



As constantes dos equilíbrios envolvidos são:

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \quad (3) \quad K_w = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] \quad (4)$$

Balanco de cargas

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{A}^-] + [\text{OH}^-] \quad (5)$$

Balanco de massas

$$(6) \quad C_a = [\text{HA}] + [\text{A}^-] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{A soma de todas as} \\ \text{espécies em solução, originadas} \\ \text{do HA, devem ser iguais a } C_a \end{array} \right.$$

Isolando $[\text{A}^-]$ em (5)

$$[\text{A}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \quad (7)$$

e substituindo em (6)

$$C_a = [\text{HA}] + [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] \quad (8)$$

Isolando $[\text{HA}]$ em (8)

$$[\text{HA}] = C_a - ([\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-]) \quad (9)$$

Substituindo (7) e (9) em (3):

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]([\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-])}{C_a - ([\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-])}$$

Considerando que $[\text{OH}^-] = \frac{K_w}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] \left([\text{H}_3\text{O}^+] - \frac{K_w}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \right)}{C_a - \left([\text{H}_3\text{O}^+] - \frac{K_w}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \right)} \quad (10)$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+] \left(\frac{[H_3O^+]^2 - K_w}{[H_3O^+]} \right)}{C_a - \left(\frac{[H_3O^+]^2 - K_w}{[H_3O^+]} \right)}$$

$$[H_3O^+]^2 - K_w = K_a \left(C_a - \left(\frac{[H_3O^+]^2 - K_w}{[H_3O^+]} \right) \right)$$

$$[H_3O^+]^2 - K_w = K_a \left(\frac{C_a [H_3O^+] - [H_3O^+]^2 + K_w}{[H_3O^+]} \right)$$

$$[H_3O^+]^3 - K_w [H_3O^+] = K_a C_a [H_3O^+] - K_a [H_3O^+]^2 + K_a K_w$$

$$[H_3O^+]^3 + K_a [H_3O^+]^2 - K_w [H_3O^+] - K_a C_a [H_3O^+] - K_a K_w = 0$$

$$\boxed{[H_3O^+]^3 - K_a [H_3O^+]^2 - (K_w + K_a C_a) [H_3O^+] - K_a K_w = 0} \quad (11)$$

Adotando como 5% o limite superior para excluir $[OH^-]$ quando comparado com $[H_3O^+]$, isto é, se $K_w/[H_3O^+] < 5\%$ de $[H_3O^+]$, a expressão $\left(\frac{[H_3O^+]^2 - K_w}{[H_3O^+]} \right)$, no numerador e no denominador reduz-se a $[H_3O^+]$

$$K_a = \frac{[H_3O^+] [H_3O^+]}{C_a - [H_3O^+]} \quad (12)$$

$$\boxed{[H_3O^+]^2 + K_a [H_3O^+] - K_a C_a = 0} \quad (13)$$

Se $[H_3O^+] < 5\%$ de C_a

$$K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C_a} \quad (14)$$

$$[H_3O^+]^2 = K_a C_a$$

$$\boxed{[H_3O^+] = \sqrt{K_a C_a}} \quad (15)$$

Desenvolve a expressão para uma base fraca!