

**Em todas as questões, justifique sua resposta!**

NOME:..... NO. USP:..... FINAL PAR

**Questão 1** (2,0)

(a) Prove por indução que  $1! + 2! + \dots + n!$  é ímpar, para todo  $n \geq 1$ .

(b) Quais são as soluções de  $(x + 1)^4 = x^4 + 4x^3 + x + 1$ ?

**Questão 2** (2,0) Seja  $f(x) = (x + 3)e^{x^2-9} \ln|x^2 + x - 1|$ .

(a) Determine o domínio de  $f$ .

(b) Determine todos os  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .

**Questão 3** (3,0) Para cada igualdade abaixo, diga se ela é verdadeira ou falsa, e justifique sua resposta.

(a)  $\ln N = -\ln\left(\frac{1}{N}\right)$

(b)  $\sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$

(c)  $(\ln x)^6 = 6 \ln(x)$

(d)  $\ln \frac{ab^2}{c} = \frac{\ln a + 2 \ln b}{\ln c}$

(e)  $\ln(xy)^3 = (\ln x + \ln y)^3$

**Questão 4** (3,0)

(a) Encontre todos os  $z \in \mathbb{C}$  tais que  $z^4 = 1 - i$ .

(b) Sejam  $z$  e  $w$  dois números complexos não nulos. Mostre que  $\operatorname{Re}(z\bar{w}) = |z| |w| \operatorname{se}, e \operatorname{se, e somente se,} \operatorname{Arg}(z) = \operatorname{Arg}(w)$ .