em caso de falência ou liquidação, seus proprietários têm direitos subordinados às pessoas que possuem títulos e dívidas. Porém, têm prioridade sobre os acionistas ordinários.

É importante destacar que os pagamentos feitos aos acionistas preferenciais, como aos acionistas ordinários, não são abatidos do imposto a título de despesa, o que não gera benefícios fiscais.

Alguns autores, como Gitman (2004), tratam ações ordinárias como patrimônio líquido, tendo ambas o mesmo custo a ser computado – o custo ponderado médio de capital (CPMC). Já Brigham (1999), ao calcular o CPMC, distingue-as, tendo cada uma seu custo específico. Optamos por este último enfoque por entender que as mesmas têm características e custos de emissão diferentes, gerando custos desiguais, quando se procura calcular o CPMC.

### 4.4 O CUSTO DE CAPITAL

Neste tópico vamos focar nossa atenção nas decisões de financiamento da empresa, que dizem respeito ao lado esquerdo do balanço patrimonial, onde estão o exigível de longo prazo e o patrimônio líquido. As dívidas de curto prazo, também chamadas de passivo circulante, não são consideradas, pois o princípio de continuidade da empresa pressupõe que a mesma seja financiada no longo prazo para continuar existindo.

Gitman, antes de definir o conceito específico de custo de capital, estabelece três hipóteses básicas em relação ao *tradeoff* risco-retorno:

1. Risco econômico: a probabilidade (risco) de a empresa não cumprir seus custos operacionais não varia, ou seja, a aceitação de um novo projeto não influi na capacidade de a empresa cobrir seus custos operacionais.
2. Risco financeiro: o risco financeiro de uma empresa não cumprir seus compromissos financeiros (pagamentos de juros, alugueis, dividendos de ações preferenciais etc.) não varia ou, dito de maneira mais clara, os projetos a serem desenvolvidos pela empresa são financiados de tal maneira que a capacidade de cobertura de custos de financiamento da empresa não se altera.
3. Os custos relevantes são aqueles obtidos após a dedução do imposto de renda.

A estrutura do financiamento dependerá da combinação de capital próprio (acréscimos de lucros retidos e nova emissão de ações ordinárias) e capital de terceiros (novos empréstimos de longo prazo, *leasings*, *warrants*, emissão de títulos, emissão de obrigações etc.). Além dessas duas fontes, consideramos as ações preferenciais como outra forma de captação de recursos. Porém, esse conceito não se encaixa dentro da definição de patrimônio líquido nem na categoria das dívidas. Portanto, percebe-se que o custo do financiamento de uma empresa, conhecido por custo de capitais, é uma média ponderada dos custos das diversas fontes, a qual denominamos custo de capital médio ponderado (CCMP). Assim sendo, neste estudo, as fontes de capitais estão abrangidas pelos seguintes instrumentos:

- patrimônio líquido interno resultante da utilização dos lucros retidos nesse exercício – uma vez que os lucros retidos de períodos anteriores foram consumidos na distribuição de dividendos ou no financiamento de projetos já executados;
- patrimônio líquido externo resultante do financiamento via emissão de novas ações ordinárias;
- dívidas de longo prazo: são os recursos levantados pela emissão de títulos ou obrigações, que correspondem, no balanço patrimonial, ao conceito de exigível de longo prazo;
- emissão de ações preferenciais.

O custo de cada um desses instrumentos é definido por:

- $K_d$ : a taxa de retorno de capital de terceiros, exigida pelos investidores pela emissão de novas dívidas. Esse componente é bruto, desconsiderando a redução que o mesmo sofre devido ao abatimento dos impostos;
- $K_d(1 - T)$ : custo de capital de terceiros líquido, ou seja, já descontada a parcela referente à alíquota de impostos ( $T$ );
- $K_s$ : custo do financiamento utilizando os lucros retidos. É calculado como o retorno exigido de uma ação ordinária que já está em circulação ou na tesouraria da empresa;
- $K_e$ : custo do financiamento utilizando a emissão de novas ações ordinárias. Esse método de levantar capital próprio, como veremos mais adiante, é mais caro do que o uso de lucros retidos;
- $K_{ap}$ : custo do componente de ação preferencial;
- CCMP: é o custo efetivo do capital para uma empresa considerando-o como a média ponderada dos custos de cada fonte de capital utilizada.

#### 4.4.1 Determinação dos custos dos componentes de capital

##### 4.4.1.1 Custo do capital de terceiros, líquido de impostos – $K_d(1 - T)$

Esse custo é o retorno exigido pelos investidores para aquisição dos títulos e das obrigações de uma empresa, descontada a alíquota de impostos. Os impostos são descontados no cômputo do CCMP, pois o valor da empresa será maximizado pelo valor das ações da mesma, e a avaliação do valor das ações só considera os fluxos de caixa líquidos de impostos. Vale ressaltar que o custo do capital de terceiros só abrange as emissões de novas dívidas, descartando as dívidas, uma vez que o nosso foco está no custo marginal. O custo das dívidas anteriores já foi considerado nos orçamentos de capital dos exercícios anteriores.

Assim, podemos definir esse custo através da seguinte expressão:

$$\text{Custo de capital de terceiros, líquido de impostos} = K_d(1 - T)$$

Vale dizer que a taxa exigida pelo capital de terceiros sempre é menor que os custos para captação utilizando capital próprio, já que as dívidas, em caso de falência ou liquidação de uma empresa, têm prioridade nos fluxos de caixa da empresa, cabendo aos acionistas ordinários e preferenciais o direito sobre os fluxos de caixa residuais, ou seja, já deduzidos os montantes devidos a fornecedores de capital de terceiros. Resta ainda comentar que o custo da emissão de novas ações ordinárias é superior ao custo de capital das ações preferenciais, já que os direitos das ações ordinárias são subordinados aos direitos dos acionistas preferenciais.

Poder-se-ia concluir, equivocadamente, que a melhor forma de financiamento é a utilização exclusiva de capitais de terceiros. Isso não é verdade, pois o risco seria muito maior.

A empresa deve procurar uma estratégia que maximize o seu valor. A estratégia ótima de estrutura de capital mostra-se somente como um objetivo teórico. Empresas do mesmo setor de atividade podem ter estruturas de capital diferenciadas e serem saudáveis financeiramente. Além disso, as alterações do risco sistemático, aqui representado pelas variáveis econômicas da política tributária e pela variação das taxas de juros do mercado financeiro, poderão elevar ou diminuir os custos das diversas fontes de capital. O risco diversificável, que são os fatores que a empresa pode controlar – sendo resumidamente expressos pela política de estrutura de capital, pela política de distribuição de dividendos e pela política de investimento –, é descartado, uma vez que se pressupõe que o investidor seja racional, investindo seus ativos em várias aplicações financeiras.

É relevante comentar que, pela legislação contábil americana, quando uma firma termina o exercício acumulando prejuízos, a alíquota de impostos é zerada, sendo o custo de capital de terceiros simplesmente equivalente a  $K_d$ .

Outra observação faz-se necessária: ao calcularmos  $K_d$ , não levamos em conta os custos de lançamento pertinentes a uma nova emissão de dívidas porque a maioria das dívidas é negociada entre as empresas de forma privada, sem quaisquer custos de lançamento. No entanto, se esses títulos são negociadas com o público em geral e possuem custos de lançamento, devemos considerar tais despesas, que resultam em outra maneira de calcular o custo de capital de terceiros líquido de impostos, conforme especificado a seguir:

$$B_0(1 - L) = J(1 - T) \cdot a_{n|K_d} + \frac{VN}{(1 + K_d)^n}$$

onde

$B_0$  = valor do título na data de vencimento

$J$  = juros devidos por período estipulado pela taxa de cupom

$L$  = custo do lançamento (%)

$VN$  = valor nominal do título

$n$  = número de períodos até o vencimento

$a_{n|K_d}$  = fator de atualização de capital de uma série uniforme (ver fórmula 3.9)

$T$  = alíquota de impostos (consideramos uma alíquota marginal que abrange os impostos federais, estaduais e municipais).

$K_d$  = custo de terceiros líquido de impostos, que está referenciado à taxa de retorno do título até o seu vencimento (YTM – *Yield to Maturity*)

Dadas as informações a seguir, queremos calcular o valor presente de um título:

$B_0$  = valor do título na data de vencimento = ?  
 $J$  = juros devidos por período estipulado pela taxa de cupom = 10% ao ano  
 $L$  = custo do lançamento (%) = 15%  
 $VN$  = valor nominal do título = \$1.000,00  
 $N$  = número de períodos até o vencimento = 15 anos  
 $a_{n|K_d}$  = fator de atualização de capital de uma série uniforme  
 $T$  = alíquota de impostos estimada = 35%  
 $K_d$  (Yield to Maturity) = 20%

Desses dados obtemos:

$$B_0(1 - 0,15) = 100(0,65)(7,6061) + 1000/(1,10)^{15} = \$863,28$$

No entanto, os efeitos da não-consideração dos custos de lançamento são compensados por não levarmos em conta na composição de  $K_d$  o risco de inadimplência da empresa que emitiu o título em referência. Desta sorte,  $K_d$  é uma boa aproximação dos custos de capital de terceiros, líquidos de impostos.

A título de aproximação, Gitman propõe a seguinte expressão para  $K_d$  em relação a uma obrigação de valor de face igual a \$1.000,00:

$$K_d = \frac{J + (1000 - N_d / n)}{\frac{N_d - 1000}{2}}$$

onde

$N_d$  = recebimentos líquidos com a venda da obrigação (ou título)  
 $J$  = juros anuais  
 $N$  = número de anos até o vencimento da obrigação (título)

Os recebimentos líquidos são os fundos efetivamente recebidos com a venda da obrigação (título). Esses valores estão descontados dos custos de *underwriting* – remuneração que os bancos de investimento auferem por negociar no mercado as obrigações (títulos) e os custos administrativos (custos de assistência jurídica, custos de consultorias financeiras etc.).

#### 4.4.1.2 Custo das ações preferenciais

Na avaliação das ações preferenciais calcula-se o retorno das mesmas em função do fluxo de caixa dos dividendos preferenciais. Para tanto, parte-se do princípio de que esses dividendos serão pagos durante toda a existência da empresa, ou seja, o fluxo de dividendos será um perpetuidade e o valor desse tipo de ação também será obtido do cálculo do valor presente dos fluxos de dividendos preferenciais. Assim, temos:

$$K_{ap} = \frac{D_{ap}}{P_n}$$

onde

$D_{ap}$  = dividendo pago pela ação preferencial

$P_n$  = preço da ação, já descontados os custos de emissão

Considere os dados a seguir:

$D_{ap}$  = \$23 por ano

Cotação de fechamento dessa ação em 6/5/2008 = \$96,40

Calcule o custo de capital da parcela referente a ações preferenciais.

$$K_{ap} = 23/96,4 = 23,86\%$$

No cálculo do dividendo preferencial não se abate a parcela de impostos, já que, normalmente, a legislação contábil não prevê a dedução desse tipo de gasto, contrariamente ao que acontece com os juros oriundos da dívida.

Podemos ainda citar as principais características das ações preferenciais:

- possui valor nominal
- paga dividendos
- as datas do pagamento dos dividendos são fixas
- uso de cláusulas restritivas que visam garantir a existência continuada da firma e o pagamento regular dos dividendos. Podemos citar alguns exemplos:
  - a) exigência de liquidez mínima;
  - b) medidas a serem adotadas em caso de fusões e aquisições;
  - c) vendas de títulos com prioridade em relação às ações ordinárias;
  - d) quaisquer outras prescrições previstas no contrato.

Outra característica digna de nota é a acumulação: geralmente, os pagamentos dos dividendos são cumulativos, ou seja, os dividendos cujo pagamento foi omitido em determinado exercício devem ser pagos no exercício seguinte acumulados dos valores dos dividendos correntes, antes que qualquer pagamento seja efetuado aos acionistas ordinários. Vale frisar que esse tipo de ação pode ser resgatada antes do vencimento.

#### 4.4.1.3 Custo de capital próprio obtido através de lucros retidos ( $K_s$ )

Essa fonte de recursos advém dos acréscimos de lucros do presente exercício, não sendo computados, conforme mencionamos, os lucros retidos de exercícios anteriores. Reter os lucros não é uma decisão fácil para a empresa, pois os acionistas ordinários têm sempre uma expectativa de remuneração do capital investido na forma de dividendos (ainda que só haja obrigatoriedade de pagamento de dividendos aos acionistas preferenciais). A fim de justificar essa retenção, os administradores terão de remunerar os acionistas ordinários com um aumento no valor de  $K_s$ , que é a taxa pela qual os investidores descontam os fluxos de caixa futuros dos dividendos para o cálculo do valor das suas ações. Essa taxa representa o custo de oportunidade que os acionistas teriam se os dividendos fossem distribuídos e eles pudessem aplicar esse capital em outras alternativas de investimento. Isso implica dizer que, se a empresa reter os lu-

cos e não ganhar mais do que o valor esperado de  $K_s$ , os administradores deverão pagar os dividendos aos acionistas ordinários.

Como estimar o  $K_s$ ? Essa é uma pergunta que não tem resposta simples. O custo de uma dívida (título ou obrigação) e das ações preferencias foi negociado pelas partes e está estipulado em contrato.

Vale notar que, se uma ação encontra-se em equilíbrio, o valor da taxa de retorno exigida  $K_s$  é igual ao seu valor esperado  $\hat{K}_s$ . O equilíbrio de um ativo ocorre quando sua demanda e a sua oferta são equivalentes. Nessa situação, o retorno exigido será igual ao retorno do ativo livre de risco ( $K_{RF}$ ), que considera um valor mobiliário sem risco de inadimplência, mais um prêmio de risco (PR) que avalia o grau de risco da empresa. Já o retorno esperado é calculado pelo quociente entre o dividendo no primeiro período ( $D_1$ ) e o preço da ação na data de sua emissão ( $P_0$ ), acrescido da taxa de crescimento, cujo valor depende do modelo de crescimento adotado.

Partindo da suposição de que o retorno exigido de uma ação é igual ao seu retorno esperado, podemos afirmar que:

$$K_s = K_{RF} + PR = D_1/P_0 + g = \hat{k}$$

Logo, o retorno exigido  $K_s$  também poderá ser calculado pela estimativa de retorno esperado da ação avaliada pelo modelo de Gordon, que supõe crescimento constante da taxa de dividendos. O valor da ação ordinária pelo modelo de Gordon é igual a:

$$P_0 = \frac{D_1}{K_s - g}$$

onde

$P_0$  = valor da ação ordinária

$D_1$  = dividendo ao final do ano 1

Rearranjando a equação obtemos:

$$K_s = D_1/P_0 + g$$

Podemos estimar o valor de  $\hat{K}_s$  de três maneiras:

- pelo modelo de precificação de ativos de capital CAPM (*Capital Asset Pricing Model*);
- pela rentabilidade dos dividendos mais a taxa de crescimento, utilizando a metodologia do fluxo de caixa descontado (FDC);
- pela abordagem do retorno de um título adicionado a um prêmio de risco (PR).

Seja uma empresa que cresce à taxa constante ao ano de 12%, tendo pago nos últimos anos dividendos anuais de \$10,00 por ação. A cotação de fechamento do dia dessa ação atingiu o valor de \$80,00. Determine o custo de capital referente à parcela de lucros retidos.

$$K_s = 10/80 + 0,12 = 0,245 \text{ ou } 24,5\% \text{ ao ano}$$

#### 4.4.1.3.1 Abordagem utilizando o modelo CAPM

O modelo CAPM nos fornece a seguinte relação para calcular o retorno exigido ( $K_s$ ):

$$K_s = K_{RF} + (K_M - K_{RF})B$$

onde

$K_{RF}$  = taxa livre de risco de inadimplência. Considera-se no mercado financeiro dos Estados Unidos a letra de curto prazo do Tesouro americano ou mesmo o título de longo prazo do Tesouro americano. Já, no Brasil, o mais comum, é usar o CDI (certificado de depósito interbancário) como *proxy* da taxa livre de risco.

$K_M$  = retorno de uma ação média do mercado. Pode-se estimar essa variável considerando o retorno de uma carteira com as ações mais importantes do mercado.

$B$  = coeficiente beta. Esse índice dá uma idéia do risco específico de um determinado ativo financeiro, medido pela comparação de como esse valor mobiliário comporta-se em relação aos movimentos do mercado financeiro. Assim se, por exemplo, a rentabilidade do mercado foi, em média, de 20% e a rentabilidade do ativo específico foi de 40%, beta será igual a dois. O beta das principais empresas é estimado por analistas financeiros. Vale lembrar que no modelo CAPM consideramos que o investidor seja racional e dilua seus riscos compondo uma carteira diversificada de ações, títulos etc. Portanto, esse modelo só leva em conta o risco de mercado, correspondente às variáveis macroeconômicas, como por exemplo a taxa de juros básica da economia (no Brasil representada pela Selic), a política tributária adotada pelo governo etc.

O CAPM, apesar de ser uma forma útil de estimar o retorno exigido, nem sempre é a solução de todos os problemas. Caso a empresa em análise não possua uma carteira bem diversificada de ativos financeiros e projetos, o pressuposto de descartar o risco diversificado torna-se inválido. Além dessa dificuldade podemos citar outras, como por exemplo:

- a) não existe unanimidade entre os analistas financeiros sobre a utilização da letra de curto prazo ou do título de longo prazo do Tesouro americano como boa estimativa para a taxa de livre de risco (*risk free*);
- b) é difícil estimar o beta para o futuro partindo de uma séria histórica de retornos passados, uma vez que as variáveis macroeconômicas e a estratégia da empresa podem ser modificadas no médio e longo prazo;
- c) é difícil estimar o prêmio de risco, pois esse parâmetro depende muito da sensibilidade e da experiência do analista financeiro ou do gerente financeiro da empresa.

Por exemplo: calcule o rendimento desejado pelo investidor referente à ação da Petrodollar Company, lançando mão do método CAPM para calcular a taxa de crescimento, tendo em conta as informações seguintes.

Taxa dos títulos do Tesouro dos Estados Unidos = 4% =  $K_{RF}$

O retorno médio do mercado no ano considerado foi de 15%.

Vale dizer que no dia em questão a ação fechou em alta de 100% em relação à média de mercado, ou seja, o beta da ação é 2. Então, temos:

$$K_s = 4\% + (15\% - 4\%).2 = 22\% \text{ ao ano.}$$

#### 4.4.1.3.2 Abordagem da rentabilidade dos dividendos mais a taxa de crescimento

Anteriormente, vimos que o valor de uma ação é calculado pelo valor presente dos fluxos de caixa gerados pelos dividendos, não se levando em conta os ganhos de capital. Assim, temos:

$$P_0 = \sum \frac{D_t}{(1 + K_s)^t}$$

$P_0$  = preço corrente da ação

$D_t$  = dividendo distribuído no ano  $t$

Essa abordagem para o cálculo de  $K_s$  dependerá da hipótese da taxa de crescimento dos dividendos ( $g$ ) assumida:

- se a taxa ( $g$ ) for nula –  $K_s$  sairá da expressão acima;
- se a taxa ( $g$ ) for constante – estamos trabalhando com o modelo de Gordon, que fornece a seguinte equação:

$$P_0 = \frac{D_1}{K_s - g}$$

Rearranjando a equação anterior, temos:

$$K_s = \frac{D_1}{P_0} + g$$

A variável mais importante a ser estimada no modelo de Gordon é a taxa de crescimento dos dividendos. Para tanto podemos utilizar as taxas publicadas por analistas financeiros a respeito das empresas mais relevantes. Para chegar à taxa de crescimento dos dividendos, esses profissionais têm em conta os balanços patrimoniais e as demonstrações de resultados do exercício. A partir deles, o analista obtém os índices financeiros relevantes, como por exemplo, o retorno sobre patrimônio líquido (*return on equity* – ROE), o retorno sobre os ativos (*return on assets* – ROA), o índice de cobertura de juros etc. Além desses fatores, os analistas estudarão cenários estratégicos, utilizando modelos como o de Porter, para identificar a situação da empresa frente à sua concorrência, para estimarem a participação no mercado (*market share*) que essa firma pode atingir.

A comparação do modelo CAPM com o modelo de Gordon possibilita-nos tirar algumas conclusões sobre a estimativa da taxa de crescimento dos dividendos:

- o modelo CAPM considera o risco específico de uma empresa através do índice beta;
- o modelo de Gordon não considera esse risco da empresa. No entanto, esse modelo é mais robusto teoricamente que o modelo CAPM, uma vez que o CAPM não inclui o preço corrente da ação e os dados necessários para chegar à taxa de crescimento  $g$  estão mais disponíveis.

#### 4.4.1.4 Custo do capital próprio obtido pela emissão de novas ações ordinárias ( $K_e$ )

Esse custo de capital próprio obtido através da emissão de novas ações ordinárias é, também, denominado custo de capital próprio externo. Esse custo será mais elevado que o  $K_s$ , pois a emissão de novas ações ordinárias envolve custos de lançamento. Teoricamente, a porcentagem de ações dos acionistas ordinárias já presentes não se modificaria, já que a eles são primeiramente oferecidas as novas ações e eles podem adquirir o volume de novas ações que manterá sua participação no capital próprio da empresa. Já que esse custo de capital é superior ao custo do capital próprio obtido através do uso de lucros retidos, como podemos estimá-lo?

Novamente, lançaremos mão do modelo de Gordon, somente inserindo o custo de lançamento das novas ações ordinárias. Dessa forma, temos:

$$K_e = \frac{D_1}{P_0(1-L)} + g$$

onde

L = custo de lançamento (%)

P<sub>0</sub> = preço corrente da ação

D<sub>1</sub>/P<sub>0</sub> = refere-se à rentabilidade dos dividendos

Vamos supor que se queira determinar o custo do capital próprio, resultante das ações ordinárias (K<sub>e</sub>), a partir do que segue:

L = 15%

P<sub>0</sub> = 93,34

Dividendo do primeiro ano = \$ 8,2

Taxa de crescimento fornecida pelo método de Gordon = 12%

K<sub>e</sub> = 8,2/93,34(0,85) + 0,12 = 22,34%

#### 4.4.2 Custo do capital médio ponderado

Conforme havíamos dito no início deste tópico, são quatro as principais fontes de capital para financiamento da empresa: capital de terceiros (dívidas de longo prazo), emissão de ações preferenciais, lucros retidos (capital próprio interno) e emissão de novas ações ordinárias (capital próprio externo). Desta sorte, o custo de captação da empresa como um todo será a média ponderada dos custos dessas quatro fontes, conforme a equação a seguir:

$$CCMP = W_d K_d (1 - T) + W_{ap} K_{ap} + W_{cp} K_s$$

onde

W<sub>d</sub> = parcela de capital de terceiros na estrutura de capital

W<sub>ap</sub> = parcela de ações preferenciais na estrutura de capital

W<sub>cp</sub> = parcela de capital próprio na estrutura de capital, computando a parcela advinda dos lucros retidos e a parte advinda da emissão de novas ações ordinárias.

No exemplo a seguir quer-se calcular o custo do capital da Petrodollar Co., considerando que ela emprega as seguintes proporções de capital para financiar seus novos projetos:

W<sub>d</sub> = 25%

K<sub>d</sub> = 16%

T = 40% (taxa de imposto global adotada, incluindo todos os tributos municipais, estaduais e da União)

W<sub>ap</sub> = 30%

K<sub>ap</sub> = 14%

W<sub>cp</sub> = 50%

K<sub>e</sub> = 25%

Assim, temos:

$$\text{CCPM} = 0,25 \cdot 16\% (1 - 0,4) + 0,30 \cdot 14\% + 0,50 \cdot 25\% = 19,1\%,$$

que é o custo médio de financiamento de novos projetos para a companhia em questão.

Brigham afirma:

“Cada empresa tem uma estrutura de capital ótima, definida por aquela composição de dívidas, ações preferencias e ordinárias que maximiza o preço de sua ação. Portanto, uma empresa maximizadora de valor estabelecerá uma estrutura de capital desejada (ótima) e, então, levantará novos capitais de modo a manter a estrutura de capital ao longo do tempo.”

Já Ross, Westerfield e Jaffe fazem menção à estrutura de capital do tipo *modelo da pizza*, em que a estrutura de capital da empresa é considerada, simplificada, como sendo composta apenas de capital de terceiros (D – valor de mercado das dívidas) e capital próprio (E – valor de mercado das ações). Logo, segundo os autores citados, surgem duas questões importantes:

“1. Por que devem os acionistas da empresa preocupar-se com a maximização do valor da empresa como um todo? Afinal de contas, o valor da empresa é, por definição, a soma dos valores de dívidas e de ações. Em lugar disso, por que os acionistas não iriam preferir a estratégia que maximiza somente o valor de seus direitos?

2. Qual é o quociente entre capital de terceiros e capital próprio que maximiza a riqueza dos acionistas?”

Para responder a essas duas importantes ponderações vamos desenvolver um exemplo numérico para mostrar a evidência de que o valor da ação ordinária, ou seja, o valor do acionista é maximizado quando o valor da empresa como um todo é maximizado e não somente quando se maximiza o valor dos seus direitos..

Suponhamos que o valor de mercado da empresa Expresso de Platina seja de \$5.000,00. Num primeiro momento, essa empresa só utiliza capital próprio para financiar seus projetos, sendo cada uma das suas 500 ações cotada ao preço de \$10,00. Suponhamos que essa empresa deseje tomar emprestada a quantia de \$2.500,00 e usar esse dinheiro para pagar um dividendo extraordinário de \$5,00 por ação. A empresa captará esse novo capital de \$2.500,00 através da emissão de dívidas (títulos e/ou obrigações), sendo a partir daí considerada uma empresa *alavancada*, ou seja, seus projetos também serão financiados com capitais de terceiros. No entanto, é importante notar que os investimentos da empresa não se alterarão pelo fato de adotar uma nova estrutura de capital, mas e o valor da empresa se alterará?

Atentemos para a Tabela 4.1, que fornece novos dados para análise dessa questão:

**Tabela 4.1**

<b>Ativos</b>	<b>Empresa não alavancada (\$)</b>	<b>1º cenário para estrutura do capital após alavancagem</b>	<b>2º cenário para estrutura do capital após alavancagem</b>	<b>3º cenário para estrutura do capital após alavancagem</b>
Preço da ação	R\$ 10,00	R\$ 3,00	R\$ 5,00	R\$ 7,00
Dívidas	0	\$2.500,00	\$2.500,00	\$2.500,00
Ações	\$5.000,00	\$1.500,00	\$2.500,00	\$3.500,00
Valor da empresa	\$5.000,00	\$4.000,00	\$5.000,00	\$6.000,00

Um consultor financeiro estimou o valor da empresa para os três possíveis cenários ilustrados na tabela anterior. Por simplificação admitimos que só esses cenários poderão materializar-se.

É importante frisar que o valor das ações é inferior ao valor da empresa antes da reestruturação de capital, quando estava avaliada em \$5.000,00. Isso decorre do fato de que essa tabela já considera os pagamentos de dividendos extraordinários. Note-se também que, em caso de falência ou liquidação extrajudicial, os proprietários reaverão seus ativos somente após o pagamento de todos os outros credores, uma vez que os acionistas ordinários têm seus direitos subordinados aos acionistas preferenciais e demais credores. Portanto, pode-se afirmar que as ações da empresa perderam valor.

A Tabela 4.2 sintetiza os resultados dos acionistas, após a reestruturação do capital.

**Tabela 4.2**

<b>Ativos</b>	<b>1º cenário</b>	<b>2º cenário</b>	<b>3º cenário</b>
Ganho de capital	(\$3.500,00)	(\$2.500,00)	(\$1.500,00)
Dividendos	\$2.500,00	\$2.500,00	\$2.500,00
Ganho/perda líquida dos acionistas	(\$1.000,00)	0,00	\$1.000,00

Vamos analisar o 1º cenário, considerando-o como mais provável, representando a hipótese mais pessimista. O valor das ações caiu \$1.000,00, sendo o valor final da empresa de \$4.000,00. Nesse caso, o empréstimo não deveria ter sido tomado, pois o acionista teria recebido dividendos no valor de \$2.500,00, sendo seu ganho líquido de \$1.500,00 (\$1.000,00 + \$2.500,00).

Assim, pode-se dizer que as mudanças na estrutura de capital só serão vantajosas para o acionista se o valor da empresa tiver aumentado o valor final da empresa, o que se verifica no terceiro cenário, confirmando a hipótese inicial de que o valor da ação só se maximiza com a maximização do valor da empresa.

## 4.5 INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE RISCOS

### 4.5.1 Preâmbulo

O risco pode ser considerado sob vários pontos de vista. Alguns acham que o risco é a probabilidade da perda; outros, a extensão da perda. Na verdade, é a combinação dessas duas coisas, sob forma de produto. Havendo  $n$  possibilidades, o valor monetário esperado (VME) será dado pela fórmula:

$$\text{VME} = \sum_{j=1}^n \text{valor} \times \text{probabilidade} = \text{média ponderada pelas probabilidades.}$$

O valor pode ser positivo ou negativo. O cálculo se aplica a valores não-monetários, também resultando o valor esperado. Na Figura 4.1 pode-se ver, em termos de valor esperado, o cruzamento de diversas possibilidades, em termos do produto acima (impacto probabilidade), assim como uma classificação dos níveis de risco.

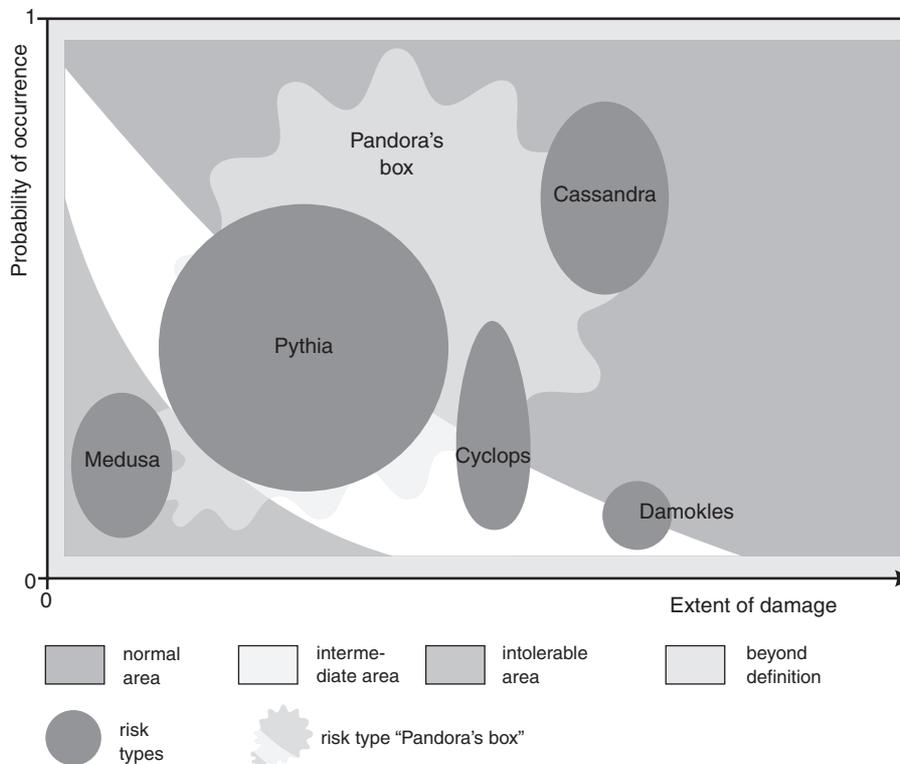
Na Figura 4.2, Klinke e Renn (1999) desenvolveram seis tipos de riscos que determinam estratégias de gerenciamento de riscos. Aparece o eixo Y com probabilidade de ocorrência e o eixo X com extensão do dano. Tais riscos são batizados conforme personagens da mitologia grega e incluem:

1. Dâmocles (espada de): tem alto potencial catastrófico, probabilidades amplamente conhecidas;
2. Ciclopes: não há estimativas confiáveis de probabilidades, alto potencial catastrófico;
3. Pítia: conexão causal confirmada, potencial de dano e probabilidades incógnitas ou não-determinadas;
4. Pandora: conexão causal pouco clara ou disputada, alta persistência e ubiqüidade;
5. Cassandra: risco intolerável de alta probabilidade e grande dano, mas grande atraso entre estímulo causal e estímulo negativo;
6. Medusa: percepção de alto risco entre indivíduos e grande potencial para mobilização social, sem evidência científica clara de sério dano.

		Valor de Risco		Impacto						Importância
		Probabilidade	Impacto	Nulo	Insignificante	Menor	Moderado	Maior	Catastrófico	
Probabilidade	Muito Provável	1,00		0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	Alta Moderada Baixa
	Provável	0,80		0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	1,000	
	Possível	0,60		0,000	0,160	0,320	0,480	0,640	0,800	
	Improvável	0,40		0,000	0,120	0,240	0,360	0,480	0,600	
	Raro	0,20		0,000	0,080	0,160	0,240	0,320	0,400	
	Nulo	0,00		0,000	0,040	0,080	0,120	0,160	0,200	
				0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	

Figura 4.1

Fonte: Cássia A. R. Morano, UFF, 2008 (adaptada da Petrobrás, 2004).



**Figura 4.2**

Fonte: Klinke e Renn (1999)

#### 4.5.2 Exemplo de análise de riscos: a empresa Z

A empresa Z, especializada em caldeiraria, detém 25% do mercado, contra 45% e 15% das empresas W e Y, suas duas principais concorrentes, e 5% ocupados por algumas empresas marginais. A empresa Z quer aumentar seus lucros e a sua participação no mercado. Assim sendo, seus dirigentes empresa têm de selecionar uma dentre quatro possíveis decisões sobre estratégia (decisão  $D_j$  a ser tomada):

- $D_1$ : lançamento de um novo produto com maior desempenho e qualidade;
- $D_2$ : investimento em marketing e propaganda dos produtos já existentes;
- $D_3$ : lançamento de promoção de vendas para os mesmos produtos;
- $D_4$ : prática de uma política de preços baixos.

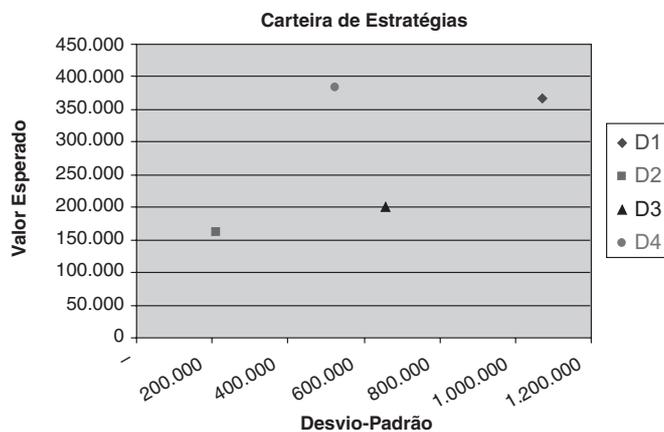
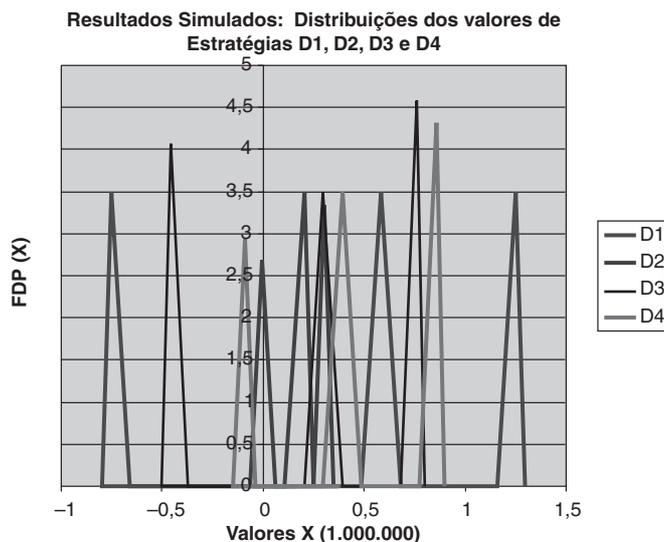
Através de uma análise da concorrência, os dirigentes da empresa Z fazem previsões baseadas em cenários equiprováveis de que a concorrência poderia reagir de três formas distintas (estados da natureza):

- $E_1$ : a concorrência reagiria prontamente de forma agressiva;
- $E_2$ : a concorrência reagiria firmemente, porém sem agressividade;
- $E_3$ : a concorrência reagiria de forma fraca em relação às iniciativas da empresa Z.

**Tabela 4.3** Matriz de Possibilidades

Estratégia da Empresa	Estados da Natureza		
	Resultados Esperados		
	E1 – Forte	E2 – Normal	E3 – Fraca
<b>D1 – lançamento de um novo produto</b>	R\$ (800.000,00)	R\$ 600.000,00	R\$ 1.300.000,00
<b>D2 – propaganda</b>	R\$ (65.000,00)	R\$ 200.000,00	R\$ 350.000,00
<b>D3 – promoção de vendas</b>	R\$ (500.000,00)	R\$ 300.000,00	R\$ 800.000,00
<b>D4 – baixa de preços.</b>	R\$ (150.000,00)	R\$ 400.000,00	R\$ 900.000,00

Antes de tudo, é bom visualizar as conseqüências das quatro estratégias, em termos de valor esperado e desvio-padrão ou volatilidade ou risco. A Figura 4.3 mostra isso. A Figura 4.4 exhibe as distribuições de freqüência das quatro estratégias.

**Figura 4.3** Trade-off riscoretorno**Figura 4.4** Distribuições de freqüência das quatro estratégias.

Vale a pena observar, na Figura 4.3, que as estratégias, para o decisor racional, têm certa dominância umas sobre as outras. Por exemplo, na faixa horizontal de valores superiores, a estratégia D4 domina a D1, isto é, apresenta menor risco. Na faixa horizontal de valores inferiores, a estratégia D2 domina a D3. E, para a mesma faixa vertical de risco, a estratégia D4 domina a D3. Haverá um *trade-off* entre as estratégias D4 (maior risco, maior retorno) e D2 (menor risco, menor retorno).

A Tabela 4.4 mostra a ordenação pelo coeficiente de variação das estratégias.

**Tabela 4.4** Ordenação pelo Coeficiente de Variação das Estratégias

Valor Esperado	Desvio-Padrão	Coefficiente de Variação	Ordenação pelo Coef. Var.	Estratégia
366.667	873053,39	2,38	3	D1
161.667	171577,65	1,06	1 (menor)	D2
200.000	535412,61	2,68	4(maior)	D3
383.333	428822,68	1,12	2	D4
383.333				

Pede-se fazer uma análise de risco utilizando os quatro critérios de decisão que serão descritos a seguir, no item 4.5.3: Hurwicz, Wald, Savage e Laplace.

#### 4.5.3. Critérios diferentes para tratar o risco

A seguir, são apresentados quatro critérios para tratar o risco e analisadas as decisões escolhidas segundo cada um deles.

- a) Critério de Hurwicz: consiste em calcular, para cada uma das estratégias, uma média ponderada  $H$  entre o pior e o melhor dos resultados potenciais e escolher a estratégia para a qual  $H$  for maior.

$$H = (1 - \alpha)m + \alpha M$$

onde

$M$  = resultado máximo;  $m$  = mínimo;  $\alpha$  = uma espécie de coeficiente de otimismo.

Para o exercício em foco,  $\alpha$  assumirá os valores 1,0, 0,5 (isto é, 50%) e 0%.

- b) Critério de Wald ou MAXMIN: verifica, para cada estratégia, aquela que conduzirá ao resultado mais desfavorável e escolhe a que for menos desfavorável possível (o máximo entre os mínimos potenciais).
- c) Critério de Savage ou MINIMAX: identifica para cada um dos estados da natureza a estratégia que conduzirá ao resultado mais favorável e depois verifica o quanto deixaria de ganhar (arrependimento), em relação a essa estratégia, pela escolha de cada uma demais estratégias, e por fim escolhe a estratégia que conduz ao menor dos “arrependimentos” máximos.
- d) Critério de Laplace: consiste em efetuar a média aritmética dos resultados esperados de cada estratégia e escolher aquela cuja média for a mais elevada.

Agora, pode-se ver o resultado da programação dos algoritmos decisórios acima em planilha Excel.

a.1) Critério de Hurwicz,  $\alpha = 1,0$

		1			
Mínimo	Máximo	H	Decisão	Ponderada	
-800.000	1.300.000	1.300.000,00	<b>estratégia selecionada</b>	<b>D1</b>	
-65.000	350.000	350.000,00	abandonada	<b>D2</b>	
-500.000	800.000	800.000,00	abandonada	<b>D3</b>	
-150.000	900.000	900.000,00	abandonada	<b>D4</b>	
<b>Máximo</b>		1.300.000,00			

Note que, para essa situação de máximo otimismo, a reação da concorrência será fraca ( $E_3$ ), portanto a estratégia  $D_1$  (lançamento de um novo produto), levará ao maior ganho (R\$1.300.000,00).

a.2) Critério de Hurwicz,  $\alpha = 0,5$

		50			
		0,5			
Mínimo	Máximo	H	Decisão	Ponderada	
-800.000	1.300.000	250.000,00	abandonada	<b>D1</b>	
-65.000	350.000	142.500,00	abandonada	<b>D2</b>	
-500.000	800.000	150.000,00	abandonada	<b>D3</b>	
-150.000	900.000	375.000,00	<b>estratégia selecionada</b>	<b>D4</b>	
<b>Máximo</b>		375.000,00			

Para essa situação, de otimismo médio, a reação da concorrência será normal ( $E_3$ ), portanto a estratégia  $D_4$  (baixa de preços) levará ao melhor resultado (R\$375.000,00).

a.3) Critério de Hurwicz,  $\alpha = 0,0$

		Otimismo			
		0			
Máximo	H	Decisão Ponderada			
1.300.000	(800.000,00)	abandonada <b>D1</b>			
350.000	(65.000,00)	<b>estratégia selecionada D2</b>			
800.000	(500.000,00)	abandonada <b>D3</b>			
900.000	(150.000,00)	abandonada <b>D4</b>			
<b>Máximo</b>	(65.000,00)				

Para essa situação, de mínimo otimismo, a reação da concorrência será forte ( $E_1$ ), portanto a estratégia  $D_2$  (propaganda) levará à menor perda (R\$ 65.000,00).

b) Critério de Wald ou MAXMIN

Estados da Natureza						
Resultados Esperados						
E1 – Forte	E2 – Normal	E3 – Fraca	Mínimo	Decisão MAXMIN		
-800.000	600.000	1.300.000	-800.000	abandonada	D1	
-65.000	200.000	350.000	-65.000	estratégia selecionada	D2	
-500.000	300.000	800.000	-500.000	abandonada	D3	
-150.000	400.000	900.000	-150.000	abandonada	D4	
			<b>Máximo</b>	<b>-65.000</b>		

c) Critério de Savage ou MINIMAX

Estados da Natureza						
Arrependimento			Máximo			
E1 – Forte	E2 – Normal	E3 – Fraca	Decisão MINIMAX			
735.000	0	0	735.000	Abandonada	D1	
0	400.000	950.000	950.000	Abandonada	D2	
435.000	300.000	500.000	500.000	Abandonada	D3	
85.000	200.000	400.000	400.000	Estratégia selecionada	D4	
			<b>Mínimo</b>	<b>400.000</b>		

d) Critério de Laplace

Estados da Natureza						
Resultados Esperados						
E1 – Forte	E2 – Normal	E3 – Fraca	Valor Esperado	Decisão VME		
-800.000	600.000	1.300.000	366.667	abandonada	D1	
-65.000	200.000	350.000	161.667	abandonada	D2	
-500.000	300.000	800.000	200.000	abandonada	D3	
-150.000	400.000	900.000	383.333	estratégia selecionada	D4	
			<b>Máximo</b>	<b>383.333</b>		

Resumo das decisões: a tabela a seguir resume o conjunto de decisões possíveis segundo os vários critérios. D3 nunca é escolhida.

Hurwicz MAXH otimismo			Wald MAXMIN	Savage MINIMAX	Laplace MAXVME
0,0	0,5	1,0			
D1					
D2			D2		
D4				D4	D4

#### 4.5.4 Árvore de decisões

Vejamos agora como ficam as decisões sobre as estratégias anteriores utilizando árvores de decisão e função utilidade. Inicialmente, a árvore dá o mesmo resultado que o critério de Laplace, pelo VME. Para maior facilidade, os valores serão dados em R\$ 1.000,00.

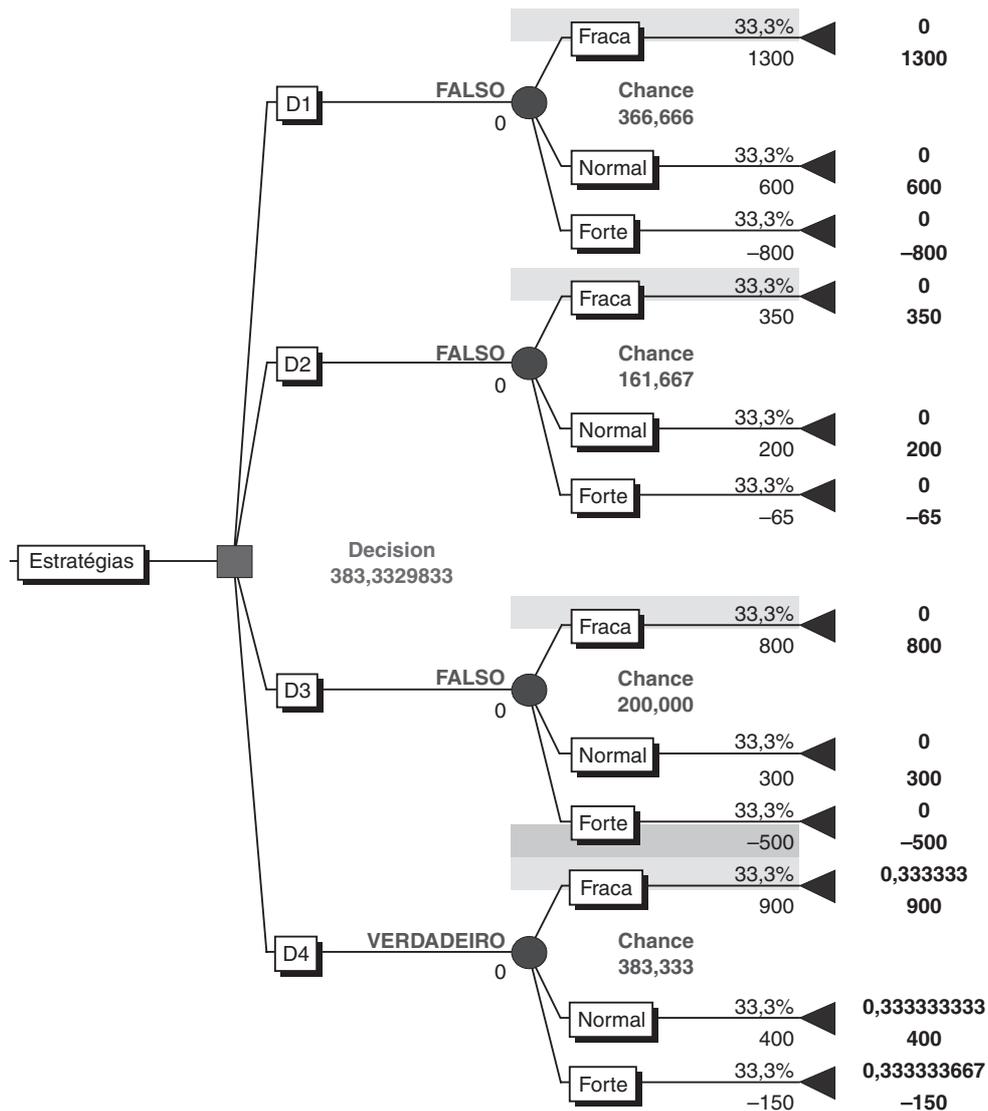


Figura 4.5 Árvore de decisão usando VME

No contexto das árvores de decisão, usando o *software* PrecisionTree, da Palisade:

- o retângulo verde é um nó de decisão;
- a bolinha marrom é um nó de incerteza;

- o triângulo azul é um nó terminal;
- o ramo D4 tem a inscrição **VERDADEIRO**, o que significa que é a estratégia recomendada pelo cálculo do VME, descrito no item 4.1.

O *software* PrecisionTree fornece resultados úteis de estatística descritiva para a estratégia D<sub>4</sub> selecionada, os quais aparecem na tabela a seguir.

<b>PrecisionTree Statistics Report</b> <b>For Estratégias of Análise de Risco_Regis.xls</b> <b>Created on 7/8/2008 at 11:10:20</b>			
<b>STATISTICS</b>			
Mean		383,3333333	
Minimum		-150	
Maximum		900	
Mode		-150	
Std Dev		428,8226777	
Skewness		-0,058240445	
Kurtosis		1,5	
<b>PROFILE:</b>			
#	X		P
1		-150	0,333333333
2		400	0,333333333
3		900	0,333333333

#### 4.5.5 Análise de sensibilidade para o VME (uma variável)

É difícil saber de antemão os valores e as probabilidades envolvidas na escolha da estratégia. O máximo que se pode é estimar essas grandezas. Serão feitas a seguir algumas análises de sensibilidade, uma vez que foram parametrizados alguns dados de entrada do problema, a saber:

*Probabilidades* (dada uma estratégia D<sub>i</sub>):

- em cada nó de incerteza, a probabilidade de reação fraca E<sub>3i</sub> do mercado, a qual é otimista, vale inicialmente 33,33%. Esse parâmetro será variado de 0% a 66,67%;
- a probabilidade de reação normal E<sub>2</sub>, de 33,33%, será mantida;
- a probabilidade de reação forte p(E<sub>1</sub>), será alterada correspondentemente:

$$p(E_{1i}) = [1 - (p(E_{3i}) + p(E_{2i}))]$$

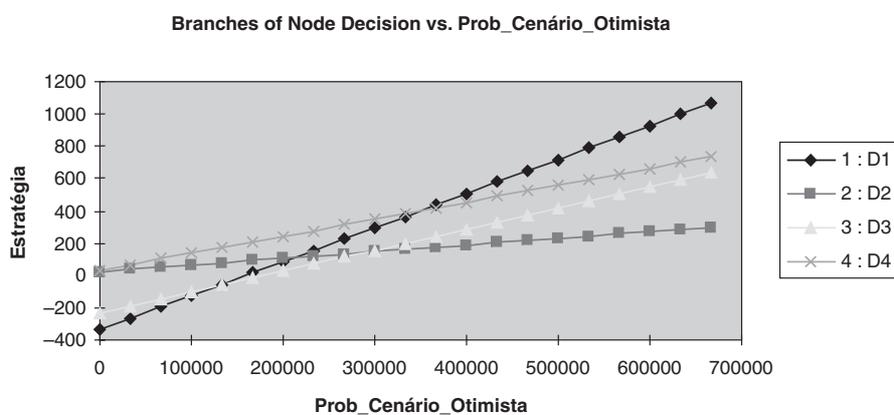
- portanto, para p(E<sub>3i</sub>) = {0,0%; 66,67%} p(E<sub>1i</sub>) = {66,67%; 0,0%}.

*Valor* (dado um resultado E<sub>1</sub>):

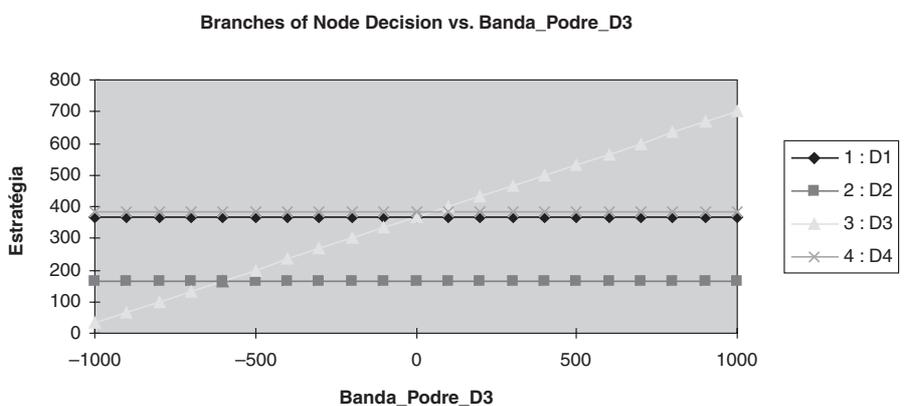
- será variado o valor para reação forte do mercado em D<sub>3</sub>, a qual é, inicialmente, 500 (chamado, no gráfico, “banda podre”). Esse parâmetro será variado de 1000 (bem pessimista) até +1000 (bem otimista).

Vejamos, nas figuras a seguir, como a decisão inicial poderia se alterar frente à mudança de cada fator em sua vez.

- na Figura 4.6, a decisão se alterna entre  $D_4$  (probabilidade menor) e  $D_1$  (probabilidade maior), quando a probabilidade do cenário otimista varia, respectivamente, de 0% a 66,67%;
- na Figura 4.7, a decisão se alterna entre  $D_4$  (resultados de reações fortes do mercado mais negativos) e  $D_3$  (resultados fortes mais positivos), quando o valor para reação forte do mercado em  $D_3$  varia, respectivamente, de -1000 a +1000.



**Figura 4.6** Análise de sensibilidade  $VME = f(\text{Prob\_Cen\_Otimista } E_i)$



**Figura 4.7** Análise de sensibilidade  $VME = f(\text{Valor\_Cen\_Pessimista } D_3)$

#### 4.5.6 Análise de sensibilidade para o VME (duas variáveis)

Agora, vamos ver figuras que reúnem as duas variações anteriores, simultaneamente. A Figura 4.8 mostra o valor das decisões envolvidas; a Figura 4.9, a decisão selecionada para cada par de valores parametrizados.

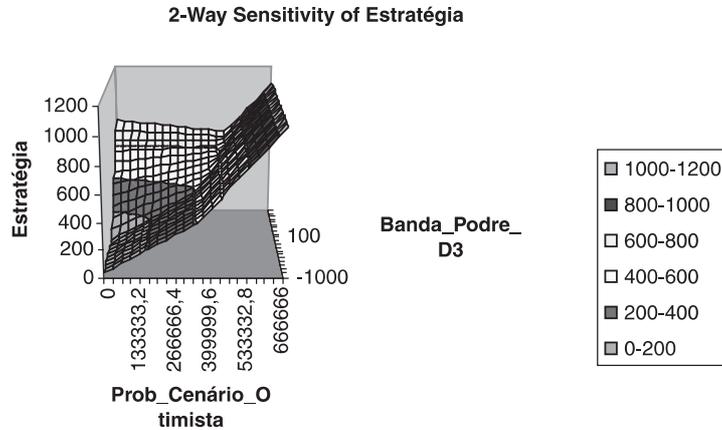


Figura 4.8 Análise de sensibilidade VME = f( Prob; valor)

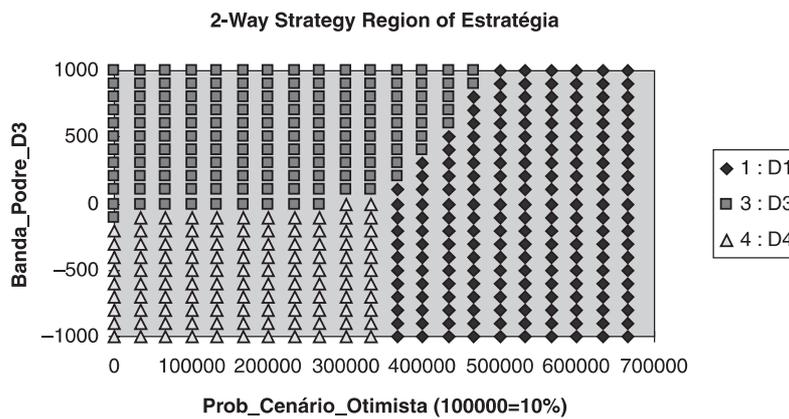


Figura 4.9 Análise de sensibilidade de decisão = f( Prob; valor)

Note na Figura 4.9 que, para a situação inicial,  $p(E_{3i}) = 33,33\%$ , o valor para reação forte do mercado em  $D_3 = -500$  (chamado, no gráfico, “banda podre”), a decisão no ponto é  $D_4$ .

Na mesma horizontal, quando a probabilidade aumenta e  $p(E_{3i}) = [36,67\%; 66,67\%]$ , mantendo  $D_{33} = -500$ , então a decisão é  $D_1$ ; para  $p(E_{3i}) = [0\%; 36,66\%]$ , fica mantida a decisão  $D_4$ .

Mantida a situação inicial,  $p(E_{3i}) = 33,33\%$  e percorrendo uma linha vertical, valor para reação forte do mercado em  $D_3 = [-500; 0]$  (chamado, no gráfico, “banda podre”), a decisão é  $D_4$ . A partir daí, com  $D_3 = [0; +1000]$ , a decisão é  $D_3$ .

#### 4.5.7 Árvores de decisão com função utilidade

Deve-se ressaltar que, até agora, usando árvore de decisão no cenário original, a alternativa de estratégia  $D_2$  nunca foi a escolhida, mas apenas no cenário mais pessimista de Hurwicz (alfa = 0) e no critério MAXMIN de Wald (item 4.3.b).

Agora utilizaremos a função utilidade acoplada a árvores de decisão. A teoria por trás disso pode ser vista em Motta e Calôba (2002, capítulo 9).

O *software* PrecisionTree da Palisade já tem essas funcionalidades pré-programadas. Trabalharemos depois com o equivalente de certeza (EqC), em vez do valor monetário esperado. Por ora, apenas deve-se dar algumas informações sobre função utilidade. As fórmulas matemáticas mais completas aparecerão no *site* da Editora deste livro.

A função utilidade (FU) agrega um fator de penalização ao risco. Ela tem concavidade convenientemente orientada, conforme a pessoa que decide for amante do risco, indiferente ao risco ou tiver aversão ao risco.

A função utilidade mais usada é a exponencial:

**Função utilidade:**

$Y = U(X) = 1 - e^{-c \cdot X}$ , onde:

X é um valor qualquer no eixo das abscissas (eixo dos X);

c é o coeficiente de aversão ao risco;

$1/c = R$  é a tolerância ao risco, dada em unidades iguais às do eixo X.

Se houver dois valores,  $X_1$  e  $X_2$ , com probabilidades  $p_1$  e  $p_2$  associadas a eles, poderemos calcular  $U(X_1)$  e  $U(X_2)$ , e então a média ponderada pelas probabilidades; no eixo Y teremos:

$$VEU = U(X_1) \cdot p_1 + U(X_2) \cdot p_2$$

Se a tolerância ao risco (R) da pessoa que utiliza a FU for muito alta, em relação à perda potencial do cenário mais pessimista, a decisão tomada será exatamente igual à decisão pelo VME, como vinha sendo mostrado nos parágrafos anteriores. No entanto, se R for baixo, em relação à perda potencial do cenário mais pessimista, a pessoa decidirá de modo mais conservador.

Isso é muito útil porque os estados da natureza, os quais possuem probabilidades associados a eles, não podem ser mudados, são fatos da vida, como percebidos por quem tem de tomar a decisão, são expectativas.

Já que não se tem controle sobre os estados da natureza, uma forma de agregar um fator de penalização ao risco é, então, usar um reflexo (no eixo Y) dos valores associados a essas probabilidades e calcular o VEU, isto é, o valor esperado da utilidade. A função utilidade irá carregar nas cores para representar os cenários pessimistas, isto é, os tornará proporcionalmente maiores (em módulo) que os otimistas. Como o VEU será uma média ponderada com as probabilidades (que não mudam), então essa imagem puxará mais para o lado pessimista.

#### 4.5.8 Equivalente de certeza (EqC)

Em seguida, será revertida essa imagem no eixo Y, de volta para o eixo X, usando-se, no caminho de volta, a função inversa da utilidade. Resultará, no eixo X, o equivalente de certeza (EqC). Alguns autores também chamam o EqC de equivalente certo.

**Equivalente certo:**

$$EqC = (-1/c) \ln (p_1 \cdot e^{-c \cdot \phi \cdot VPL_1} + p_2 \cdot e^{-c \cdot \phi \cdot VPL_2}),$$

onde

$c$  = coeficiente de aversão ao risco;  $1/c = R$  = tolerância ao risco;  $p_1, p_2$  = probabilidades de ocorrência dos eventos 1 e 2;  $VPL_1$  e  $VPL_2$  = resultados desses eventos (valor presente líquido descontado);  $\phi$  = nível de participação percentual (*share*) no projeto.

Observação importante: pode-se usar o VPL, que é um valor absoluto, mas não a taxa interna de retorno (TIR), que é um valor relativo, para análise de alternativas de investimentos com árvore de decisões.

Tem-se, de modo geral:

$$VME = EqC + \text{prêmio pelo risco}$$

- se  $EqC < VME$ , a pessoa é conservadora ou tem aversão ao risco;
- se  $EqC = VME$ , a pessoa é indiferente ou neutra em relação ao risco;
- se  $EqC > VME$ , a pessoa é arrojada ou tem preferência ao risco.

Daí vem que:

- se prêmio pelo risco  $> 0$ , a pessoa é conservadora ou tem aversão ao risco;
- se prêmio pelo risco  $= 0$ , ela é indiferente ou neutra em relação ao risco;
- se prêmio pelo risco  $< 0$ , a pessoa é arrojada ou tem preferência ao risco.

A Tabela 4.5 (e as figuras adiante) foi produzida para um *perfil conservador* com  $\phi = 100\%$ , ou seja, 100% de participação nas oportunidades de investimento. A tolerância ao risco,  $R$ , será variada desde um valor baixo até um muito alto, em relação às perdas ou cenários pessimistas (caso em que a decisão será igual àquela pelo VME).

**Tabela 4.5**

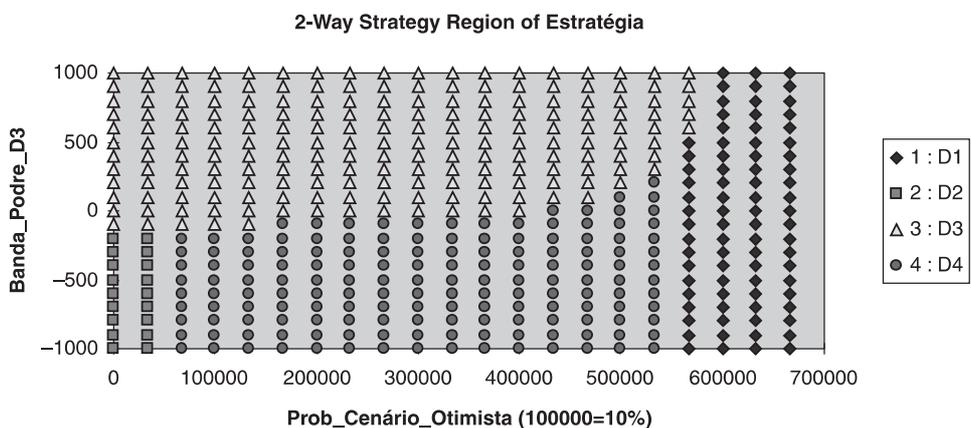
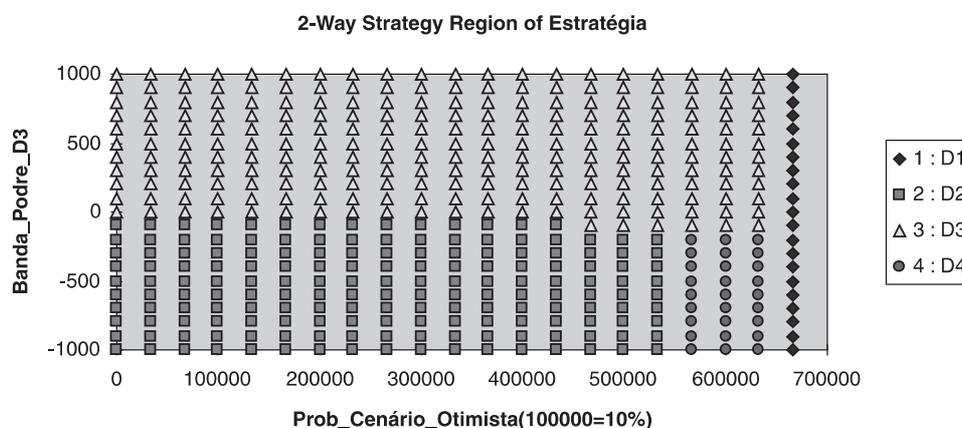
Estratégia da Empresa	Valor Tabelado: Equivalente Certo					
	Tolerância ao Risco ( R )					
	50	150	500	1000	1500	VME ( )
<b>D1 – lanço novo produto</b>	-745,1	-635,2	-287,3	-15,6	106,0	366,7
<b>D2 – propaganda</b>	-10,3	68,3	131,6	146,7	151,7	161,7
<b>D3 – promoção de vendas</b>	-445,1	-336,0	-72,7	55,2	102,9	200,0
<b>D4 – baixa de preços.</b>	-95,1	10,9	211,7	292,7	322,3	383,3

Vale salientar que, para  $R = 50$ , mesmo a menos pior das alternativas é negativa. Se fosse uma decisão de investimento pelo VPL, seria recomendável não investir. Mas, se fosse para escolher, com  $R = 50$ ,  $D_2$  seria recomendável. Para  $R = 150$ , ainda  $D_2$  é recomendável. Essa alternativa, dentre os resultados negativos, apresenta o menor módulo (65)! Isso corresponde, na verdade, a um prejuízo de R\$65.000,00. Seu VME, ou valor monetário esperado, é +161,667 (lucro de R\$161.667,00). Mas seu EqC, na tabela acima, é de apenas +68,3. Isso significa que a pessoa conservadora troca uma posição com risco valendo, em média, +161,667, por uma quantia certa, com  $p = 100\%$ , de +68,3. A diferença é o prêmio de risco, que o mercado reconhece e paga.

A partir de  $R = 500$ , a decisão recomendada passa a ser  $D_4$ . Quando  $R = 8$ , chega-se ao VME, e a alternativa selecionada,  $D_4$ , é a mesma recomendada pelo método de Laplace.

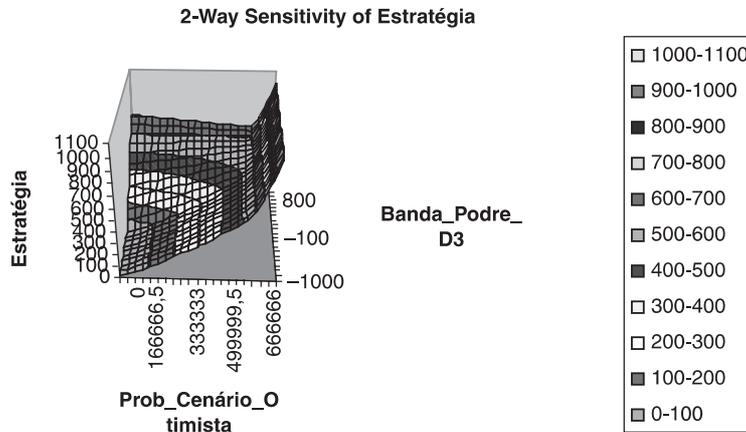
#### 4.5.9 Análise de sensibilidade para o EqC (duas variáveis)

As Figuras 4.10 e 4.11 mostram as estratégias selecionadas pelo EqC, em cores distintas, para duas tolerâncias ao risco  $R$  diferentes, a primeira para  $R = 150$ , a segunda para  $R = 1000$ . Observe que, agora, as quatro decisões, conforme a região, aparecem sendo recomendadas. Conforme o caso, predominam algumas decisões (em área/cores), sobre as outras:  $D_2$  e  $D_3$ , no primeiro caso;  $D_4$  e  $D_3$ , no segundo.



As Figuras 4.12 e 4.13 mostram os valores do EqC respectivas para as decisões das Figuras 4.10 e 4.11.

**Figura 4.12** EqC para tolerância ao risco  $R = 150$



Como vimos, a escolha entre decisões de estratégia pode ser muito influenciada pelo critério ou método utilizado e pelas expectativas de riscos associados a elas, em termos de probabilidades e valores.

#### 4.6 CARTEIRA DE INVESTIMENTOS (PORTFÓLIO) E VALUE AT RISK (VAR)

##### 4.6.1 Valor esperado de uma carteira de investimentos (ativos A e B)

O valor esperado de uma carteira de investimento com dois ativos A e B é dado por:

$$E(k_p) = \sum_{j=1}^2 w_j k_j = w.k_A + (1-w).k_B;$$

onde

$$j = 1$$

$w_j$  = fração da carteira de investimentos investida no ativo  $j$

$k_j$  = retorno esperado do ativo  $j$

$w$  = fração do valor total da carteira de ações investida em A

$1 - w$  = fração do valor total da carteira de ações investida em B

$E(k_p)$  = retorno esperado de uma carteira de investimentos de  $n$  títulos (no caso,  $n = 2$ )

Supondo que o ativo A possua retorno de 13% ao ano e o B retorno de 22%, caso se invistam 75% do valor disponível para formação da carteira de investimentos (portfólio) em A e 25% em B (isto é,  $w = 75\%$ ;  $1 - w = 25\%$ ), o retorno esperado do portfólio será:

$$E(k_p) = w.k_A + (1-w).k_B = (0,75).13\% + (0,25).22\% = 9,75\% + 5,50\% = 15,25\% \text{ a.a.}$$

##### 4.6.2 Risco de uma carteira de investimentos (dois ativos)

A variância (cuja raiz quadrada dará o desvio-padrão ou volatilidade ou risco) do retorno esperado da carteira de investimentos (ou portfólio) composta por dois ativos apenas, A e B, é dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2w(1-w) \text{cov}_{AB} \\ &= w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2w(1-w) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B\end{aligned}$$

onde

$\sigma_p^2$  = variância do retorno esperado da carteira de investimentos

$\sigma_A^2$  e  $\sigma_B^2$  = variância do retorno para A e B, respectivamente

$\text{Cov}_{AB}$  = covariância entre os retornos de A e B

$\rho_{AB}$  = coeficiente de correlação entre os retornos de A e B

As figuras seguintes mostram o resultado de uma planilha em Excel que incorpora os cálculos descritos e explica melhor as operações. Para fazer algumas das modificações (nos dados originais) sugeridas, é necessário manipular a planilha Excel, mas aqui só poderemos ver alguns dos resultados obtidos.

Suponhamos que os desvios-padrão sejam  $\sigma_A = 6\%$  ao ano e  $\sigma_B = 17\%$  a.a. Inicialmente, supõe-se uma correlação negativa  $\rho_{AB} = -0,675$  entre as taxas de retorno dos ativos A e B. Resultará um desvio-padrão, ou risco ou volatilidade para essa carteira de investimentos de 3,53% ao ano.

Variando-se a composição da carteira entre os ativos A e B, isto é, variando-se o peso  $w$  de 100% a 0%, ou seja, variando-se o investimento em A, desde a totalidade até nada e, por conseguinte, tomando-se o complemento disso para investir em B, isto é, de 0% a 100%, tem-se uma série de valores apresentada a seguir, e com tais valores calculados segundo as fórmulas anteriores faz-se um gráfico apresentado adiante.

**RETORNO E RISCO\* DE UMA CARTEIRA DE AÇÕES (PORTFÓLIO).**

\* Desvio Padrão

Sejam duas ações A e B, cada uma com suas características de risco e retorno.

Ação	Retorno % ano ano	Desvio Padrão (% a.a.)	Composição da carteira	Correlação entre A e B
A	13	6	75%	-67,5%
B	22	17	25%	

Resultam as seguintes características de risco e retorno para o portfólio:

	Retorno % ao ano	Desvio Padrão
Portfólio	15,25	3,53

Os cálculos serão explicados logo a seguir:  
Segundo a fórmula para combinação linear de variáveis aleatórias, temos:

$$A = aX + By$$

Pode-se alterar a correlação através do cursor acima e observar a consequência no gráfico a seguir

Seja Z o retorno esperado do portfólio de ações

Seja X o retorno da ação A

Seja  $a$  = fração de ação A no portfólio

Seja Y o retorno da ação B

Seja  $b$  = fração de ação A no portfólio

$$E(Z) = a E(X) + b E(Y)$$

$$\sigma_z^2 = a^2 \text{var}_x + b^2 \text{var}_y + 2ab \text{covar}_{xy};$$

ou, ainda:

$$\sigma_z^2 = a^2 \text{var}_x + b^2 \text{var}_y + 2ab \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y$$

Agora, se quisermos variar as possíveis combinações do portfólio, teremos:

Portfólio	Desvio Padrão	Retorno % ao ano	Fração de A	Fração de B
<b>A</b>	<b>6,0</b>	<b>13,00</b>	<b>100%</b>	<b>0%</b>
	5,2	13,45	95%	5%
	4,4	13,90	90%	10%
	3,9	14,35	85%	15%
	3,5	14,80	80%	20%
<b>Inicial</b>	<b>3,5</b>	<b>15,25</b>	<b>75%</b>	<b>25%</b>
	3,8	15,70	70%	30%
	4,4	16,15	65%	35%
	5,1	16,60	60%	40%
	5,9	17,05	55%	45%
	6,8	17,50	50%	50%
	7,8	17,95	45%	55%
	8,8	18,40	40%	60%
	9,8	18,85	35%	65%
	10,8	19,30	30%	70%
	11,8	19,75	25%	75%
	12,8	20,20	20%	80%
	13,9	20,65	15%	85%
	14,9	21,10	10%	90%
	15,9	21,55	5%	95%
<b>B</b>	<b>17,0</b>	<b>22,00</b>	<b>0%</b>	<b>100%</b>

Depois, ordenando-se por desvio padrão, vem:

Portfólio	Desvio Padrão	Retorno % ao ano	Fração de A	Fração de B
<b>Inicial</b>	<b>3,53</b>	<b>15,25</b>	<b>75%</b>	<b>25%</b>
	3,55	14,80	80%	20%
	3,84	15,70	70%	30%
	3,87	14,35	85%	15%
	4,39	16,15	65%	35%
	4,43	13,90	90%	10%
	5,11	16,60	60%	40%
	5,16	13,45	95%	5%
	5,94	17,05	55%	45%
<b>A</b>	<b>6,00</b>	<b>13,00</b>	<b>100%</b>	<b>0%</b>
	6,84	17,50	50%	50%
	7,79	17,95	45%	55%
	8,76	18,40	40%	60%
	9,76	18,85	35%	65%
	10,77	19,30	30%	70%
	11,79	19,75	25%	75%
	12,82	20,20	20%	80%
	13,86	20,65	15%	85%
	14,90	21,10	10%	90%
	15,95	21,55	5%	95%
<b>B</b>	<b>17,00</b>	<b>22,00</b>	<b>0%</b>	<b>100%</b>

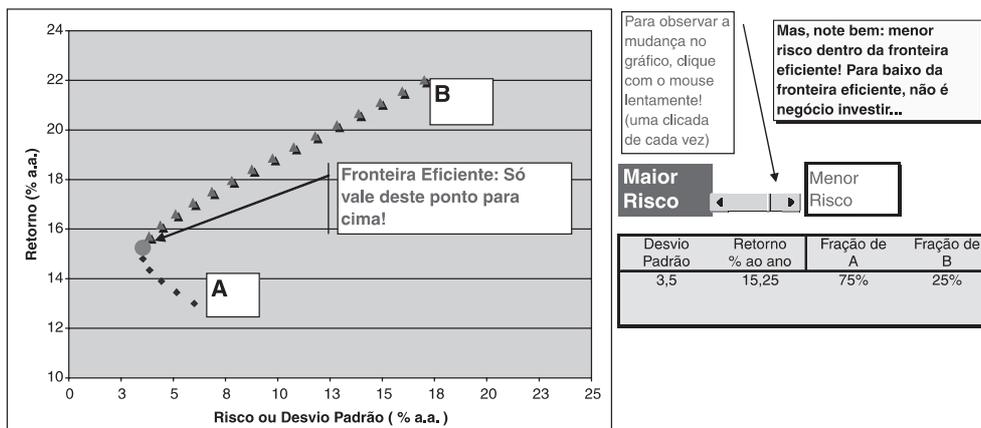


Figura 4.14

Vamos agora, mantendo a correlação inicial, alterar a composição da carteira, primeiramente diminuindo o peso do investimento em A, que inicia com 75%, e passando para 50%. Estaremos investindo mais no ativo B, o qual possui maior retorno, porém maior risco que A. Isso se refletirá nos resultados da nova carteira, como se pode ver na Figura 4.15 (ponto indicado pelo círculo colorido).

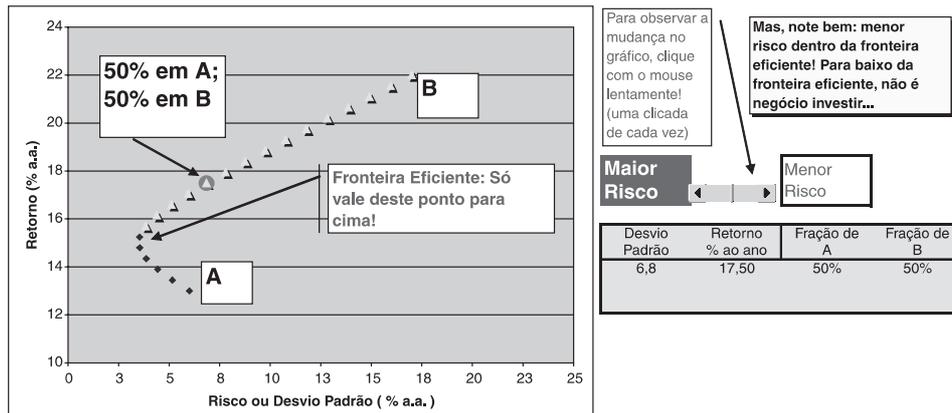


Figura 4.15

O *trade-off* entre risco e retorno pode ser visto na Figura 4.16, na qual aparecem dois perfis: o investidor mais arrojado, que assume maiores riscos, em busca de maiores retornos; e o investidor mais conservador, que assume menores riscos, aceitando para isso menores retornos.

Além disso, o investidor racional preferirá, dado um nível de risco, obter o máximo retor-

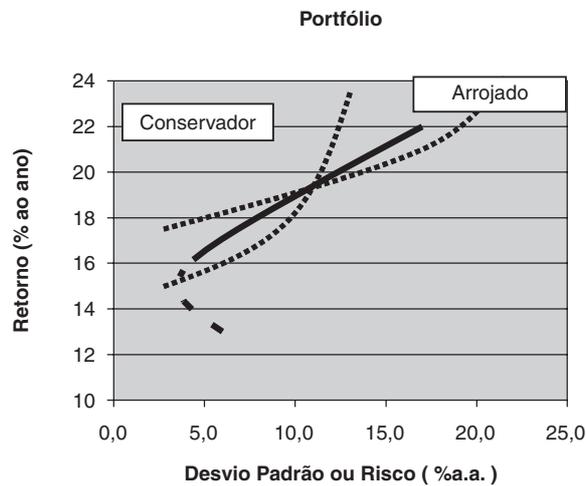


Figura 4.16

no. Por outro lado, dado um nível de retorno, o mesmo investidor preferirá assumir menor risco. A linha contínua na figura mostra a fronteira eficiente, lugar geométrico dos pontos preferidos pelo investidor racional.

Agora, vejamos: será que esse tipo de investidor se posicionaria no ponto A, indicado na Figura 4.17 pelo círculo colorido? Para tal investidor, valeria mais a pena, dado o mesmo nível de risco ( $\sigma_A = 6\%$  ao ano; para um nível de retorno  $k_A = 13\%$  ao ano) posicionar-se na parte de cima da curva (Figura 4.18); vale dizer, na fronteira eficiente, mostrada na Figura 4.17 (risco de 6,1% e retorno de 17,14% ao ano). Outro investidor, mais arrojado, poderá buscar mais alto retorno, com maior risco, como mostra a Figura 4.19, invertendo os pesos, isto é, 25% em A e 75% em B (para um risco de quase 12% ao ano, obtendo quase 20% ao ano de taxa de retorno). No extremo, temos uma carteira com 100% em B (risco de 17% a.a. e retorno de 22% a.a.).

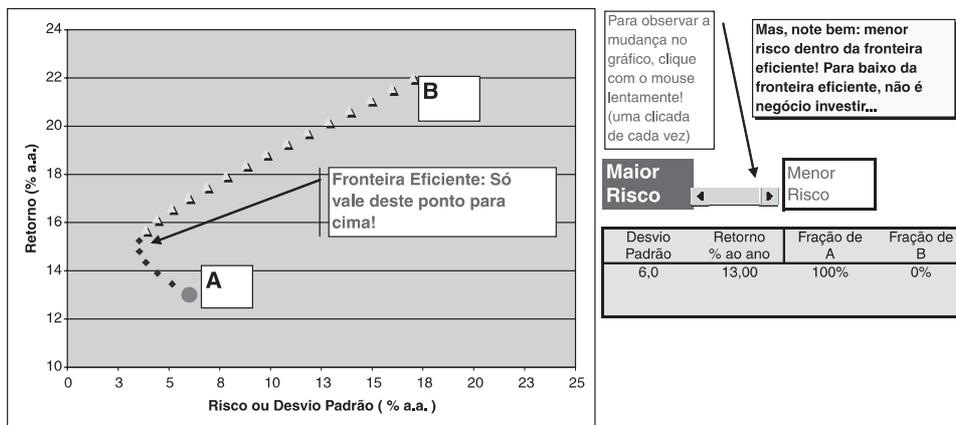


Figura 4.17

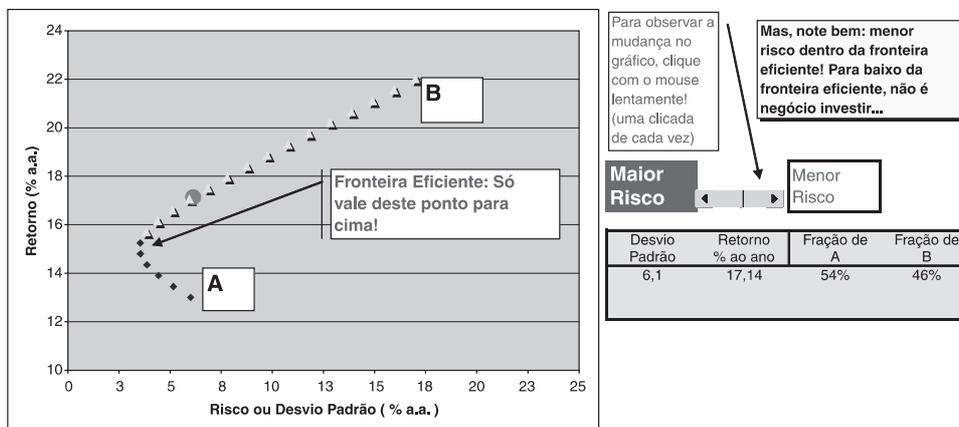


Figura 4.18

Desta feita, voltando à composição inicial da carteira, vamos variar o índice de correlação. Poderemos ver, na figurasseguintes, a mudança nas formas da curva da fronteira:

- desde a Figura 4.20 com  $-100\%$  ( $-1,00$ );
- passando pelo valor inicial ( $\rho_{AB} = -0,675$ ), cujo gráfico já foi mostrado logo de início;
- correlação nula ou zero ( $0,00$ ), na Figura 4.21;
- indo até  $+100\%$  ( $+1,00$ ), na Figura 4.22, que mostra uma linha reta.

Observe, no gráfico da Figura 4.20, que a correlação perfeita negativa (100%) permite chegar a um risco nulo para a carteira (0% a.a.)!

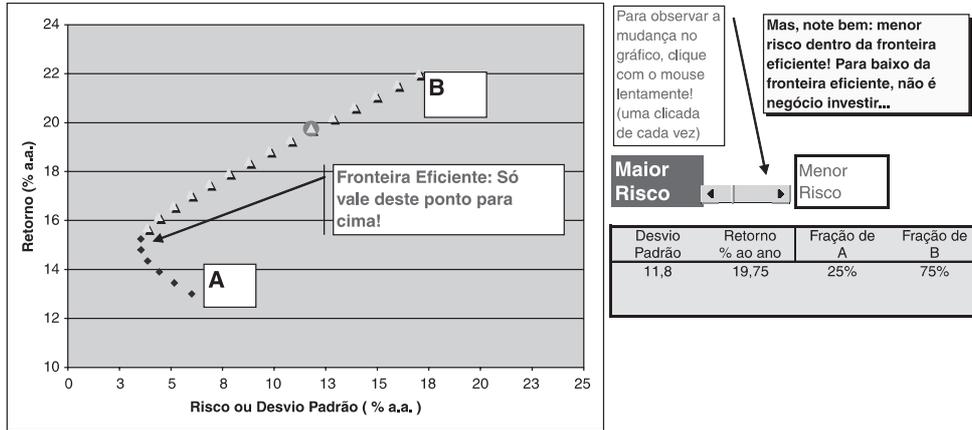


Figura 4.19

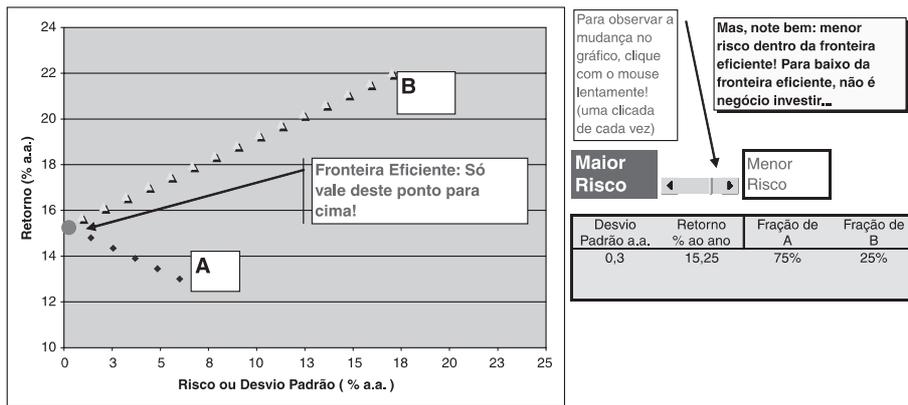


Figura 4.20

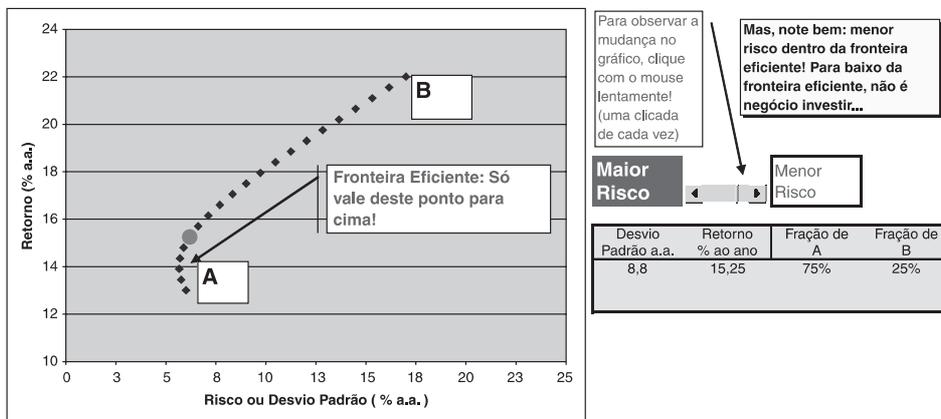


Figura 4.21

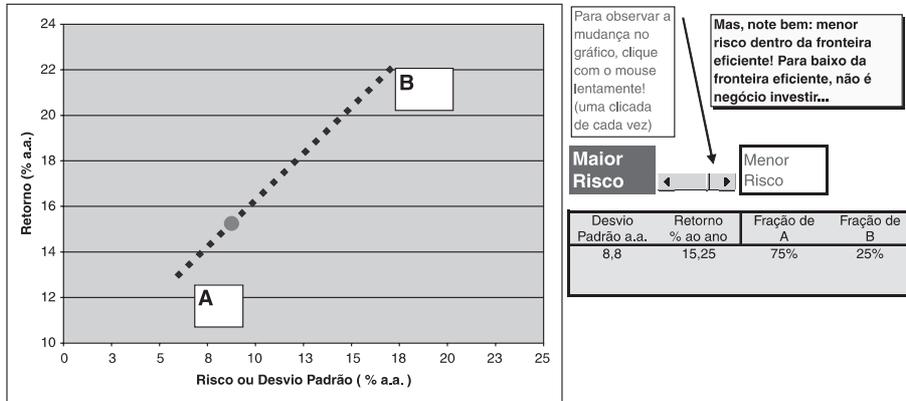


Figura 4.22

No tópico a seguir, será abordada uma carteira com vários ativos, uma generalização do que foi feito até agora.

**4.6.3 Carteira de investimentos com n ativos**

Generalizando-se para uma carteira com n títulos:

$$\sigma_p^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

onde

$w_i$  e  $w_j$  = frações da carteira de investimentos alocadas nos títulos  $i$  e  $j$

$\rho_{ij}$  = coeficiente de correlação entre  $i$  e  $j$

$n$  = número de títulos da carteira de investimentos

$\sigma_i^2$  e  $\sigma_j^2$  = variância do retorno em  $i$  e em  $j$

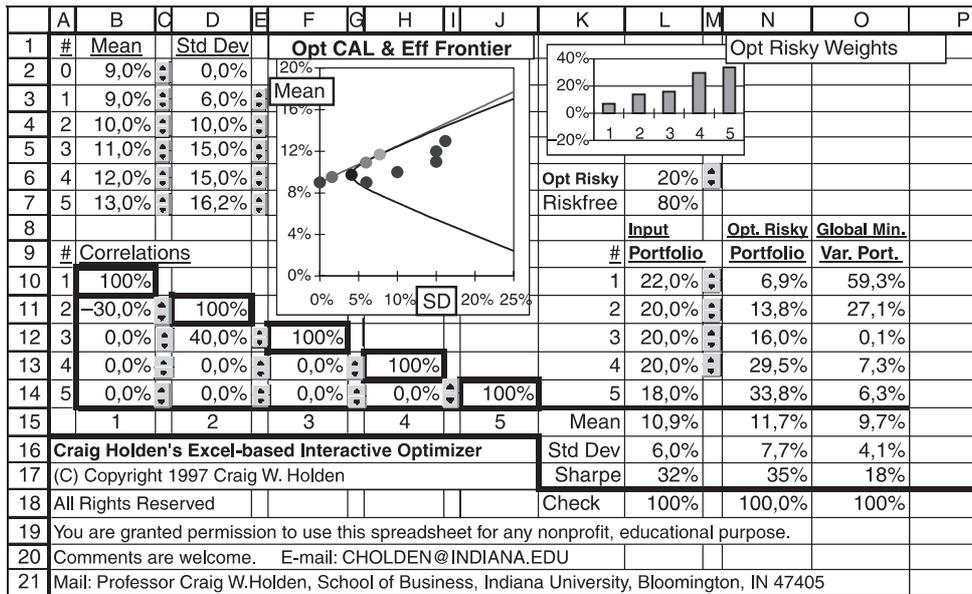


Figura 4.23

A bola azul, sobre o eixo Y, é a taxa livre de risco ( $\sigma = 0\%$ ).

Uma pessoa poderia investir 100% em taxas de juros livres de risco. No entanto, aqui a condição inicial arbitrada foi de 80% da carteira serem destinados ao investimento livre de risco e 20% ao mercado de capitais, numa carteira constituída por cinco ativos com as taxas de retorno e os riscos especificados nas colunas B e D da planilha, os quais são representados no gráfico pelas bolas azuis espalhadas, distantes do eixo Y. A bola vermelha dá o retorno médio ponderado da carteira. A bola preta fornece o investimento de mínimo risco. A bola rosa dá o retorno da carteira inicial, antes da otimização promovida pelo algoritmo interno programado na planilha Excel. A bola verde dá o ponto ótimo da carteira com risco, ponto este em que há uma linha que tangencia a curva da fronteira eficiente, a qual se origina da bola azul sobre o eixo Y (taxa de juros livre de riscos).

Como ficaria a imagem correspondente à carteira de um investidor que quisesse correr mais riscos, mudando os pesos entre o investimento sem risco e o mercado, isto é, o qual fizesse uma carteira com 40% livre de risco e 60% no mercado de ações? Vejamos a Figura 4.24.

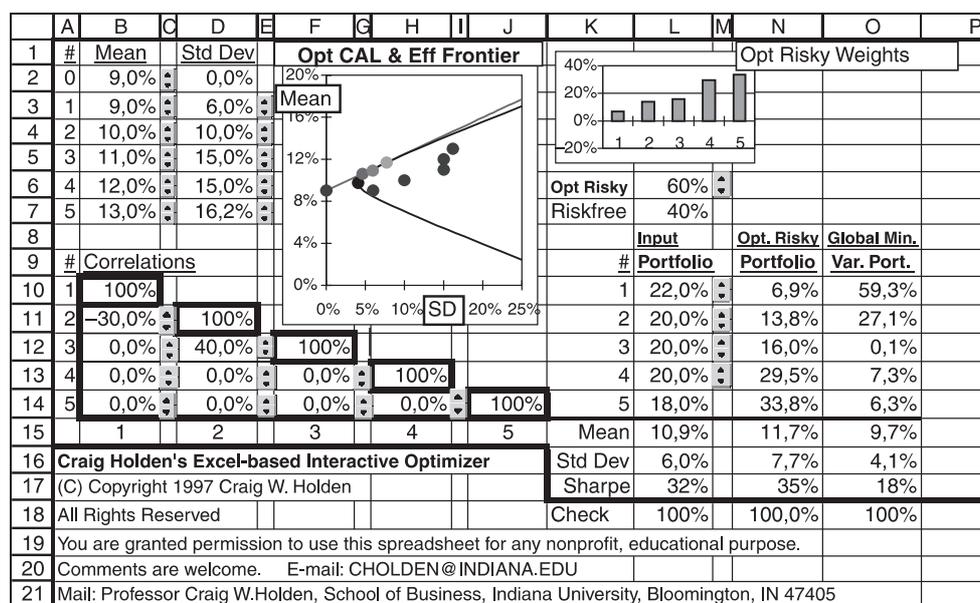


Figura 4.24

Observe que, agora, a posição da bola vermelha, dada pelo retorno(X) e risco (Y) ponderado da carteira, ficou muito mais próxima da bola verde. Aproveitamos para mencionar, a título de curiosidade, o que um *expert* de assuntos de investimentos sugeriu ao público ouvinte da Rádio BandNews para formar uma carteira de investimentos:

- se a pessoa tivesse 20 anos, que colocasse 20% livre de risco e 80% no mercado, numa postura mais agressiva ou
- se tivesse 80 anos, que colocasse 80% livre de risco e 20% apenas no mercado acionário, pois nessa idade a pessoa está aposentada e vive das rendas associadas a tudo o que ameaçou em toda uma vida, devendo adotar uma postura mais conservadora.

Mas vejamos graficamente o problema que sempre atormentou o vice-presidente José Alencar, o qual, proveniente do meio industrial e empresarial, sempre se bateu pela redução da taxa de juros Selic (taxa nominalmente livre de riscos), fixada periodicamente pelo Copom (Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil). O que acontece quando essa taxa sobe para um valor de mesma ordem de grandeza que as taxas de retorno com risco apresentadas pelo mercado de ações?

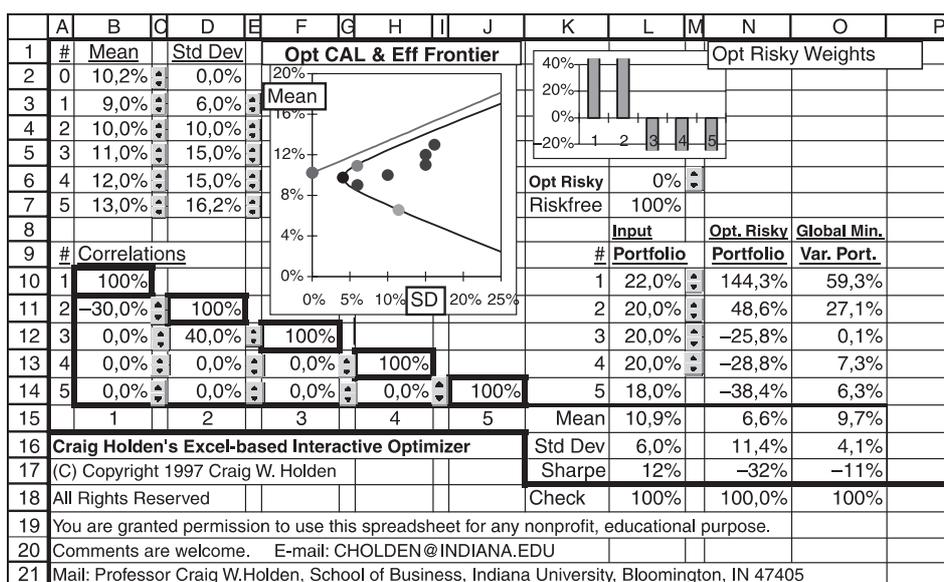


Figura 4.25

Observe que, agora, em nosso exemplo teórico, a linha não mais tangencia a fronteira eficiente; o algoritmo da planilha que otimiza o portfólio (bola verde) fica prejudicado, gerando inclusive pesos negativos (ver gráfico de barras verdes), além do que há uma correlação negativa (-30%) entre as taxas de retorno dos ativos 1 e 2. O melhor é ficar com 100% no investimento livre de riscos (ver bola vermelha sobre o eixo Y). Não foi por outro motivo que, ao diminuírem as taxas Selic, o mercado de ações brasileiro ficou mais dinâmico. Agora (julho de 2008), no entanto, para conter a inflação, a taxa Selic volta a subir. Na economia globalizada, as bolsas do mundo todo são correlacionadas e estão sujeitas a uma série de influências de fatores econômico-financeiros exógenos.

Mas, voltando à planilha: variando-se as correlações contidas na matriz de correlações, também será alterada a forma da fronteira que representa a carteira com  $n$  ativos, assim como aconteceu para a carteira com dois ativos? Vejamos a seqüência de figuras a seguir, observando as alterações na matriz de correlação:

- a Figura 4.26 repete as condições da planilha original. Observe, pelo gráfico de prismas verdes (portfólio otimizado), que o maior peso dos investimentos, na composição da carteira, foi para as ações de riscos e retornos mais altos (4 e 5) ;
- na Figura 4.27, a correlação entre os ativos 1 e 3 foi mudada para -90% e a curva da fronteira e a bola vermelha quase tangenciaram o eixo Y (risco zero). Observe, pelo

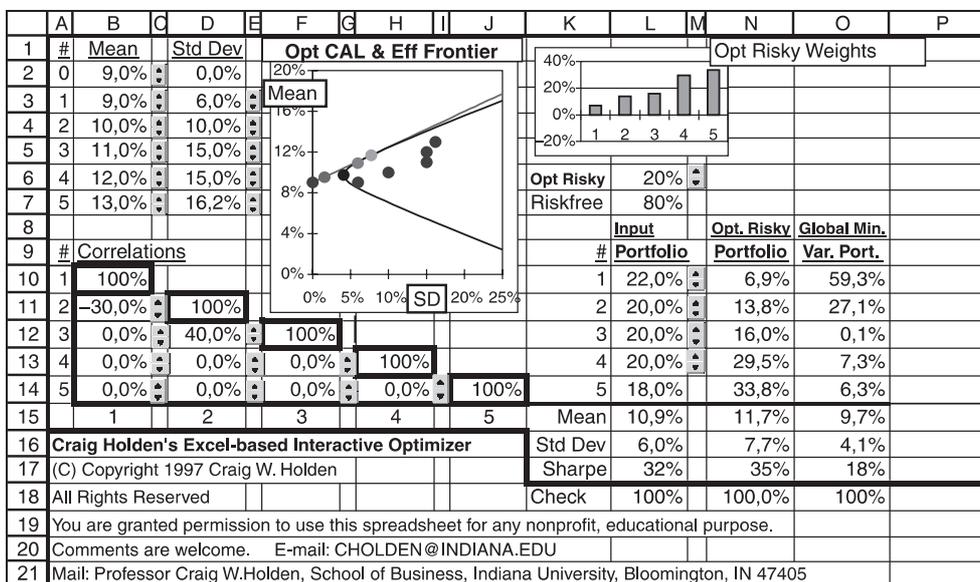


Figura 4.26

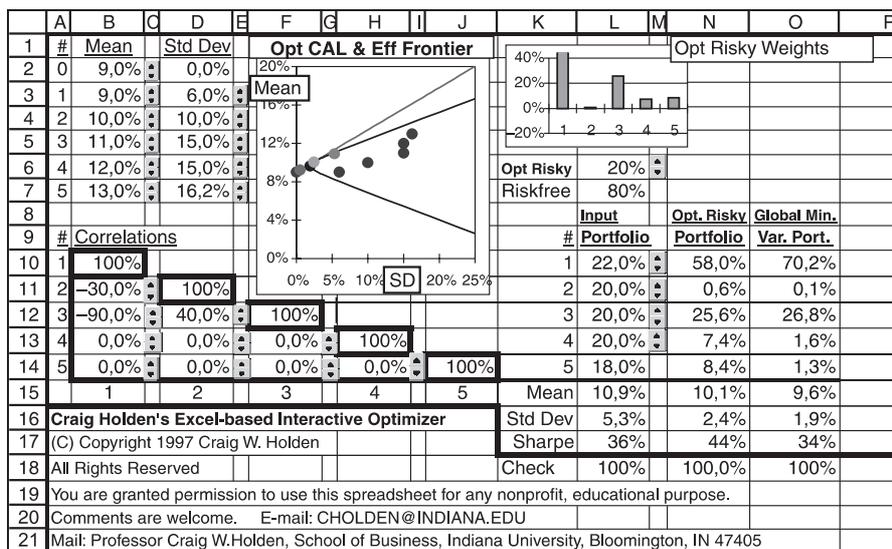


Figura 4.127

gráfico de prismas verdes (portfólio otimizado), que o maior peso dos investimentos, na composição da carteira otimizada, se deslocou para as ações que apresentam essa correlação mais baixa (1 e 3), praticamente zerando a posição em 2;

- na Figura 4.28, todas as correlações da matriz de correlação foram zeradas. Observe que a posição em 1 foi praticamente zerada e há mais equilíbrio entre as demais ações;
- na Figura 4.29, a correlação entre os ativos 3 e 4 foi alterada para +60%. Como consequência disso, vale observar os pesos resultantes na carteira otimizada da planilha: a po-

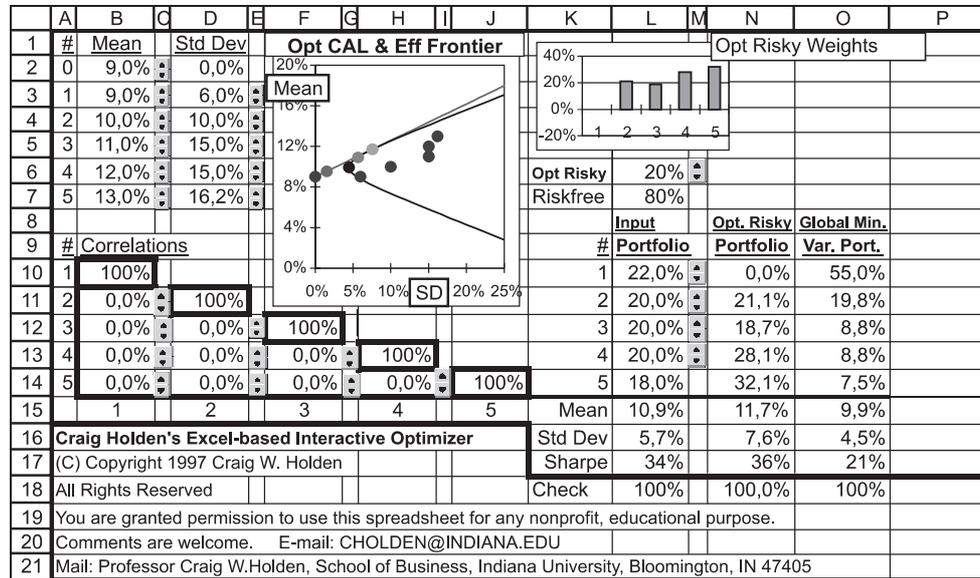


Figura 4.28

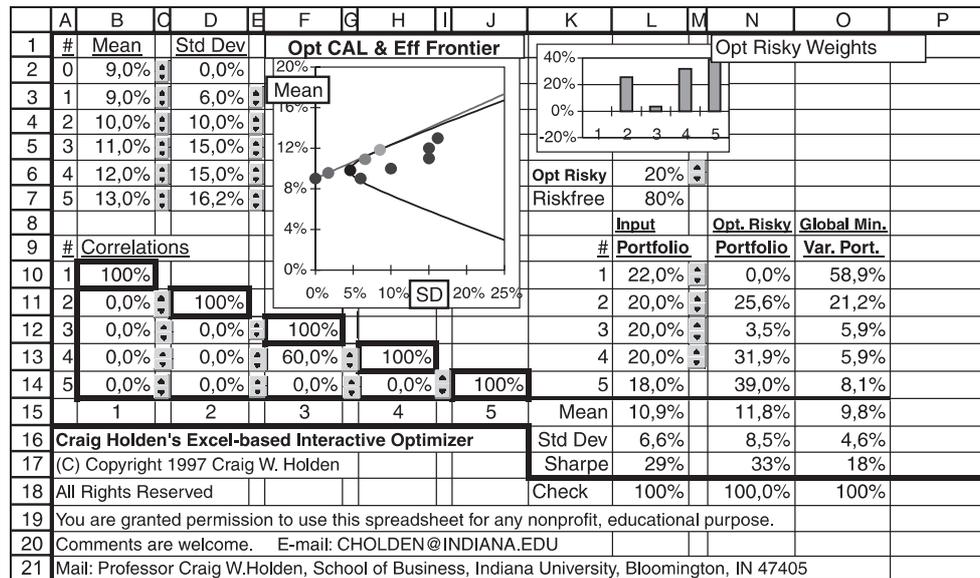


Figura 4.29

sição no ativo 1 foi zerada, uma vez que ele apresenta a mesma taxa de retorno que o investimento livre de risco, com a desvantagem de apresentar uma volatilidade bem maior, de 6%. Já a posição no ativo 3 foi quase zerada, uma vez que ele apresenta o mesmo risco que o ativo 4, porém, com menor taxa de retorno.

No próximo tópico serão abordados instrumentos para estimativa do risco de uma carteira de investimentos e para gerenciamento do risco da carteira, o *value at risk*.

#### 4.6.4 Introdução ao *value at risk* (Var)

Durante a década de 1990, após uma série de problemas com derivativos, crises no Leste asiático (1997), moratória russa (1998) e a mudança de regime cambial brasileiro (1999), o mercado financeiro criou um instrumento abrangente, de fácil uso, para avaliar o risco de mercado: o *Var* (*value at risk*), um método que utiliza ferramental estatístico de uso corrente.

O uso de sistemas quantitativos para medição de riscos de mercado começou a se difundir entre as instituições financeiras a partir de 1994 com o lançamento, pelo J.P. Morgan, do documento *RiskMetrics*, descrevendo em detalhes a metodologia para cálculo do *Var* (*value-at-risk*). Essa medida procura resumir, num único valor, a perda potencial do patrimônio de uma instituição. Hoje, mais de 80% das instituições financeiras apresentam algum sistema de gestão de riscos de mercado e mais da metade delas se baseiam no *Var*.

Por exemplo, o Banco J.P. Morgan, em seu relatório anual de 1995, anunciou que seu *Var* médio diário era de US\$15 MM a um nível crítico de confiança de 95%. Através dessa medida, os acionistas do banco podem determinar se estão dispostos a se expor a tamanho risco de mercado.

Apoiado na volatilidade ou desvio-padrão, o *Var* mede a perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível crítico de confiança. Dessa forma, o *Var* fornece uma medida concisa do risco de mercado.

Assim, o *Var*, para um fundo de investimento diversificado, leva em consideração os efeitos da volatilidade dos ativos individuais componentes de uma carteira (através de seus desvios-padrão), bem como da diversificação da mesma (através da matriz de correlação), sendo também apresentado de maneira simples, uma vez que mostra a probabilidade e a extensão da queda de valor de uma carteira de forma facilmente compreendida por qualquer indivíduo. Igualmente, o *Var* pode ajudar no gerenciamento do risco da carteira, ao propiciar o entendimento do quanto cada ativo contribui para o risco total do portfólio.

O conceito também pode ser estendido para ativos reais, através do *Cash Flow at Risk*, considerando-se um projeto de investimento individual ou uma carteira de projetos de investimentos.

Para medir o *Var* deve-se, primeiramente, determinar dois parâmetros: o nível crítico de confiança e a duração do tempo de estimativa. Os bancos calculam o *Var* em bases diárias, devido à elevada liquidez de suas posições, enquanto os fundos de investimentos, os quais alteram suas posições de forma mais lenta e gradual, podem escolher um horizonte de tempo maior (semana, mês etc.), sem resultar em grandes implicações.

##### 4.6.4.1 O Var na teoria

Pode-se definir o *Var* como a perda, medida em valores monetários, esperada em determinado intervalo de tempo, dado um nível crítico de confiança (*Critical Confidence level*, NC), o qual é complementar ao nível crítico de significância  $\alpha$  (*One-sided prob-value*, PV unicaudal), o que pode ser visto em Wonnacott & Wonnacott, *Introductory Statistics for Business and Economics*, Wiley, NY, 1972, p. 192. Por exemplo, para NC = 99%, PV = 1% (ou 1/100); para NC = 95%, PV = 5% (ou 1/20); para NC = 90%, PV = 10% (ou 1/10).

Fica claro que só nos interessa um lado da distribuição, o lado das perdas, ou seja, os casos em que o valor da carteira resultará menor que o valor médio. Outra informação interessante

é que estamos procedendo analogamente a um teste unicaudal para um  $X$  individual, e não para a média de  $X$ , referida também como “ $X$  barra”.

O teste unicaudal a um nível crítico de confiança de 95% pressupõe um nível crítico de significância  $\alpha$  de 5%, também referido com *probability-value* ou:

$$[\text{One-sided}] \text{ Prob-value (PV) [unicaudal]} = \Pr (\mu - X) \geq 5\%;$$

de onde podemos concluir que:

$$\Pr (\mu - VaR_{5\%}) = 5\%$$

Portanto, devemos sempre associar o  $VaR$  a:

- um valor (expresso em unidades monetárias);
- um intervalo de tempo (quando podemos notar essa perda);
- uma probabilidade (com que frequência essa perda mínima se dará).

#### 4.6.4.2 Exemplo ilustrativo do VaR

Suponhamos que você seja o gestor de um fundo de investimento concentrado num único ativo financeiro, uma ação da empresa (fictícia) Madagáscar. O valor investido é de R\$100.000,00. Compramos 10.000 ações a R\$10,00 cada ( $d_0$ ), sendo que estimaremos o  $VaR$  para  $d_1$  (dia seguinte). Tal ação tem um histórico de valorização diária, expresso pelo preço de fechamento diário da ação na Bovespa, dado por uma distribuição normal, com uma taxa de retorno média de 0,45% ao dia e desvio-padrão (ou volatilidade) de 1% ao dia. A distribuição de frequência obtida com os dados referidos, para os últimos quatro anos, está na Figura 4.30. Como se sabe, a probabilidade é o limite da frequência relativa, quando o número de experimentos tende ao infinito.

A fórmula que determina o  $VaR$  é:

$$VaR_{\alpha} = A (z_{\alpha} \sigma)$$

onde

$VaR_{\alpha}$  = perda ou montante do risco

$A$  = montante investido na ação  $A$  (valor de mercado da posição)

$\alpha$  = nível crítico de significância

$z_{\alpha}$  = variável normal  $Z(\mu, \sigma)$  padronizada  $Z(0,1)$  a um nível crítico de significância  $\alpha$

$\sigma$  = desvio-padrão da taxa de retorno diária da ação (% ao dia)

Portanto, através dos valores calculados na Figura 4.30, pode-se ter uma estimativa dos riscos de perda do valor da carteira em um dia. Para uma probabilidade de 10% (um dia, a cada dez, em média), a perda mínima é de R\$83,20 (essa perda pode ser maior); para 5% (um dia, a cada 20 dias), de R\$119,50; e para 1%, de R\$187,60. A perda máxima estará, para todos os efeitos práticos, limitada a R\$255,00 (média menos três desvios-padrão). Se esse risco calculado for excessivo, o gerente do fundo de investimentos (por hipótese, você!) poderia pensar em se desfazer das ações da companhia Madagáscar e optar por um investimento mais seguro (por exemplo, com igual taxa média de retorno diária, porém com menor risco ou volatilidade). Há sempre um *trade-off* entre risco e retorno no mercado.

**VaR de uma carteira composta por uma só ação.**

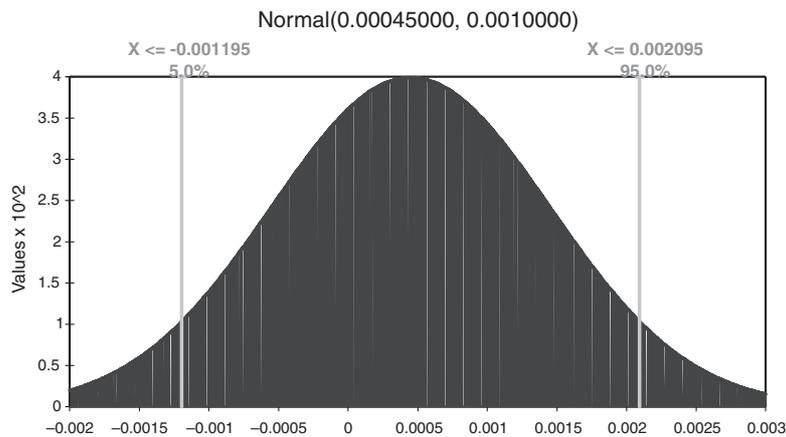
Valor da ação	R\$ 10.00	(em d0)
Número de ações	10,000	
Valor da Carteira	R\$ 100,000.00	(em d0)

**Taxa de Retorno Diária da Ação da Empresa Madagascar (Distr. Normal)**

Média	<b>0.045%</b> ou	0.00045 ao dia
Desvio-padrão	<b>0.100%</b> ou	0.00100 ao dia

Prob-value (PV) unicaudal Pr ( $\mu - X$ ) a	nível crítico de significância $\alpha$			
	0%	1%	5.00%	10%
Nível Crítico de Confiança (1- $\alpha$ )	100%	99%	95%	90%
Variável Normal $z_{\alpha}$	3.000	2.326	1.645	1.282
Desvio da média ( $z_{\alpha}\sigma$ ) Calculado	0.3000%	0.2326%	0.1645%	0.1282%
Taxa de Retorno Diária Extraída do gráfico	-0.255%	-0.1876%	-0.1195%	-0.0832%
Tx de Ret Diária Calculada $\mu - z_{\alpha}\sigma$	-0.255%	-0.1876%	-0.1195%	-0.0832%
Value at Risk $VaR_{\alpha}$	$VaR_{0\%}$	$VaR_{1\%}$	$VaR_{5\%}$	$VaR_{10\%}$
Módulo do $VaR_{\alpha}$ (perda mínima em d <sub>1</sub> )	R\$ 255.00	R\$ 187.60	R\$ 119.50	R\$ 83.20

Evento Aleatório                      0.0311%                      0.88447419



**Figura 4.30** Taxa de retorno diária da ação da empresa Madagascar

#### 4.6.4.3 VaR através de simulação de Monte Carlo

Com o *software* @Risk, da Palisade ([www.palisade.com](http://www.palisade.com)), chega-se aos seguintes resultados (Tabela 4.7), com uma simulação de Monte Carlo, 1.000 iterações, para um preço médio de R\$10,00, com taxa de juros conforme a Tabela 4.6.

**Tabela 4.6** Taxa de Retorno Diária da Ação da Empresa Madagascar (Distribuição Normal)

Taxa de Retorno Diária da Ação da Empresa Madagascar (Distr. Normal)			
Média	<b>0.045%</b>	ou	0.00045 ao dia
Desvio-padrão	<b>0.100%</b>	ou	0.00100 ao dia

**Tabela 4.7** Resultados da Simulação de Monte Carlo

Simulação de Monte Carlo (1000 iterações)				
Preço1000	Média	10.0045		
	Desvio	0.0100091		
Prob Value	P1000	DeltaP	VaR	VaR%
1%	9.98119	R\$ 0.02	\$ 188.13	0.1881%
5%	9.98802	R\$ 0.01	\$ 119.84	0.1198%
10%	9.99164	R\$ 0.01	\$ 83.58	0.0836%

Observe-se que tais resultados são bastante similares aos obtidos na Figura 4.30. Na Tabela 4.7, o tamanho da amostra é  $n = 1000$ . Já na Figura 4.30, é como se fosse  $n = \infty$ , isto é, usa-se a curva normal teórica ou curva de Gauss.

#### 4.6.4.4 VaR com taxas de juros contínuas

O documento técnico do J.P. Morgan/Reuters propõe o cálculo do *VaR* usando-se juros contínuos. Dada uma série de preços diários de fechamento das ações no mercado, tem-se:

$$P_j = P_{(j-1)} e^{it}$$

onde

$P_j$  = preço de fechamento da ação no dia  $j$

$P_{j-1}$  = preço de fechamento da ação no dia  $j - 1$  (véspera)

$e$  = base do logaritmo neperiano, número de Neper = 2,718281828

$i$  = taxa de retorno em juros contínuos da ação naquele intervalo de tempo de um dia

$t$  = intervalo de tempo (no caso,  $t = 1$  dia)

Transformando-se essa equação, vem:

$$i = \ln ( P_j / P_{j-1} )$$

e com esse conjunto de valores (estendendo-se o raciocínio para  $j = [1; n]$ ), dados numa planilha Excel, pode-se calcular estatísticas tais como média e desvio-padrão de  $i$ , ou seja, da taxa de retorno diária do preço das ações, dada em juros contínuos.

Caso a periodicidade de observação seja mensal, o mesmo raciocínio se aplica. Apenas tem-se de levar em conta uma correção da taxa média de retorno  $\mu$ ; e sua volatilidade,  $\sigma$ , conforme a periodicidade observada. A Figura 4.31 representa tal situação.

Do exposto, resulta:

$$\begin{aligned} V_0 - V_1 &= VaR \text{ e} \\ V_1 &= V_0 e^r \\ r &= \mu - z_\alpha \sigma \text{ (taxa de juros contínuos)} \end{aligned}$$

onde

$\mu$  = previsão para a média dos logaritmos neperianos das taxa de retorno contínuas diárias

$\sigma$  = previsão para o desvio-padrão dos logaritmos neperianos das taxas de retorno contínuas diárias;

Fica, então:

$$VaR = V_0 - V_0 e^r; VaR = V_0 (1 - e^r).$$

Aproveitando os resultados simulados através de Monte Carlo (Excel mais *software @Risk*), vêm os resultados da Tabela 4.8.

**Tabela 4.8** VaR Calculado pela Metodologia do J.P. Morgan/Reuters

$\alpha$	1%	5%	10%
$z_\alpha$	2.326	1.645	1.282
$r = \mu - \alpha\sigma$	-0.00186	-0.00118858	-0.000832
e	2.718282	0	0
$1 - e^{r(t)}$	0.001856	0.00118788	0.0008316
<b>VaR</b>	<b>\$ 185.58</b>	<b>\$ 118.79</b>	<b>\$ 83.16</b>

Observe-se, novamente, que tais resultados são bastante similares aos obtidos nas Figuras 4.30 e 4.31.

#### 4.6.4.5 VaR – modelos paramétricos

Como se pode verificar nas referências a respeito (Silva Neto, p. 239), uma carteira de investimentos composta com dois ativos tem a seguinte expressão para seu *VaR*:

$$VaR_p = ( VaR_A^2 + VaR_B^2 + 2 VaR_A VaR_B \tilde{\rho}_{AB} )^{1/2}$$

onde

$VaR_p$  = *value at risk* da carteira (portfólio)

$VaR_A$  = *value at risk* do primeiro ativo da carteira (A)

$VaR_B$  = *value at risk* do segundo ativo da carteira (B)

$\tilde{\rho}_{AB}$  = correlação entre as taxas de retorno dos ativos A e B da carteira

O expoente  $1/2$  indica a raiz quadrada .

Observe a analogia com a fórmula do desvio-padrão da carteira com dois ativos.

#### 4.6.4.6 VaR para carteira com múltiplos (N) ativos

A planilha Excel opera facilmente com matrizes. Então, para facilitar, a taxa de retorno do portfólio,  $R_p$ , pode ser escrita na forma matricial:

$$R_p = [w_1 w_2 w_3 \dots w_N] | R_2 | = w \cdot R$$

onde os pesos  $w_{i,t}$  foram estabelecidos no início do período e somam 1,0 (100%);  $w'$  representa o vetor (ou matriz unidimensional) transposto dos pesos, sendo  $R$  o vetor vertical que contém as taxas de retorno individuais dos ativos.

O retorno esperado da carteira é:

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i$$

A variância da carteira é:

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j<i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

Essa soma envolve, além dos riscos dos ativos, os dos produtos cruzados, que totalizam  $N(N-1)/2$ , covariâncias distintas. Conforme aumenta o número de ativos, fica difícil lidar com todos os termos, sendo mais fácil partir para a abordagem matricial.

$$\sigma_p^2 = [w_1 \dots w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \dots & & \dots \\ & & & \\ \sigma_{n1} & \dots & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Considerando o somatório  $[\Sigma]$  como a matriz de covariância, temos:

$$s_p^2 = w' [\Sigma] w$$

Com distribuição normal, a medida de  $\text{VaR}_\alpha$  é  $z_\alpha \sigma_p$  vezes o investimento inicial. Convém lembrar que

$$\rho_{AB} = \text{Cov}_{AB} / (\sigma_A \sigma_B)$$

isto é, a correlação nada mais é do que a covariância padronizada. Em vez de utilizarmos a matriz de covariância, podemos operar com a matriz de correlação:

$$\text{Cov}_{AB} = \rho_{AB} (\sigma_A \sigma_B).$$

#### 4.6.4.7 Exemplo prático de carteira de VaR para carteira com três ativos

As figuras e tabelas seguintes foram extraídas de uma planilha Excel.

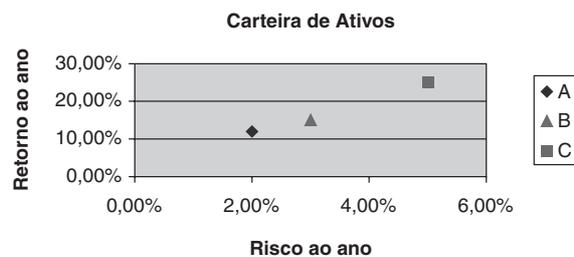
Sejam os ativos abaixo, com os níveis de retorno e risco especificados e suas correlações.

Ativos ou ações	Taxa de retorno ao ano	Volatilidade ou desvio-padrão	Matriz de correlação			
			Ativo	A	B	C
A	12,00%	2,00%	A	1,0	0,3	-0,3
B	15,00%	3,00%	B	0,3	1,0	0,0
C	25,00%	5,00%	C	-0,3	0,0	1,0

A composição inicial da carteira é:

A	30%
B	35%
C	35%

Para um volume de recursos total disponível para investir de Capital de R\$ 10.000.000,00



**Figura 4.32**

Fazendo-se as contas acima especificadas, obtém-se os seguintes resultados:

Retorno Esperado	17,600%
Risco (DP)	2,067%
Vat@ 10%	R\$265.005,25

Pode-se pensar em variar a composição da carteira, alterando os pesos dos investimentos nos ativos A, B e C, para uma otimização empírica da carteira, isto é, sem um algoritmo otimizador. Os pesos de investimento em A e B são variados, o de C é o complemento, ou seja:  $A\% + B\% + C\% = 100\%$ . A Figura 4.33 mostra isso. As curvas coloridas são carteiras resultantes de combinações dos ativos; a curva em verde é a carteira sugerida para otimizar o *trade-off* risco-retorno.

Caso o  $\alpha$  (nível crítico de significância) varie, variará também o VaR. A Figura 4.34 exemplifica isso, para três níveis: 1%, 10% e 16%. Quanto menor for  $\alpha$ , maior será o valor do VaR.

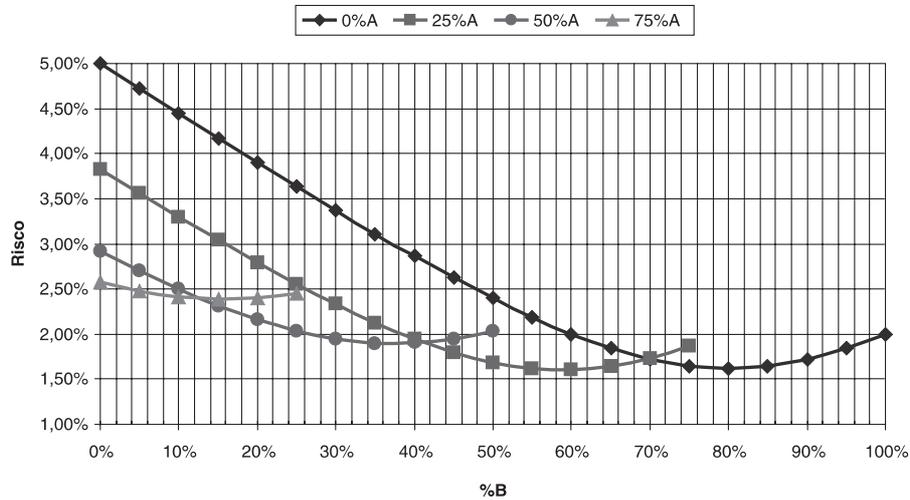


Figura 4.33

#### 4.7 TAXAS DE JUROS: PRÁTICAS DA INDÚSTRIA

Alguns autores agregam um fator de penalização à taxa de juros, ligado ao risco, como segue:

$$(1+i) = (1+i_{RF}) \times (1+\text{prêmio})$$

onde

$i$  = taxa de desconto

$i_{RF}$  = taxa livre de risco (*risk-free*)

prêmio = prêmio de risco em função de país, setor, negócio etc.

Uma vez, no entanto, que esse fator de penalização é agregado à taxa de desconto e esta, por seu turno, vai multiplicar os valores futuros para descontá-los ao valor presente, por um fator  $= (1+i)^{-j}$ , onde  $j$  é o período de tempo considerado, então é como se o risco crescesse com o tempo, o que nem sempre é verdade, dependendo do projeto de investimento. Por exemplo, num projeto de pesquisa (de exploração mineral), o risco diminui em cada fase. Em projetos florestais e de usinas hidrelétricas, o início traz mais riscos e incertezas do que a fase mais adiantada, de operação e produção. Portanto, tal prática leva a uma postura excessivamente conservadora na análise de projetos de investimento.

A Figura 4.35 mostra um exemplo disso (mencionado por Lawrence Devon Smith no *paper* Discounted Cash Flow Evaluation for Mineral Projects, janeiro de 2004; ver também Smith, Lawrence [2002, p. 105]). Segundo ele, as empresas de mineração tendem a usar uma taxa de desconto em termos reais, em dólares norte-americanos, considerando 100% de capital próprio, após impostos, sem *country risk*, entre 9% e 11% ao ano, para avaliações de fluxo de caixa de projetos na fase de estudo de viabilidade técnico-econômica (EVTE). Para metais básicos, essa taxa de desconto aumenta um pouco; para ouro, diminui um pouco. A taxa de desconto aumenta para fases preliminares e diminui para minas já em operação.

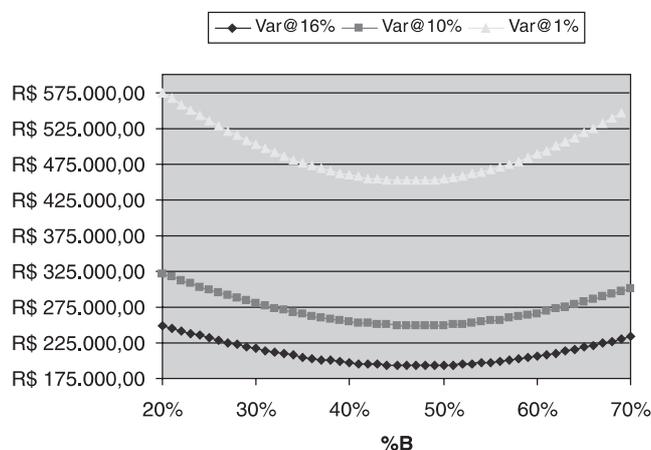


Figura 4.35 Taxa de desconto versus estágio de um projeto

#### 4.7.1 Taxa de desconto apropriada para um projeto

Taxas de desconto são freqüentemente baseadas arbitrariamente na política da empresa, no que foi feito da vez passada, nas taxas que estão sendo praticadas para oportunidades similares ou, ainda, na teoria das finanças (que tende a focalizar a avaliação de empresas, em vez de projetos de investimento). Infelizmente, muita da literatura sobre fluxo de caixa descontado não aborda especificamente a seleção de taxas de desconto para projetos minerais. Apesar disso, deve ser possível determinar uma taxa de desconto apropriada para um projeto individual, com base nas expectativas da indústria mineral em relação aos retornos do projeto, aos fatores de risco associados a projetos minerais, em geral, e aos riscos relacionados àquele projeto específico. Um raciocínio análogo seria aplicável a outros setores da Economia, vale dizer, para outras indústrias.

A taxa de desconto deve refletir os riscos associados com o projeto com base em seu estágio de desenvolvimento; sua tecnologia e sua localização geográfica (*country risk*). Entretanto, os riscos de um projeto não podem todos ser levados em conta pela taxa de desconto. A Tabela 4.9 sugere quais riscos são abordados melhor pelos custos ou valores no fluxo de caixa e quais são abordados melhor pela taxa de desconto.

Tabela 4.9 Tratamento do Risco em um Fluxo de Caixa

Fluxo de Caixa	Taxa de Desconto
Reservas e produção	Valor do dinheiro no tempo
Cronogramas e atrasos	Estágio de desenvolvimento do projeto
Investimento de capital e custos operacionais	<i>Country risk</i>
Risco tecnológico	
Impostos e <i>royalties</i>	
Aspectos ambientais e sociais	
Taxa cambial	

#### 4.7.2 Taxas de desconto do projeto versus da companhia

A teoria de administração convencional sugere que seja usada como taxa de desconto o custo médio ponderado de capital (WACC – *Weighted Average Cost of Capital*) ou o modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), para investimentos com 100% de capital próprio. Mas isso sugere que o projeto sob consideração tem o mesmo perfil de risco que toda a companhia, o que raramente é verdade. As empresas são mais pesadamente avaliadas por suas operações correntes, as quais são menos arriscadas que novos projetos. Se a nova empreitada está localizada numa região geográfica diferente da do resto da empresa, isso também deve ser levado em conta, na seleção da taxa de desconto apropriada. A Tabela 4.10 mostra um possível cálculo para moldar o resultado do CAPM (para uma avaliação com 100% de capital próprio) a uma taxa de desconto ajustada ao risco, para um projeto específico.

**Tabela 4.10** Usando o CAPM para Desenvolver uma Taxa de Desconto Específica para um Projeto de Investimento Mineral

Componente	Taxa (ao ano)
Taxa de juros livre de risco de longo prazo	6,6%
Prêmio de risco do mercado(5%) multiplicado pelo beta da corporação (1,1)	5,5%
CAPM da corporação (custo do capital próprio – nominal)	12,15
Ajuste para nível de conhecimento do estágio de viabilidade econômica	2,5%
<i>Country risk</i> ( uma fonte: Standard & Poors, sovereign risk rating services )	1,0%
Taxa de desconto específica para o projeto (nominal)	15,6%

Apenas como referência, para ilustrar os procedimentos anteriores, pode-se citar uma estimativa para a taxa de desconto levando em conta os cálculos descritos, resultando nos dados expostos nas tabelas seguintes, colocando-se do ponto de vista de uma empresa de mineração sediada nos Estados Unidos. A Tabela 4.11 detalha os componentes; a Tabela 4.12 dá o total atingido de taxas de desconto para os tipos de projetos e seus respectivos estágios de desenvolvimento, com níveis de risco.

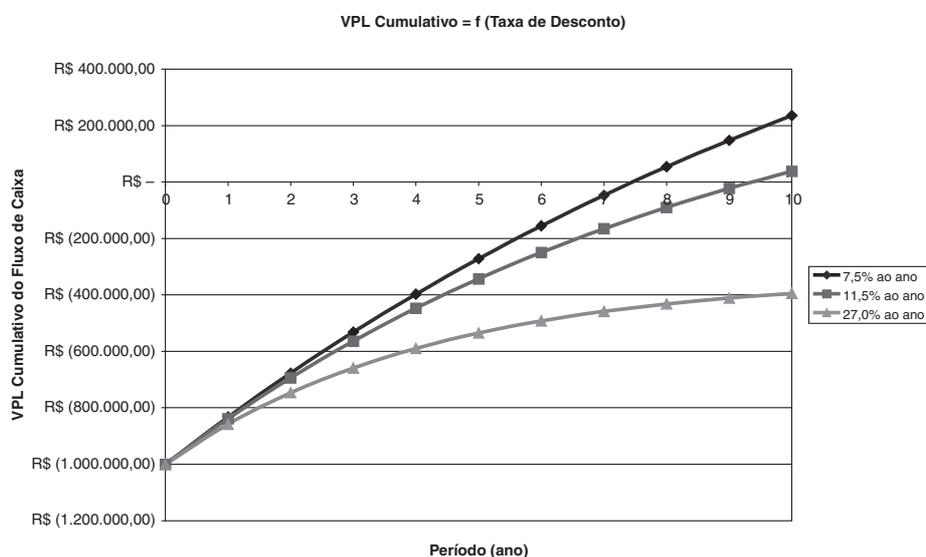
**Tabela 4.11** Componentes dos Níveis de Risco e Taxas de Desconto

Componente do risco	Baixo risco	Médio risco	Alto risco
Taxa de juros livre de risco de longo prazo	2,5%	2,5%	2,5%
Risco do projeto mineral	5,0%	7,5%	12,5%
<i>Country risk</i>	0,0%	1,5%	12,0%
Taxa de desconto específica do projeto mineral	7,5%	11,5%	27,0%

**Tabela 4.12** Tipo de Projeto e seu Estágio de Desenvolvimento, Taxas e Risco

Tipo de projeto ou operação (para 100% de capital próprio em termos reais, em dólares norte-americanos)	Taxa anual de desconto	Nível de risco
Mina em operação em Nevada ou Quebec	7,5%	Baixo
Estudo de viabilidade no Chile	11,5%	Médio
Pré-viabilidade na África Subsaariana	27,0%	Alto

Para ter uma idéia do impacto, em termos de valor presente líquido, considere-se um fluxo de caixa líquido pontual descontado às três taxas acima calculadas. Seja um investimento de US\$1 milhão e retornos ou fluxos de caixa líquidos anuais (após impostos) de US\$180.000,00, durante 10 anos. A Figura 4.36 ilustra a diferença em termos de valor presente líquido (VPL) descontado às três taxas. O VPL correspondente, no gráfico, é o somatório de todos os fluxos de caixa anuais (períodos 0 a 10), descontados para o instante zero (início do ano 1) em função da taxa de desconto  $i$  e acumulados de 0 até o final do ano 10. Mostra um valor bem positivo para a taxa de 7,5% ao ano, um VPL levemente positivo para 11,5% ao ano, sendo a taxa interna de retorno (TIR) ou rentabilidade do investimento de 12,41% ao ano e um valor bem negativo para a taxa de 27% ao ano.



**Figura 4.36** VPL cumulativo em função das diversas taxas de desconto.

Observe-se que o mesmo tipo de gráfico levaria a um resultado nulo, para um VPL descontado exatamente pela TIR (12,41% ao ano). Isso equivale a dizer que os projetos (com mesmo fluxo de caixa líquido) descontados às taxas de 7,5% e 11,5% ao ano mostram-se viáveis economicamente; já o descontado à taxa de 27% mostra-se inviável –  $VPL(27\%) < 0$  ou taxa mínima de atratividade =  $27\% > TIR = 12,41\%$  ao ano.

#### 4.8 REFERÊNCIAS

- Morano C.A.R. Apostila de curso Prominp na UFAM, Manaus: Engenheiro de campo – construção e montagem, módulo II – gerenciamento de projetos aplicado à construção e montagem. Gerenciamento de riscos. UFF, 2008.
- Klinke, A. and Renn, O. Challenges of risk evaluation, risk classification, and risk management *Prometheus Unbound*, n.º 153/November 1999, working paper.
- ISBN 3-932013-95-6, ISSN 0945-9553, Akademie für Technikfolgenabschätzung in Baden-Württemberg, Stuttgart, Germany.
- Motta e Calóba. *Análise de Investimentos*, São Paulo: Editora Atlas, 2002

- Bernstein, P.L. *Desafio aos deuses – a fascinante história do risco*. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- Clemen, R. T., *Making Hard Decisions*, Belmont, California: Duxbury Press, 1996.
- Murtha, J., *Decisions involving uncertainty – an @Risk tutorial for the petroleum industry*, 1995.
- Murtha, J. *Risk analysis as applied to petroleum investments*, IHRDC, 1996.
- Nepomuceno Filho, F. *Tomada de decisão em projetos de risco na exploração de petróleo*. Tese de Doutorado, Unicamp, 1997.
- Neves, C. *Análise de investimentos*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.
- Raiffa, H. *Decision analysis*. New York: Random House, 1968.
- Silva Neto, L. A. *Derivativos*. São Paulo: Editora Atlas, 2002. <http://www.group30.org/> (acesso em julho de 2008)
- Devon Smith, L. *Discounted cash flow evaluation for mineral projects*, janeiro de 2004 (unpublished notes).
- Devon Smith, L. *Discounted cash flow analysis – methodology and discount rates*. June 2002, CIM Bulletin, Vol. 95, n.º 1062, pp. 101-108.