

---

**OTIMIZAÇÃO BASEADA NO  
PARADIGMA DE ENXAMES DE  
PARTÍCULAS  
(PARTICLE SWARM  
OPTIMIZATION)**

---

---

# Conteúdo

- Introdução
    - Objetivos
  - Particle Swarm Optimization (PSO)
    - Mono-objetivo
  - Resultados
    - Mono-objetivo
  - Conclusões
-

---

# Introdução

## Algoritmos Estocásticos

- ❑ Utilizam o conceito de “*busca aleatoriamente guiada*”
  - ❑ A cada rodada do algoritmo obtém-se, em princípio, uma Solução Ótima distinta. Em princípio elas devem ser “próximas”.
  - ❑ Vantagens:
    - Não dependem de cálculo de derivadas.
    - A função objetivo e restrições são vistas como caixas pretas.
  - ❑ Desvantagem Principal
    - O número de iterações é elevado, em geral.
  - ❑ Podem ser baseados em tanto em Populações (Algoritmo Genético), como utilizar de um único “indivíduo”(Simulated Anneling).
-

---

# Introdução

- **Equipamentos eletromagnéticos**

- Otimização pode envolver, por exemplo:
  - Maximizar eficiência
  - Minimizar massa
- Modelagem
  - Analítica
  - Método dos Elementos Finitos

- **Objetivo**

- Apresentar Otimização baseada em Enxames de Partículas no projeto de equipamentos eletromagnéticos
-

---

# Particle Swarm Optimization – PSO

- Algoritmo evolutivo baseado no movimento de pássaros.
  - O método de otimização baseado em algoritmo que mimetiza o vôo de pássaros proposto em 1995 por Kennedy e Eberhart.
- Nomenclatura:
  - **Partículas:** possíveis soluções
  - **Enxame:** Conjunto de todas as partículas/soluções
  - **Posição:** coordenada da partícula no espaço das variáveis

$$x_i = [x_1, \dots, x_n]$$

$$x_i \in R^n$$

---

---

# Particle Swarm Optimization – PSO

## Terminologia

- Partícula
    - Posição  $\vec{x}_i(t)$
    - Velocidade  $\vec{v}_i(t)$
    - Aptidão  $f(x_i)$
    - Melhor aptidão  $f(x_{pbest})$
    - Melhor posição  $x_{pbest}$
  - Enxame
    - Melhor aptidão  $f(x_{gbest})$
    - Melhor posição  $x_{gbest}$
-

---

# Particle Swarm Optimization – PSO

- Método de busca
  - Posição atualizada a cada iteração pela velocidade, segundo:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t) \times 1$$

- Atualização da velocidade é função:
    - velocidade anterior  $v_i(t-1)$
    - melhor posição da própria partícula  $x_{pbest}$
    - melhor posição da vizinhança  $x_{gbest}$  OU  $x_{lider}$
-

---

# Particle Swarm Optimization – PSO

- Equação da velocidade

$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

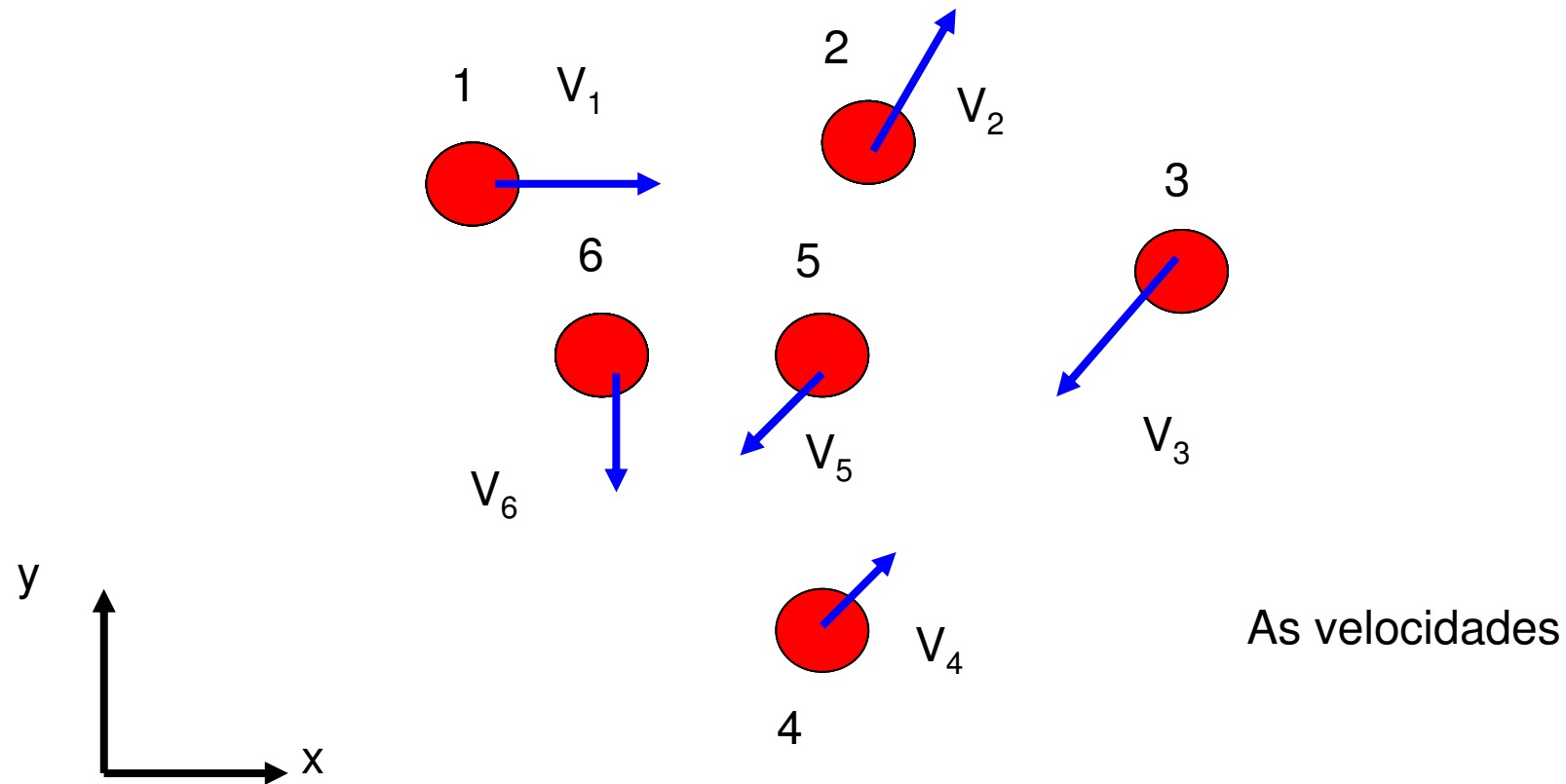
- Sendo:

- Inércia ou Momento de Inércia  $w_i$
  - Fator de aprendizado cognitivo  $c_1$
  - Fator de aprendizado social  $c_2$
  - Variáveis estocásticas, distribuídas uniforme em  $[0,1]$   $r_1, r_2$
-

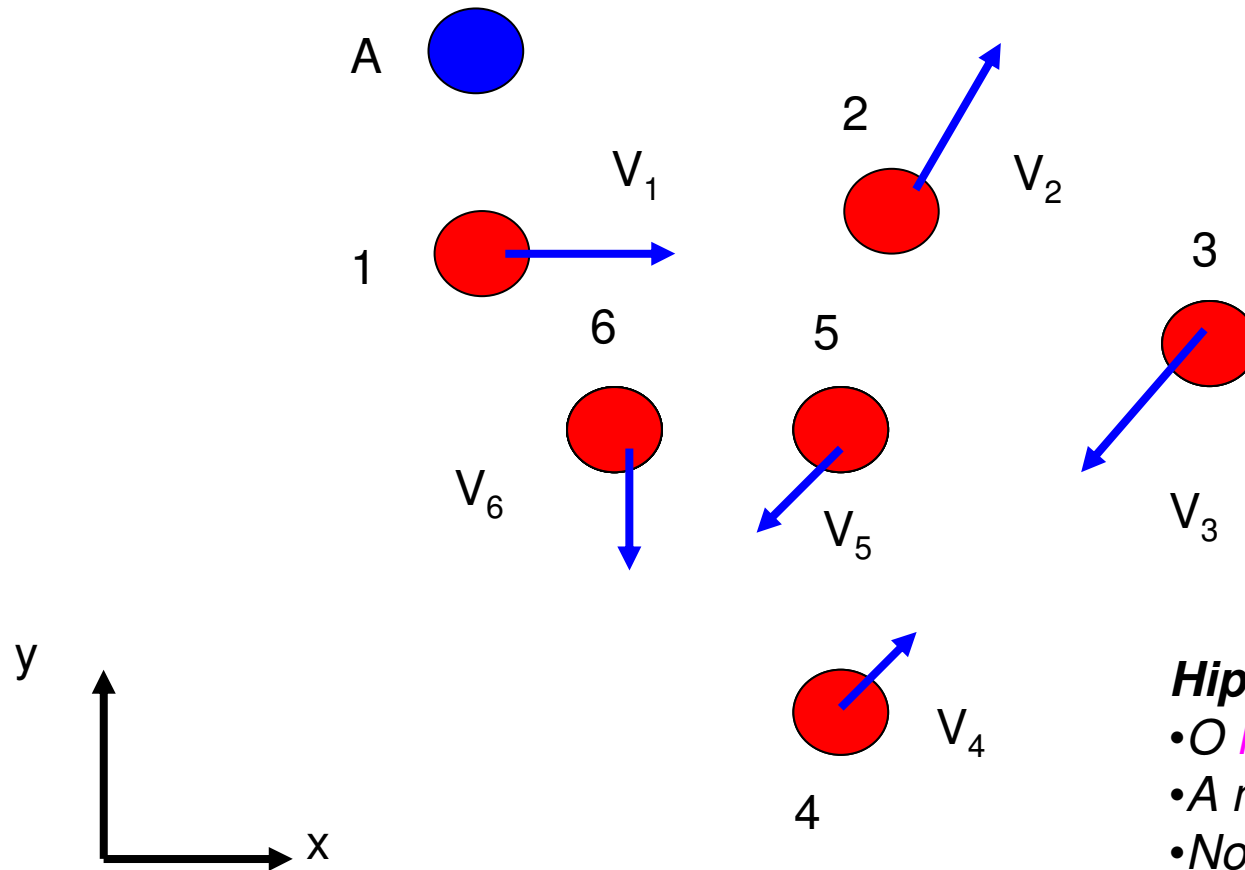


# “Geometria” do Particle Swarm Optimization – PSO

Um enxame simplificado



# “Geometria” do Particle Swarm Optimization – PSO

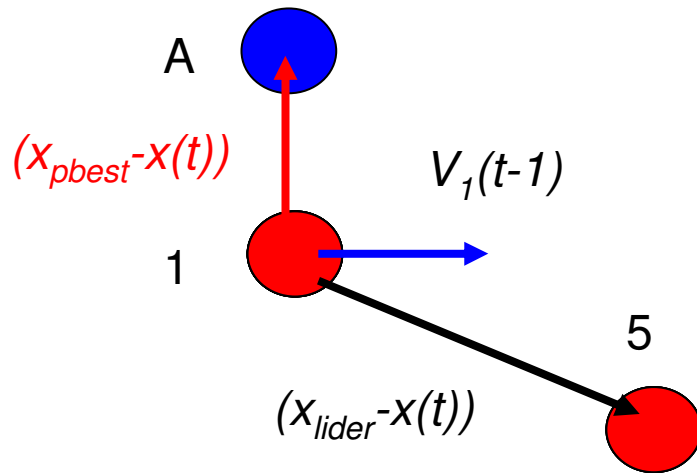


## Hipóteses:

- O *lider* é 5
- A melhor posição de 1 foi A
- Nova Velocidade de 1 = ?
- Nova Posição de 1 = ?

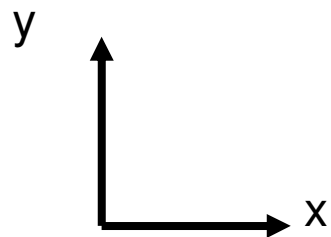
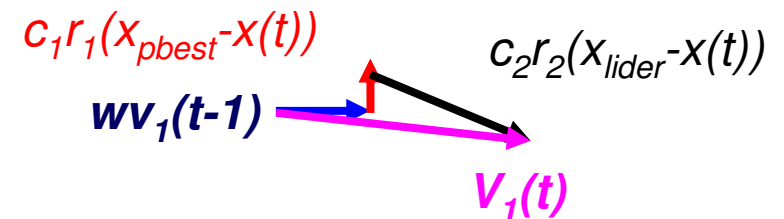
# Particle Swarm Optimization – PSO

## Geometricamente



Hipóteses:

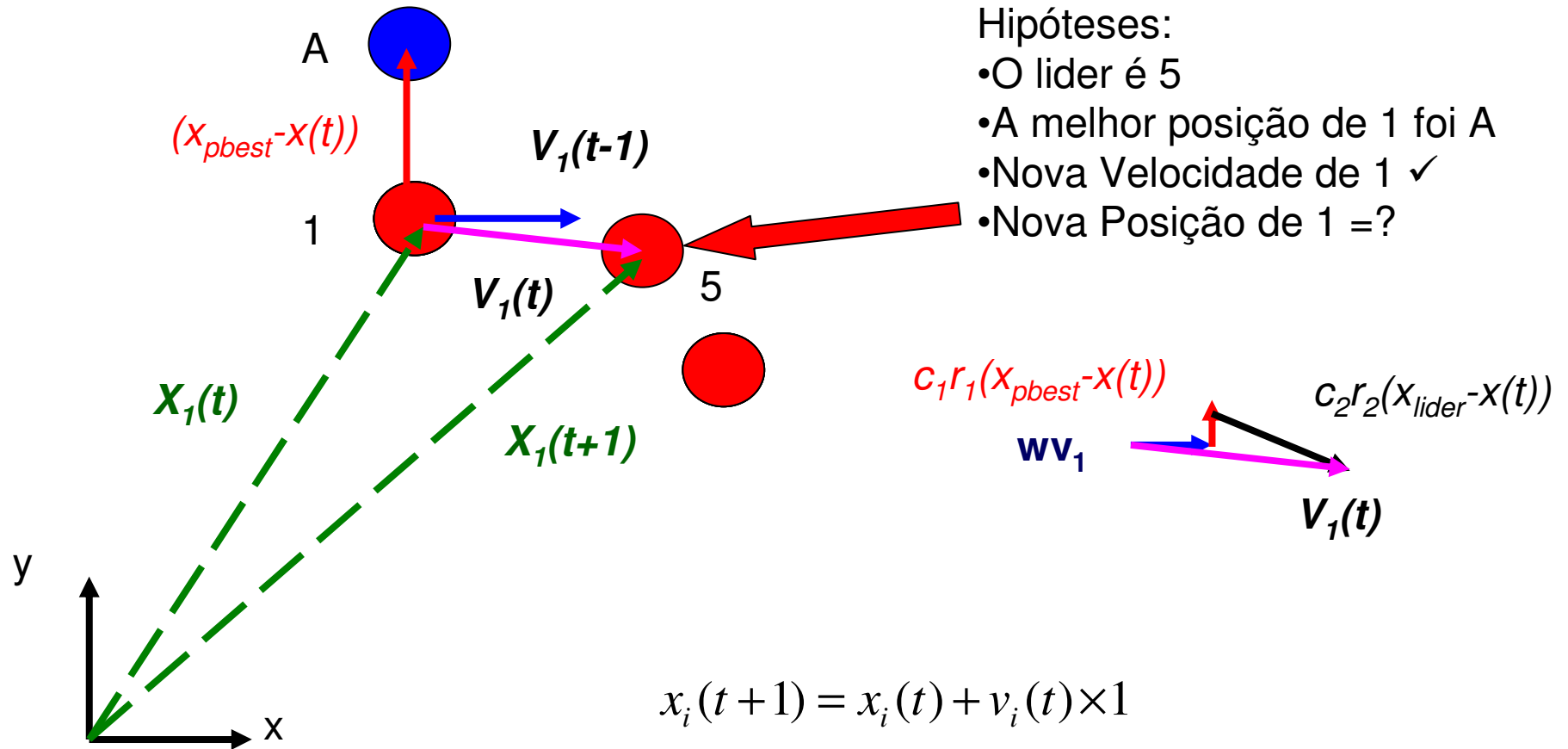
- O líder é 5
- A melhor posição de 1 foi A
- Nova Velocidade de 1 = ?



$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

# Particle Swarm Optimization – PSO

## Geometricamente



# Particle Swarm Optimization – PSO

- Alguns cuidados com relação à velocidade:

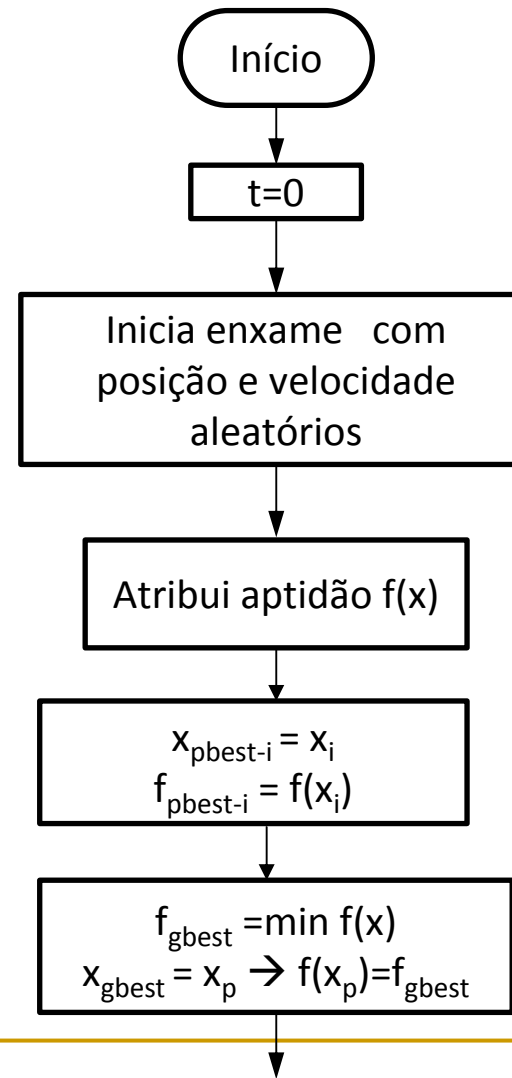
$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)$$

- Se  $v(t) \uparrow$ , a partícula pode “sair” do domínio  $x_{min} \leq x(t) \leq x_{max}$
- Devem existir:
  - Velocidade Máxima e/ou
  - “Regra de Retorno”, caso  $x(t) \leq x_{min}$  ou  $x(t) \geq x_{max}$ 
    - Tipicamente:
      - Reflexão
      - $x(t) = x_{min}$  ou  $x(t) = x_{max}$

# PSO – Algoritmo de Otimização

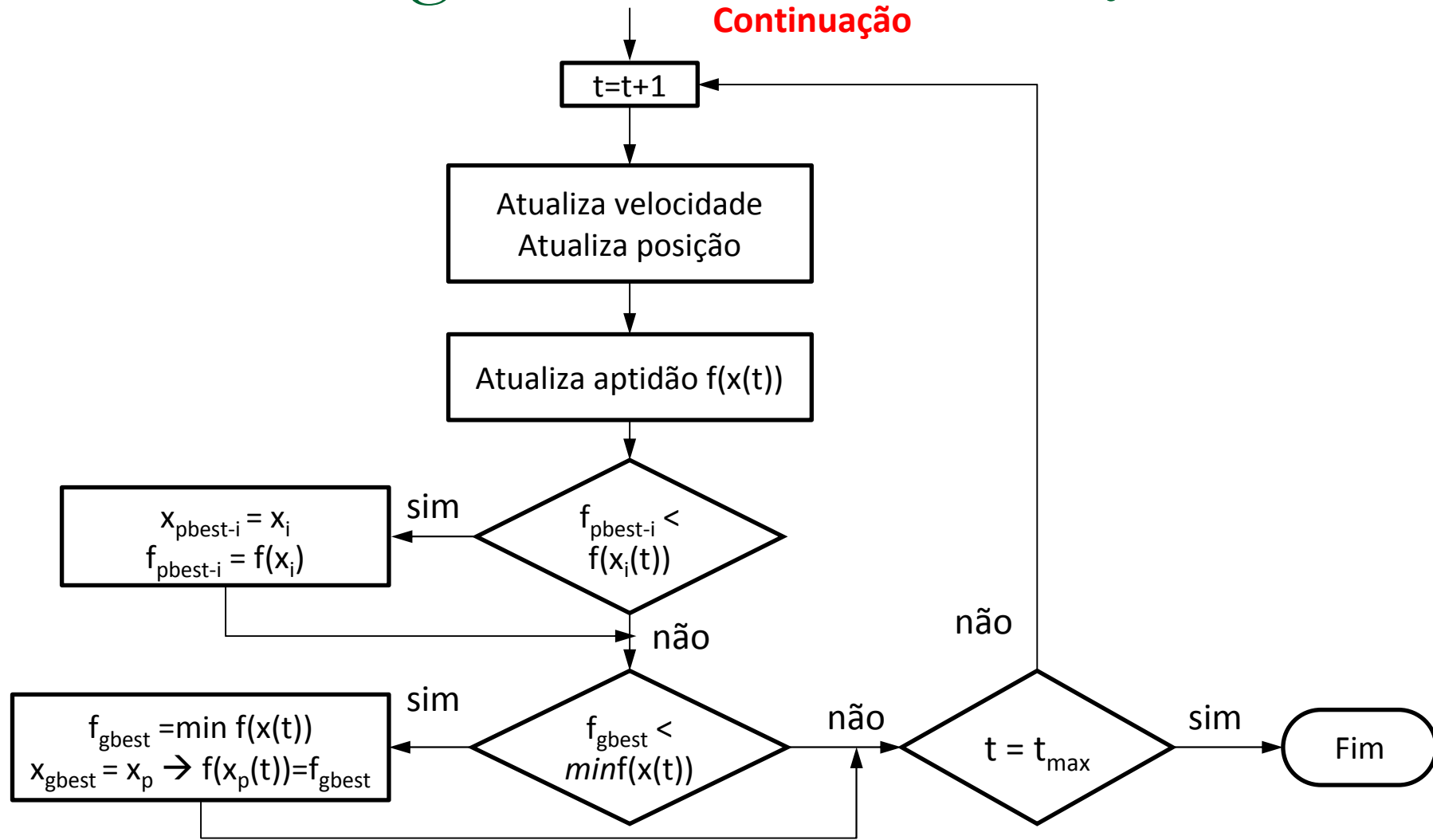
- Algoritmo para otimização mono-objetivo.



**Continua**

# PSO – Algoritmo de Otimização

Continuação



---

# Resultados

- Os resultados obtidos são apresentados na forma:
    - Ajuste de parâmetros do PSO em funções analíticas
    - Projeto de dispositivo eletromagnético
      - Projeto de um motor de corrente contínua sem escovas proposto por Brisset e Brochet
-



# Resultados – Ajustes de parâmetros

- **Rastrigin**

$$f(x) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

$$x_i \in [-5, 12; 5, 12]$$

– Mínimo global

$$x = (0, \dots, 0)$$

$$f(x) = 0$$

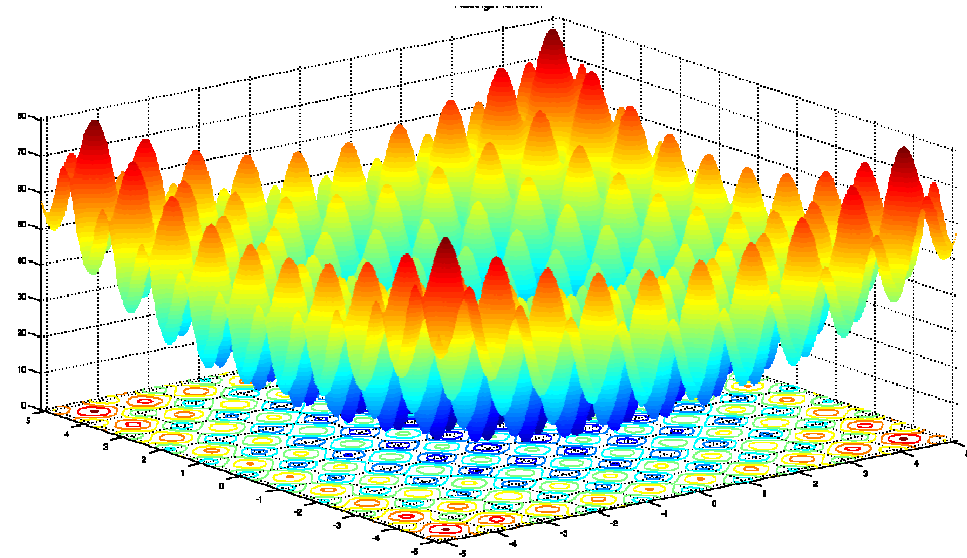


Fig.6 – Função de Rastrigin para o caso n=2

# Resultados – Ajustes de parâmetros

- **Rosenbrock**

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [(1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2]$$

$$x_i \in [-\infty, +\infty]$$

– Intervalo utilizado

$$x_i \in [-6, 6]$$

– Mínimo global

$$x = (1, \dots, 1)$$

$$f(x) = 0$$

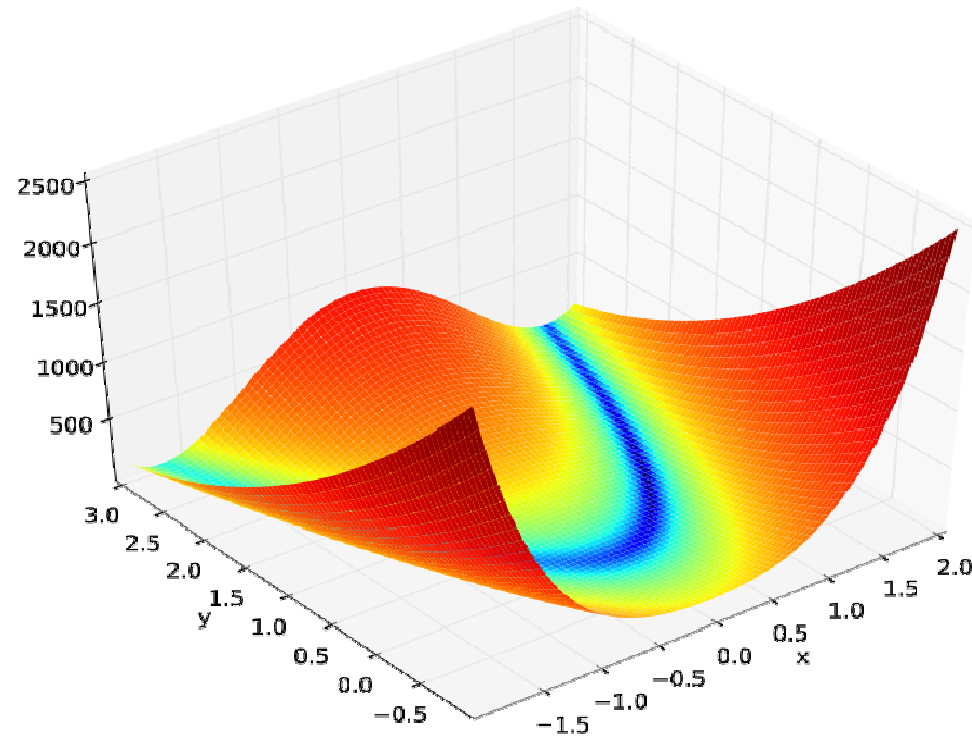


Fig.7 – Função de Rosenbrock para o caso n=2

# Resultados – Ajustes de parâmetros

- Configuração do PSO
  - Topologia
    - Totalmente conectada
  - Número de partículas
    - 20
  - Número máximo de iterações
    - 3000
  - Critério de parada
    - $f_{gbest} \leq f_{ótimo}$
    - 3000 iterações
  - Inércia adotada decrescente com iterações

- Intervalo de variação

$$w_{\max} \in [0,5 \quad 1,4]$$

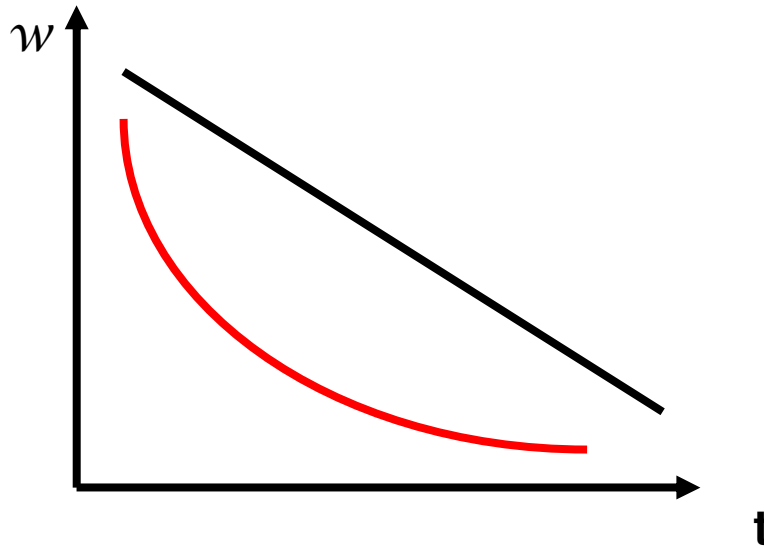
$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = c \in [0,5;2,1]$$

- 50 tentativas para cada valor

$$w(t) = w_{\max} - \left( \frac{w_{\max} - w_{\min}}{3000} \right) t$$

# A variação da Inércia com a Iteração



**A tendência de  $w$  é diminuir com o aumento de  $t$**

# Resultados – Ajustes de parâmetros

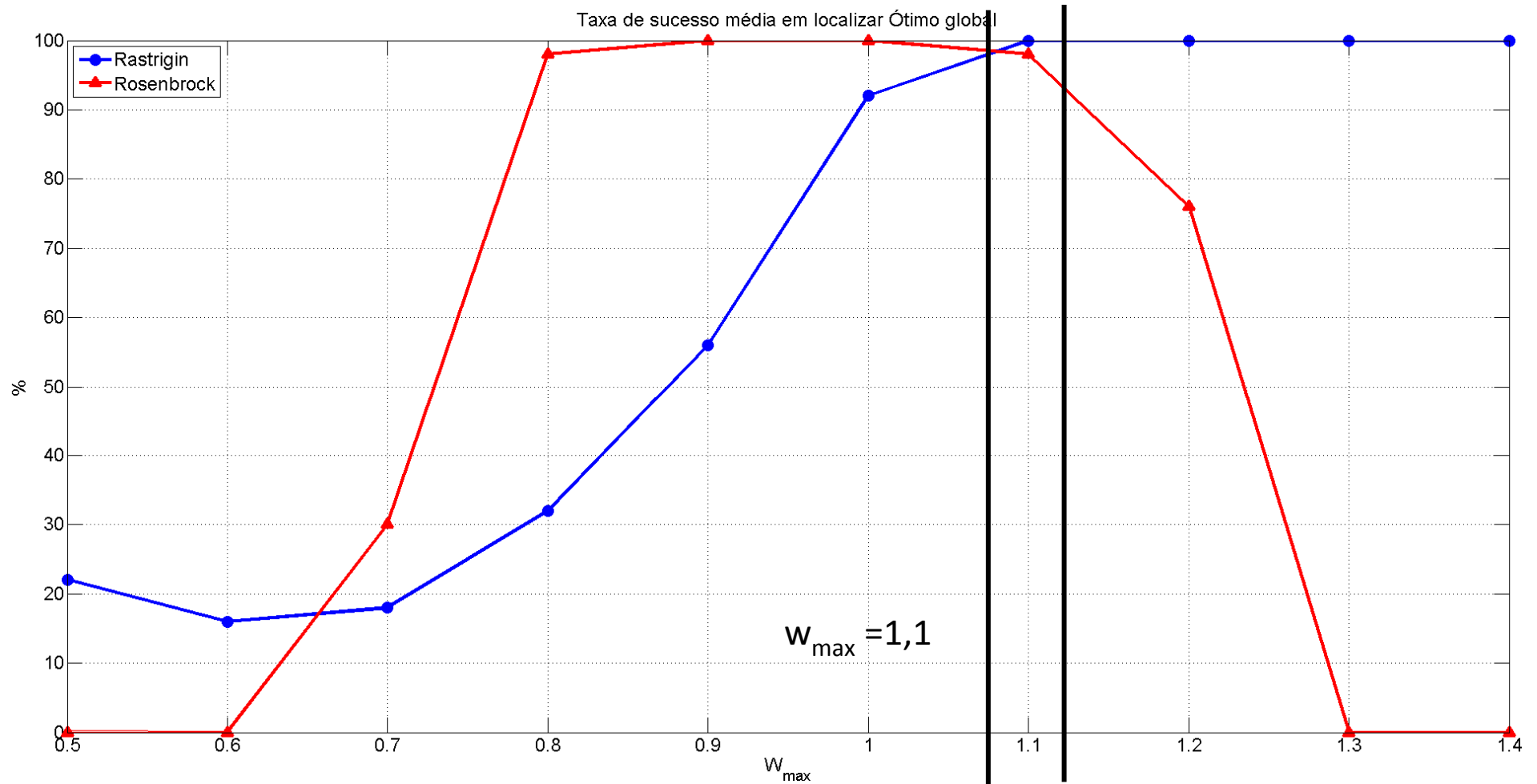


Fig. 7 – Taxa de sucesso para  $c_1=c_2=1,4$  com  $w_{\max}$  variando de 0,5 a 1,4

# Resultados – Ajustes de parâmetros

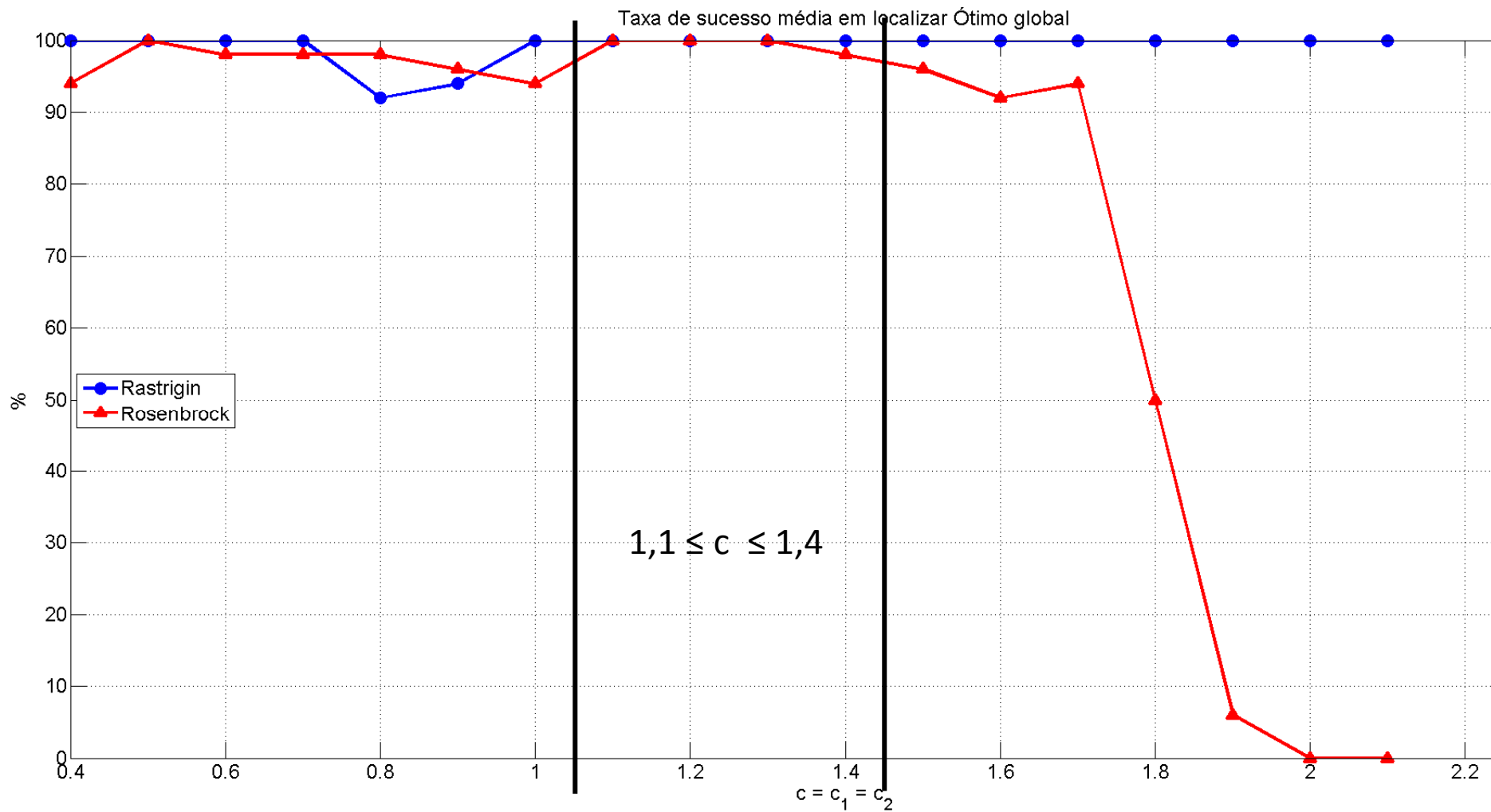


Fig. 8 – Taxa de sucesso para  $w_{\max}=1,1$  com  $c=c_1=c_2$  variando de 0,4 a 2,1

# Resultados – Ajustes de parâmetros

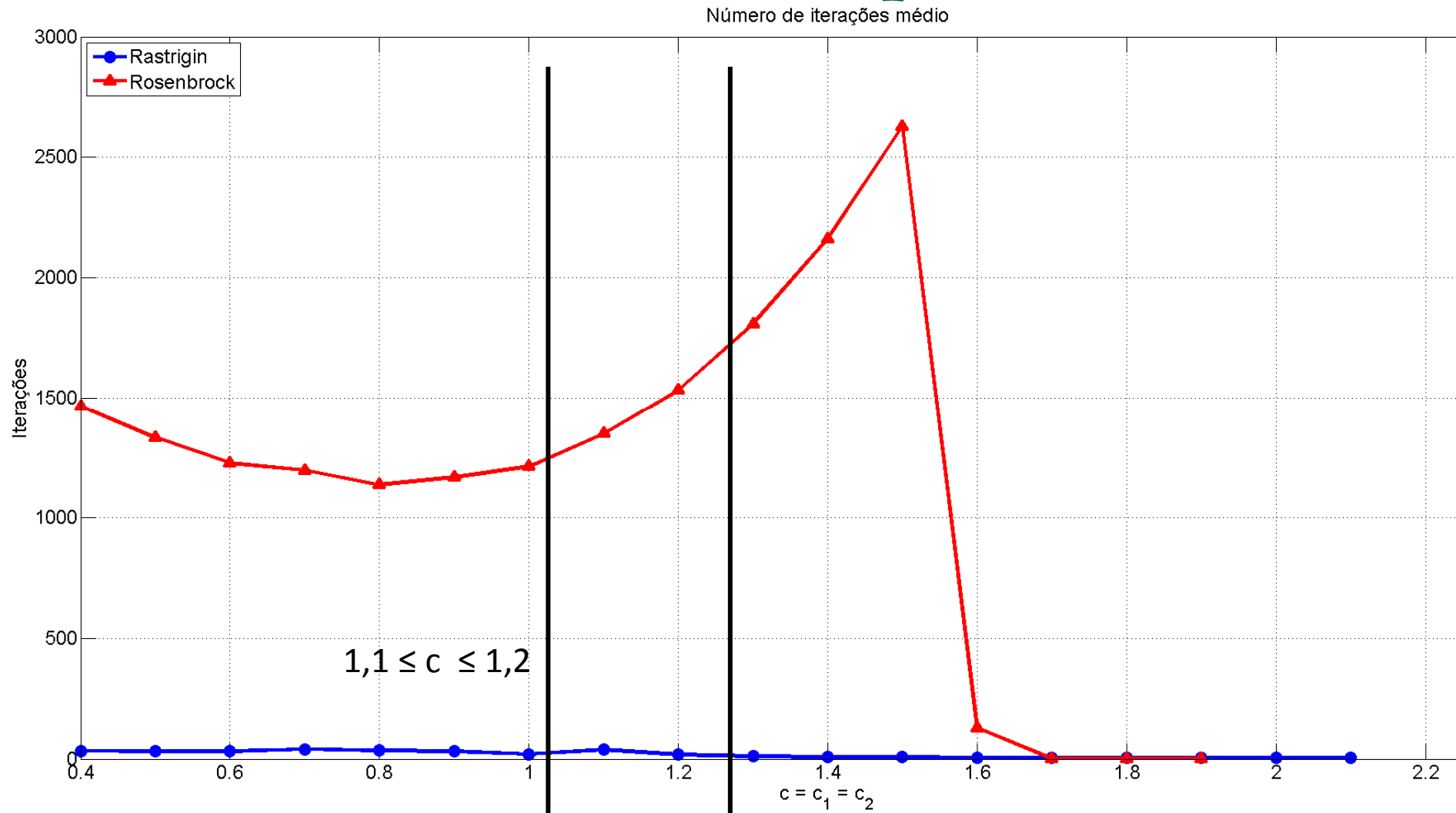


Fig. 9 – Iterações com  $w_{\max}=1,1$  e  $c=c_1=c_2$  variando de 0,4 a 2,1

# Resultados – Ajustes de parâmetros

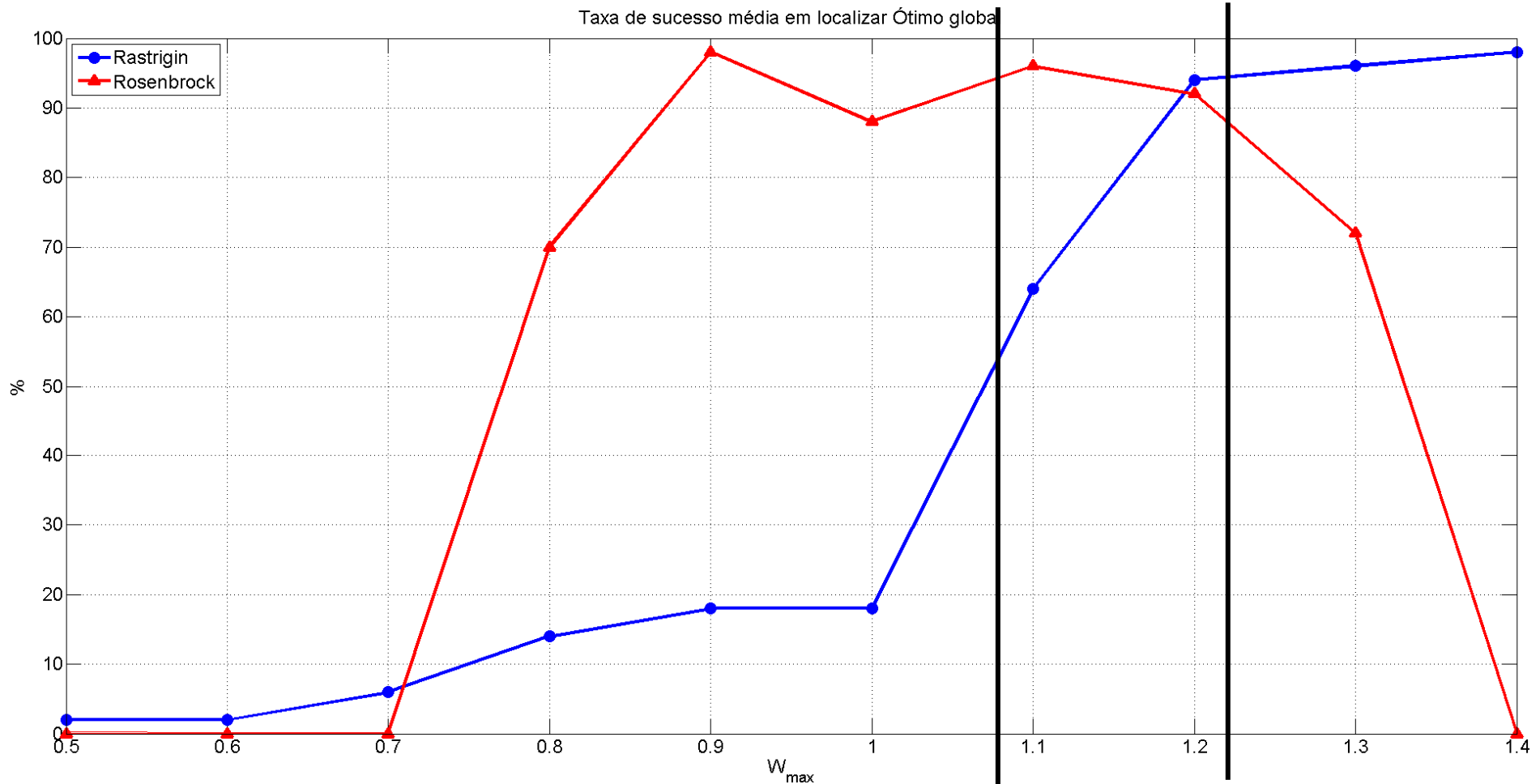


Fig. 10 – Taxa de sucesso para  $c_1=c_2=1,1$  com  $w_{\max}$  variando de 0,5 a 1,4



# Resultados – Ajustes de parâmetros

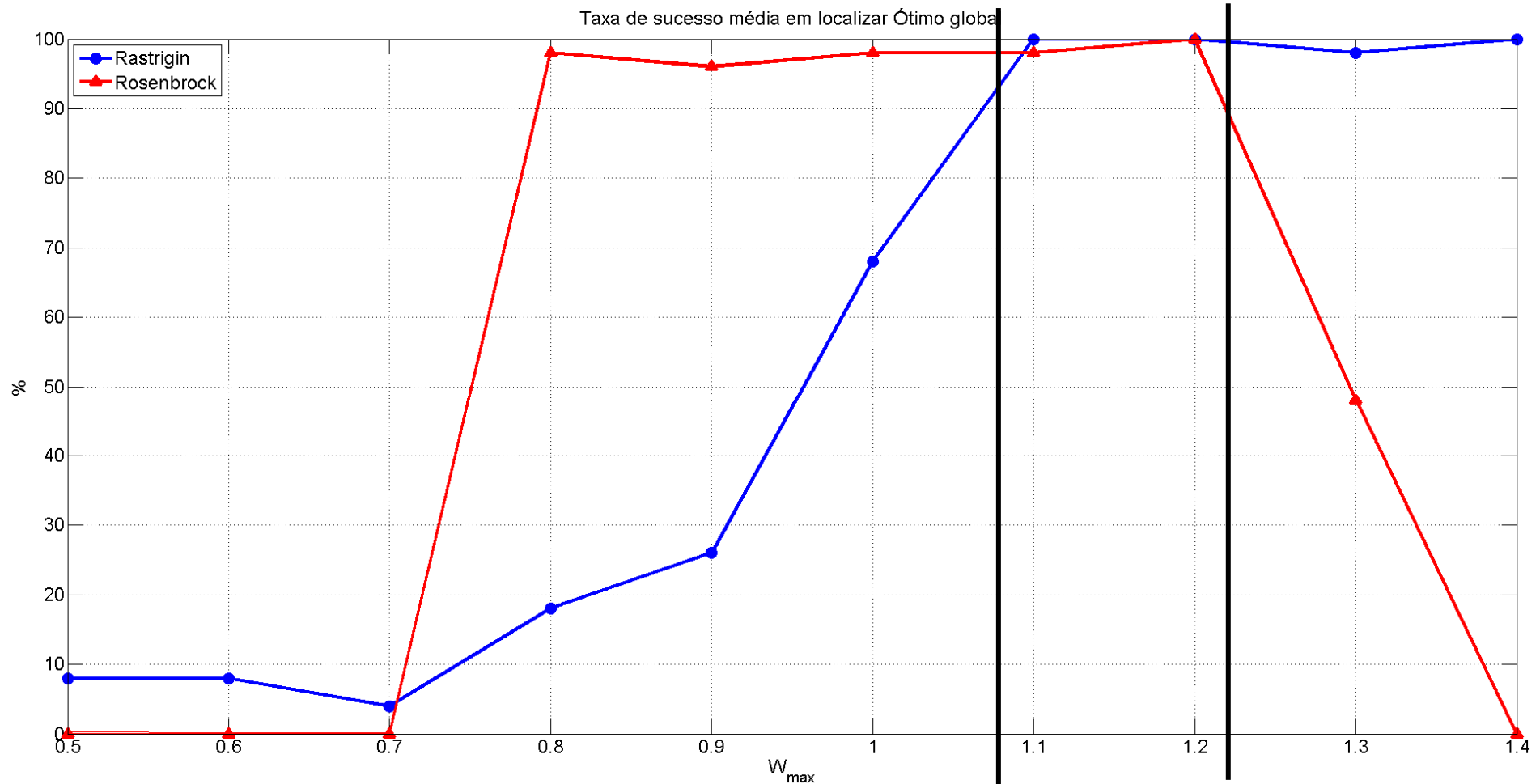


Fig. 11 – Taxa de sucesso para  $c_1=c_2=1,2$  com  $w_{\max}$  variando de 0,5 a 1,4

# Resultados – Ajustes de parâmetros

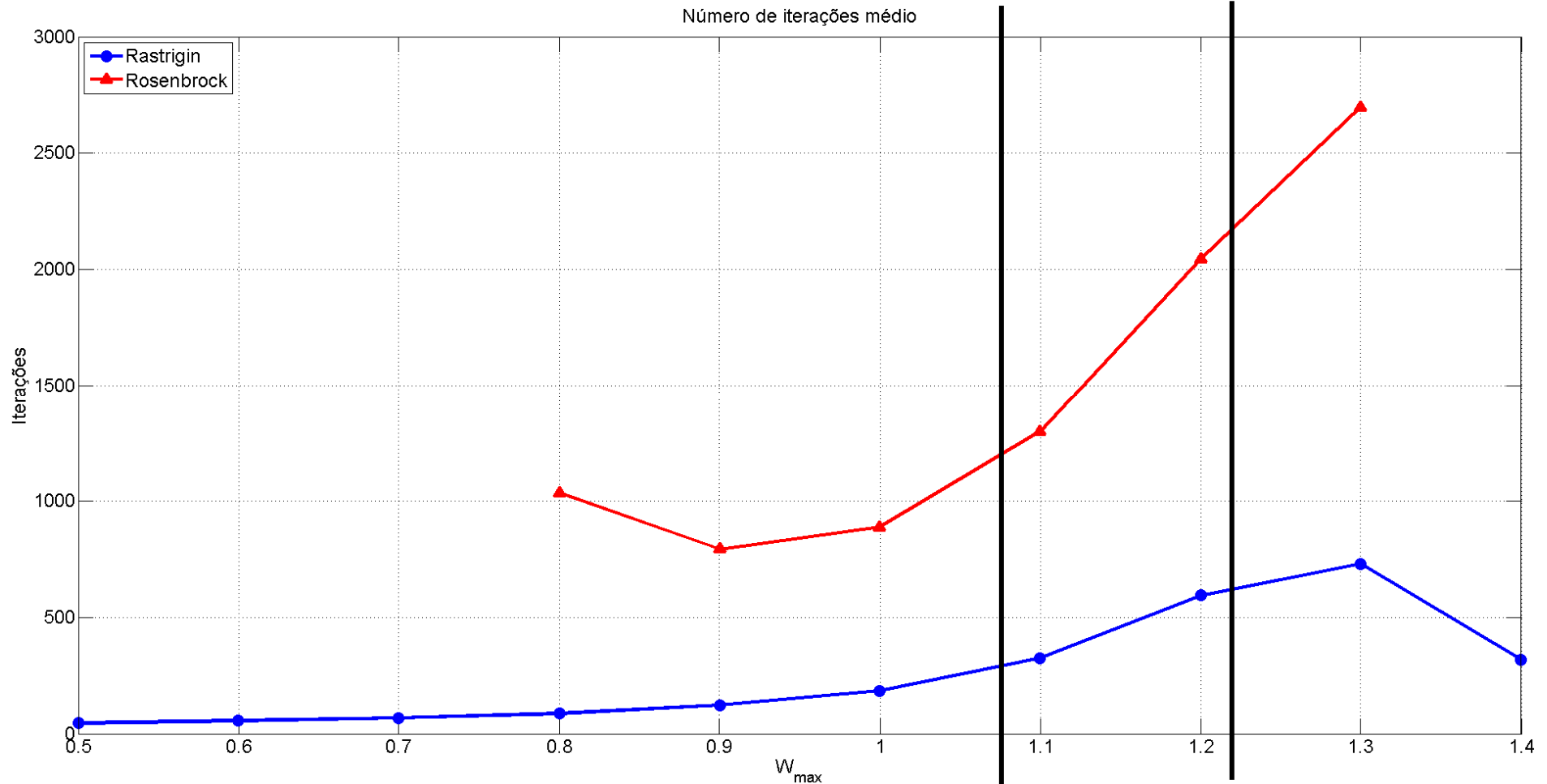


Fig. 12– Iterações com  $c_1=c_2=1,1$  e  $w_{\max}$  variando de 0,5 a 1,4

---

# Resultados – Ajustes de parâmetros

- Pelo resultados apresentados os parâmetros foram fixados em:

$$w_{\max} = 1,1$$

$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = 1,2$$

---

# Resultados – Problemas reais

- Projeto de um motor para veículo movido a energia solar, proposto por Brisset e Brochet (École Centrale de Lille)
- Características do motor
  - corrente contínua sem escovas
  - ímãs permanentes  $\text{SmCo}_5$
  - fluxo Radial
  - rotor externo
  - enrolamentos concêntricos
- Modelagem analítica
  - 11 variáveis

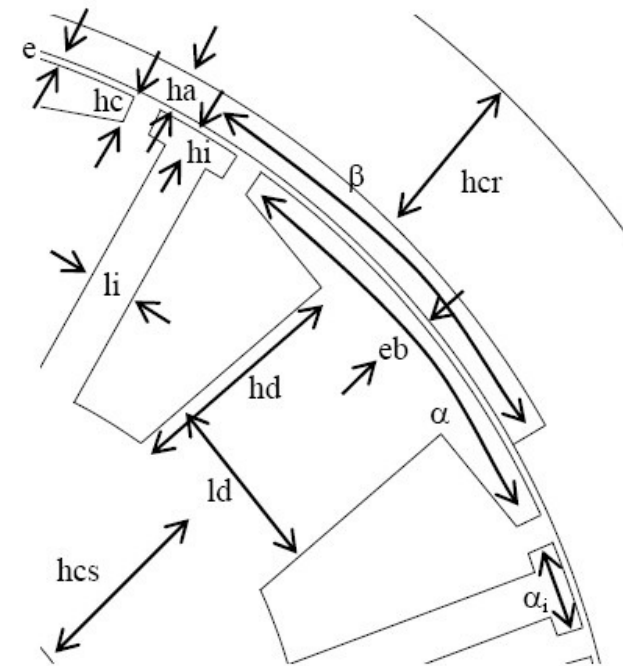


Fig.14 – Geometria do motor

# Resultados – Problemas reais

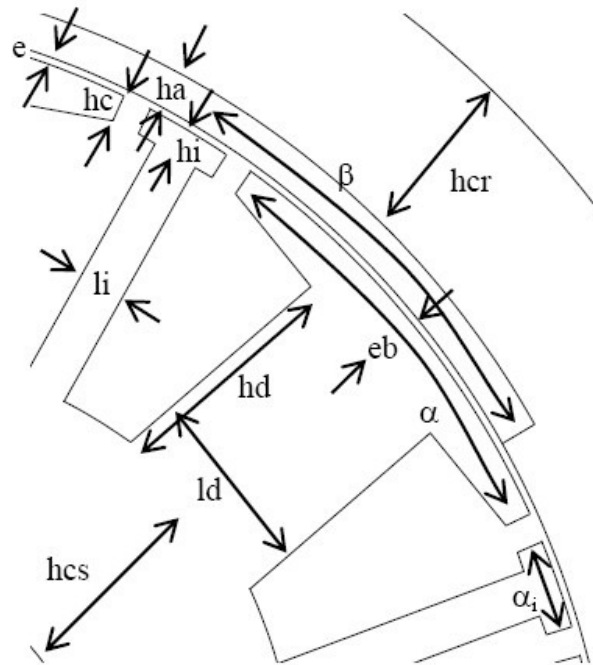


Fig.14 – Geometria do motor

Símbolo	Variáveis	Limites		Unidade
		Inferior	Superior	
$D_s$	Diâmetro estator	150	330	$mm$
$B_e$	Indução no entreferro	0,5	0,76	$T$
$\delta$	Densidade de corrente	2	5	$A/mm^2$
$B_d$	Indução média no dente	0,9	1,8	$T$
$L_m$	Comprimento do circuito magnético do motor	30	200	$mm$
$B_{cs}$	Indução magnética média no ferro do estator	0,6	1,6	$T$
$R_{rs}$	Razão entre comprimento motor-estator	0,8	1,2	
$e$	Entreferro	0,3	2	$mm$
$U_{dc}$	Tensão de alimentação	50	200	$V$
$B_{cr}$	Indução magnética	0,6	1,6	$T$
$P$	Número de Pólos	4	6	

Tabela 1 – Variáveis do projeto do motor e seus limites.

---

# Resultados – Problemas reais

- 3 problemas do tipo benchmark são propostos
    - 5 variáveis ( $D_s$ ,  $B_e$ ,  $\delta$ ,  $B_d$  e  $B_{cs}$ )
    - 10 variáveis. (Todas as variáveis, exceto o número de pólos)
    - Todas as variáveis
  - O projeto está sujeito ainda às seguintes restrições:
    - Massa total  $\leq 15$  kg
    - Diâmetro externo  $\leq 340$  mm
    - Diâmetro interno  $\geq 76$  mm
    - Corrente máxima  $\geq 125$  A
    - Temperatura dos ímãs  $\leq 120^\circ\text{C}$
    - Altura da ranhura, onde fica alojada a bobina  $\geq 0$
-

---

# Resultados – Problemas reais

- Para o caso de 10 variáveis são adicionadas mais duas restrições
    - Comprimento total do eixo do motor  $\leq 100$  mm
    - Tempo de subida da corrente  $\leq \frac{1}{30f}$
  - Função objetivo
    - Maximizar rendimento ( $\eta$ )
-

# Resultados – Mono-objetivo

- Configuração do PSO
  - Topologia
    - Totalmente conectada
  - Número de partículas
    - 20
  - Número máximo de iterações
    - 3000
  - Critério de parada
    - $x_{gbest}$  não varia após 50 iterações
    - $f_{gbest} > 90\%$
    - 3000 iterações

- Inércia adotada decrescente com iterações

$$w(t) = w_{\max} - \left( \frac{w_{\max} - w_{\min}}{3000} \right) t$$

- Parâmetros:

$$w_{\max} = 1,1$$

$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = 1,2$$

- 50 tentativas



# Resultados – Mono-objetivo

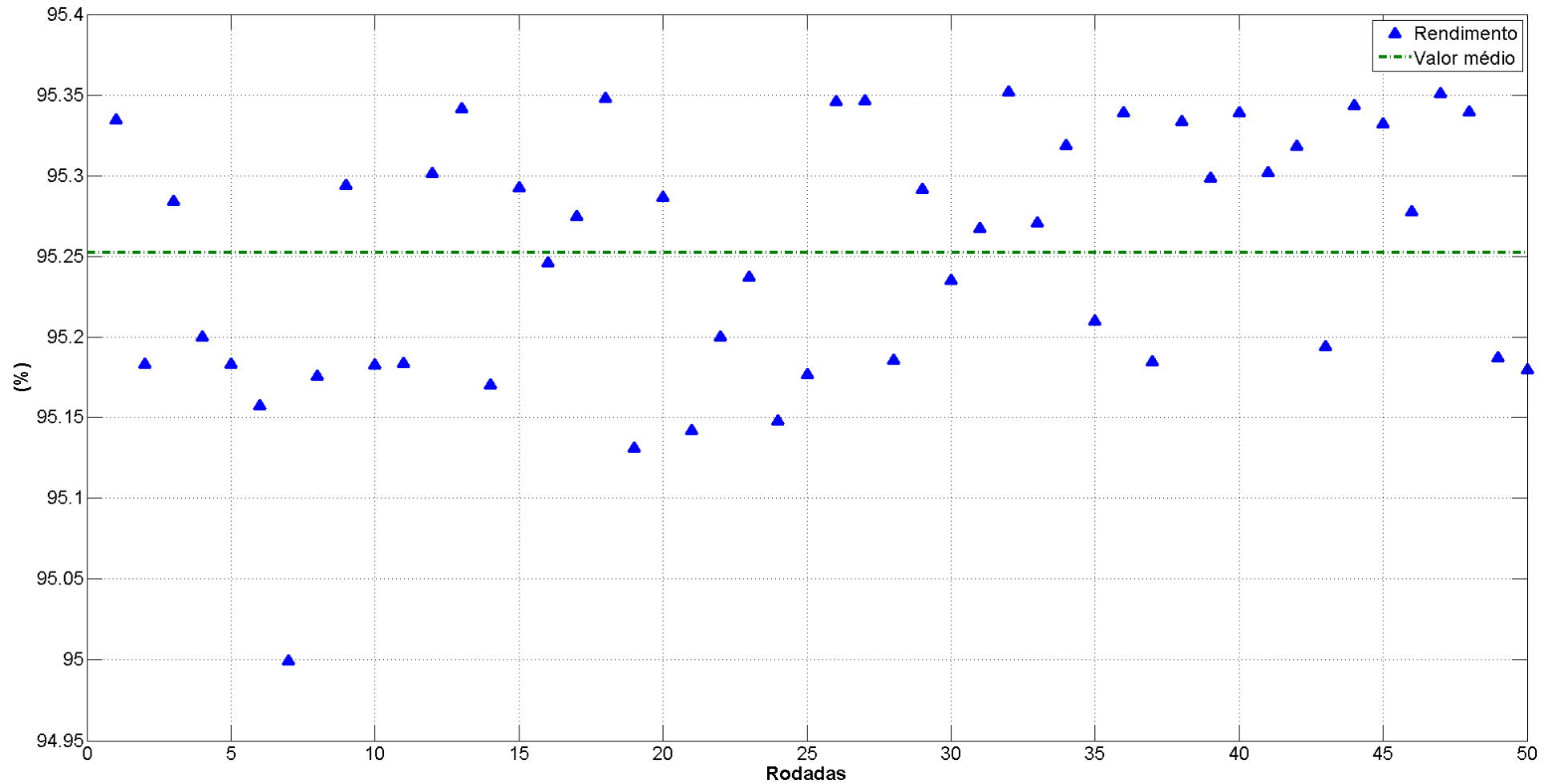


Fig.15– Rendimento obtido pelo PSO em 50 execuções

# Resultados – Mono-objetivo

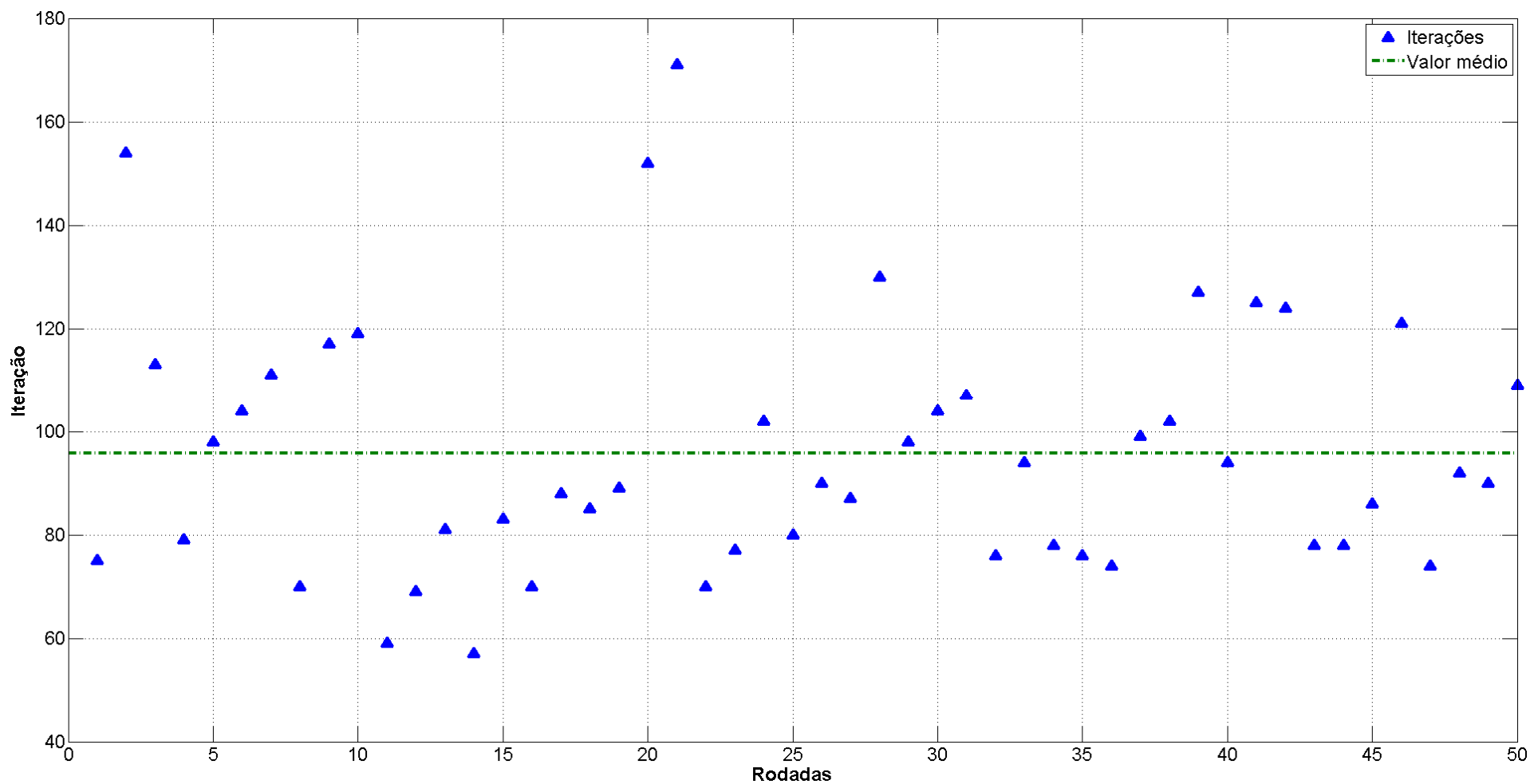


Fig.16– Iterações utilizadas pelo PSO até convergir em 50 execuções

# Resultados – Mono-objetivo após 50 iterações

- Resultados encontrados para o rendimento e as variáveis do problema de otimização a 5 variáveis do motor:

Variável	Mínimo	Máximo	Média	Unidade
$\eta$	95,0	95,35	95,25	%
$D_s$	192,76	210,80	198,83	mm
$B_e$	0,64	0,76	0,70	T
$\delta$	2,0	2,92	2,28	A/mm <sup>2</sup>
$B_e$	1,8	1,8	1,8	T
$B_{cs}$	0,6	1,47	0,98	T

- O maior valor para o rendimento apresentado na literatura para o problema é 95,32% . O método utilizado foi o Sequential Quadratic Programming (SQP).

---

# Conclusões

- Algoritmo baseado no paradigma de enxames se mostrou um bom método de bom desempenho.
  - Escolha de parâmetros através da análise de influência para otimização de funções de teste.
  - Resultados:
    - Bom desempenho nas funções de Rosenbrock e de Rastringin
    - Otimização do Motor:
      - Mono-objetivo: (5 variáveis)
        - Resultados equivalentes ao encontrados pelo autores do benchmark
        - Rápida convergência
-

---

# Referências

1. KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on. Perth, AU:IEEE Press, 1995. v. 4, p. 1942 – 1948 vol.4.
  2. SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In:Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress onComputational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on. Anchorage, US: IEEE Press, 1998. p. 69 – 73.
  3. KENNEDY, J.; MENDES, R. Population structure and particle swarm performance. In: Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on. Honolulu, US: IEEE Press, 2002. p. 1671 – 1676.
  4. BRISSET, S.; BROCHET, P. Analytical model for the optimal design of a brushless dc wheel motor. Compel-the International Journal for Computation and athematics in Electrical and Electronic Engineering, v. 24, p. 829 – 848, 2005. ISSN 0332-1649.
-