PME 3344

Termodinâmica Aplicada

6) Primeira Lei da Termodinâmica para volume de controle

Introdução

Os princípios básicos que nos são importantes estão escritos para um sistema. Assim, temos as expressões a seguir para a conservação da massa e da energia:

m = constante	$$\frac{dm}{dt}=0$$
$$E_2-E_1=Q_{1-2}-W_{1-2}$$	$$\frac{dE}{dt}=\dot{Q}-\dot{W}$$

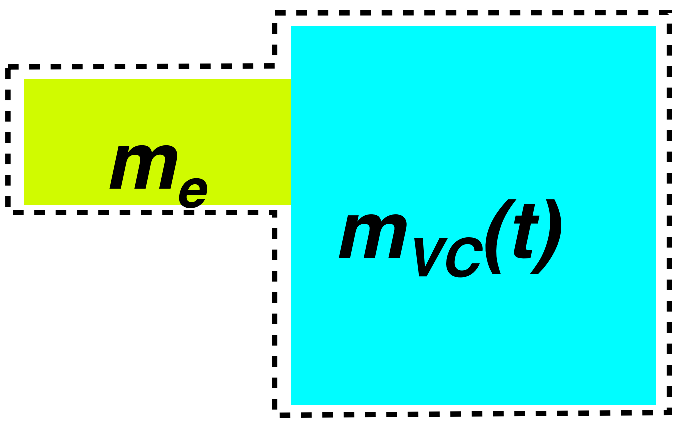
Conservação da massa

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

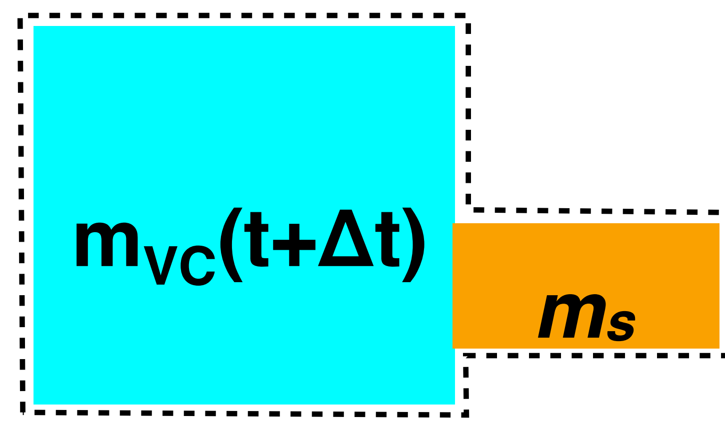
Vamos escrever expressões equivalentes para um volume de controle.

Podemos fazer isso considerando um sistema com fronteira móvel:

No instante t



No instante t+Δt



$sistema \equiv m(t) = m_{vc}(t)+m_e$

$sistema \equiv m(t+\Delta t) = m_{vc}(t+\Delta t)+m_s$

$$m_{vc}(t)+m_e = m_{vc}(t+\Delta t)+m_s$$

Conservação da massa

Agrupando os termos e dividindo por Δt:

$$\frac{m_{vc}(t+\Delta t) - m_{vc}(t) = m_e - m_s}{\Delta t} \quad \xrightarrow{\Delta t \to 0} \quad \boxed{\frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s}$$

vazão mássica (massa/tempo)

Generalizando para várias entradas e saídas:

$$\boxed{\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s}$$

Conservação da massa

Deduzimos:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

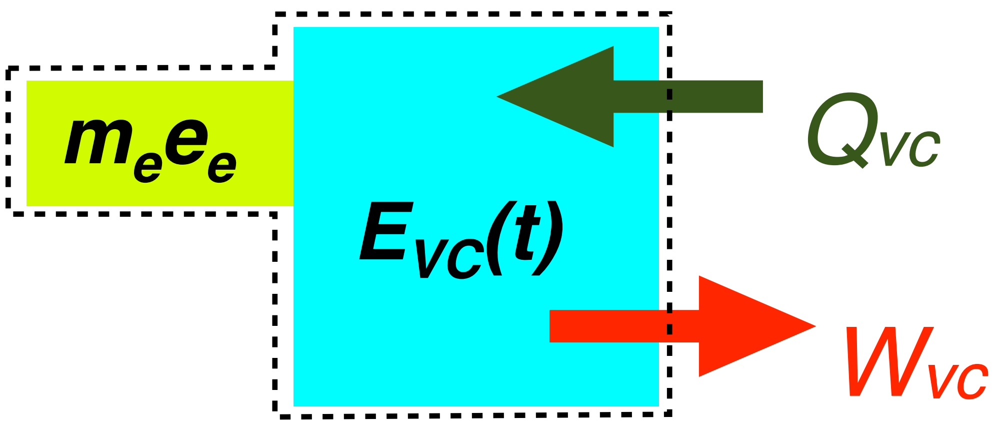
De fato fizemos a seguinte conta:

Taxa de variação da massa contida no VC no instante *t* **=** Taxa com que massa entra no VC **−** Taxa com que massa sai do VC

Conservação da energia

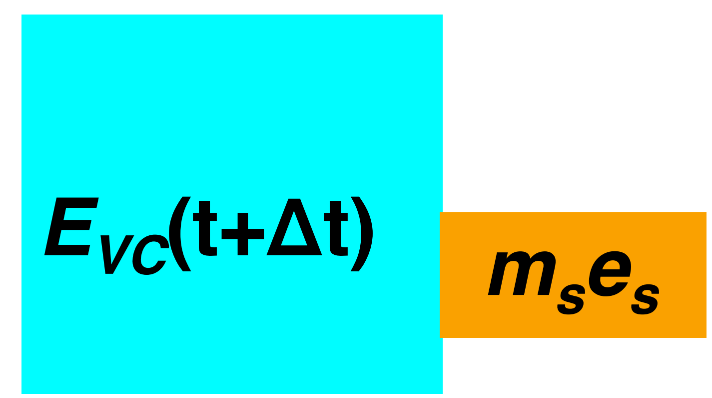
De forma análoga podemos deduzir a expressão da conservação da energia para um volume de controle:

No instante t



$$E = E_{vc}(t) + m_e\left(u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right)$$

No instante t+Δt



$$E = E_{vc}(t+\Delta t) + m_s\left(u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right)$$

$$E_{vc}(t) + m_e\left(u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) + Q_{vc} - W = E_{vc}(t+\Delta t) + m_s\left(u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right)$$

Conservação da energia

Agrupando os termos:

$$E_{vc}(t+\Delta t)-E_{vc}(t)=m_e\left(u_e+\frac{V_e^2}{2}+gz_e\right)-m_s\left(u_s+\frac{V_s^2}{2}+gz_s\right)+Q_{vc}-W$$

Dividindo por Δt e aplicando o limite (*Δt →0*):

$$\frac{dE_{vc}}{dt}=\dot{m}_e\left(u_e+\frac{V_e^2}{2}+gz_e\right)-\dot{m}_s\left(u_s+\frac{V_s^2}{2}+gz_s\right)+\dot{Q}-\dot{W}$$

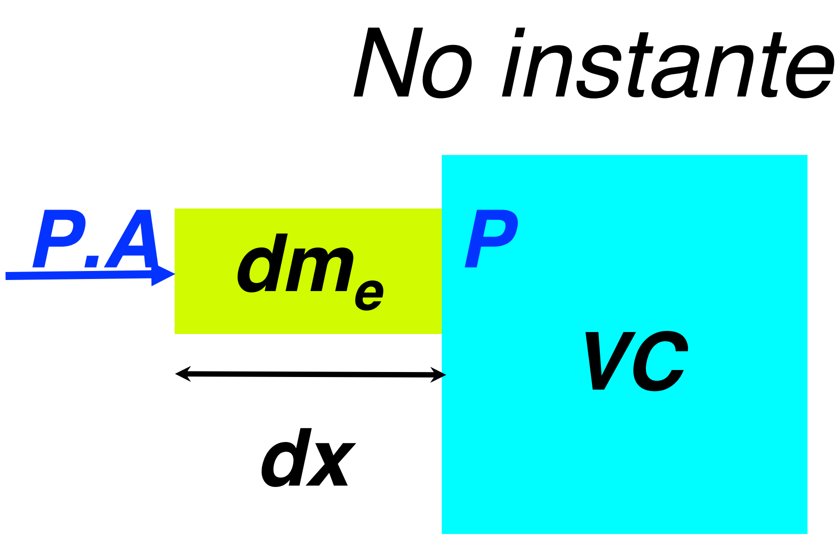
A potência pode ser dividida em dois componentes:

$$\dot{W}=\dot{W}_{vc}+\dot{W}_{fluxo}$$

O que é essa tal de potência de fluxo?

Trabalho de fluxo

Para entender o porque da divisão e a introdução do trabalho de fluxo, considere as figuras a seguir:



O trabalho realizado pela vizinhança para que dm_e entre no sistema é: P.A.dx

Por sua vez a potência é dada: P.A.V

V é a velocidade média com dm_e entre no sistema.

Analogamente poderíamos repetir a análise para uma saída. Dessa forma, chegamos na expressão da potência de fluxo:

$$\dot{W} = p_s A_s V_s - p_e A_e V_e = \dot{m}_s p_s v_s - \dot{m}_e p_e v_e$$

Por que o sinal negativo associado à entrada?

Expressão para volume de controle

Substituindo o resultado anterior na expressão da 1ª Lei:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{m}_e\left(u_e + p_e v_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) - \dot{m}_s\left(u_s + p_s v_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Lembrando da definição de entalpia e generalizando para várias entradas e saídas:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) - \sum_s \dot{m}_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Princípios de conservação para volume de controle:

Conservação da massa

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

Conservação da energia

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Caso particular

Regime permanente:

★ O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

★ O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;

★ O fluxo e o estado da massa em cada área discreta de escoamento na superfície de controle não variam com o tempo;

★ As taxas nas quais o calor e o trabalho cruzam a superfície de controle permanecem constantes.

Caso particular

Regime permanente:

★O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

As velocidades do fluido nas entradas e saídas são velocidades relativas ao VC, portanto, nesse caso, absolutas

★O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;

$$\boxed{\frac{dm_{vc}}{dt} = 0}$$

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = 0$$

Regime permanente

Resumos das equações com uma entrada e uma saída:

$$\cancel{\frac{dm_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e} \dot{m}_e - \cancel{\sum_s} \dot{m}_s \qquad \Rightarrow \dot{m} = \dot{m}_e = \dot{m}_s$$

$$\cancel{\frac{dE_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e} \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \cancel{\sum_s} \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Combinando com a conservação da massa

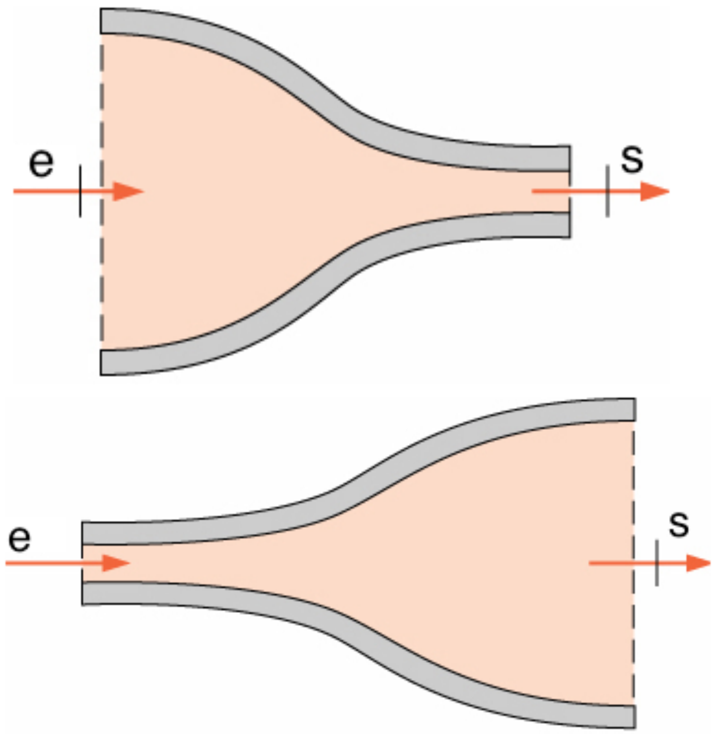
$$\dot{m}\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \dot{m}\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc} = 0$$

Dividindo pela vazão mássica

$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$

Exemplos de aplicação

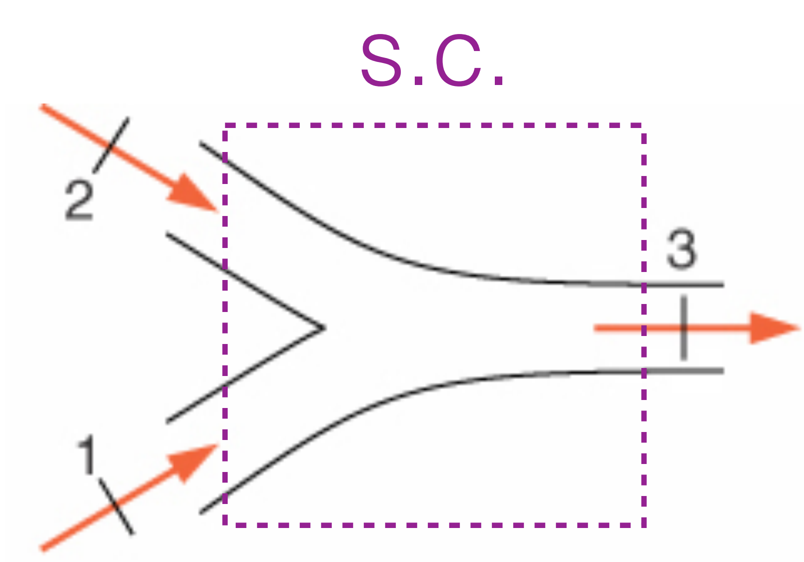
Bocal / Difusor



$$\boxed{h_e + \frac{V_e^2}{2} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - \cancel{w_{vc}} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + \cancel{gz_s}}$$

$$h_e + \frac{V_e^2}{2} = h_s + \frac{V_s^2}{2}$$

Misturador



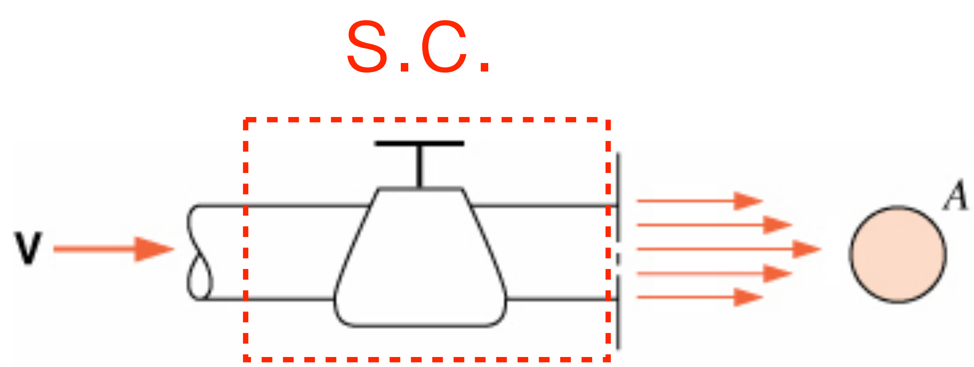
$$\sum_e \dot{m}_e h_e - \sum_s \dot{m}_s h_s + \cancel{\dot{Q}_{vc}} - \cancel{\dot{W}_{vc}} = 0$$

$$\boxed{\dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2}$$

Exemplos de aplicação

Restrições

Exemplos: válvulas e tubos capilares



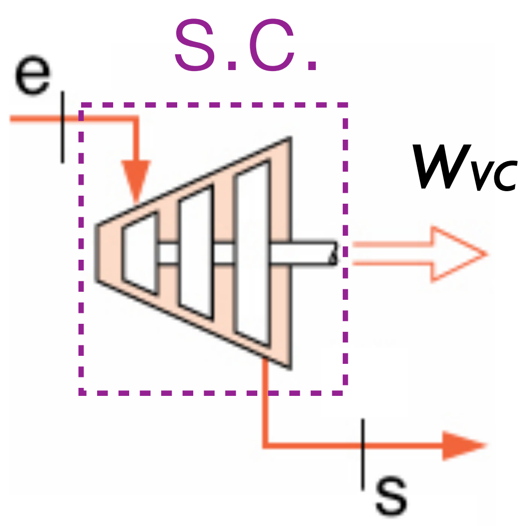
1ª Lei:

$$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - \cancel{w_{vc}} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$$h_e = h_s \quad \rightarrow \text{isentálpica}$$

Exemplos de aplicação

Turbina

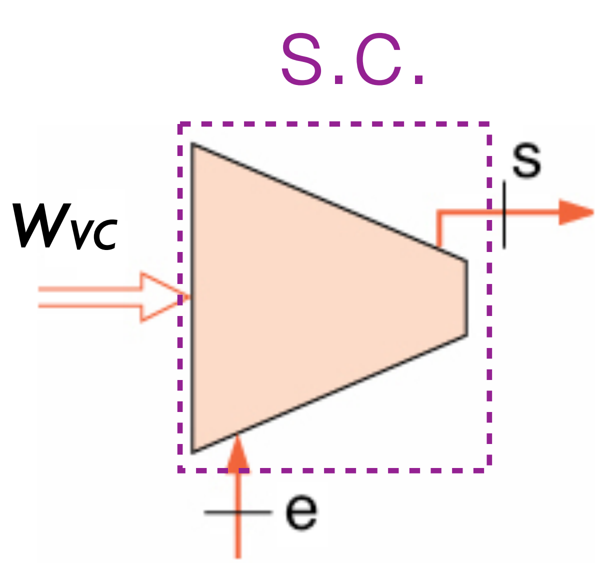


$$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - w_{vc} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$$w_{vc} = h_e - h_s$$

Note que resulta $w_{vc} > 0$ e que a vazão mássica define a potência

Compressor / Bomba



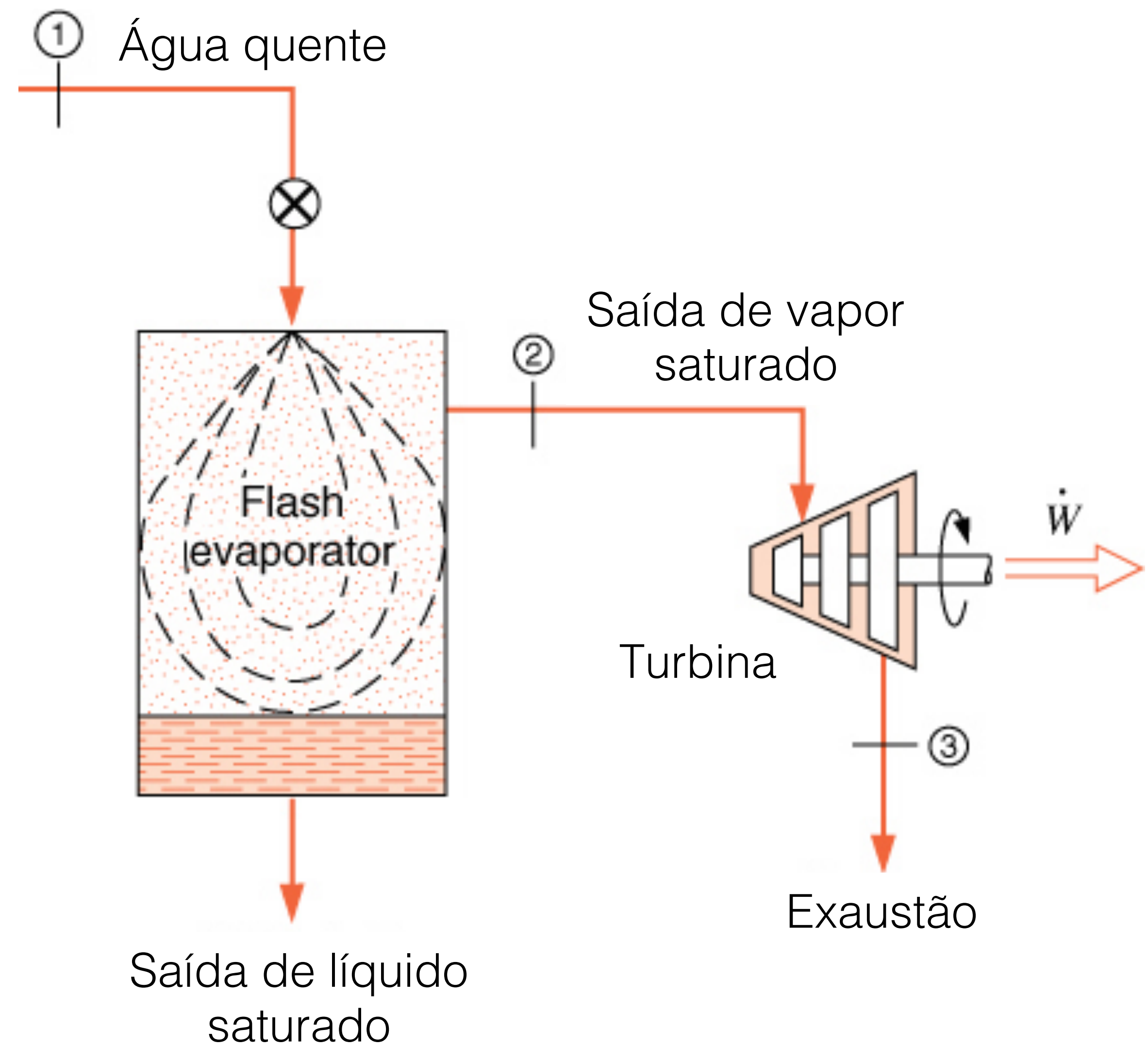
$$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - w_{vc} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$$w_{vc} = h_e - h_s$$

Note que resulta $w_{vc} < 0$ e que a vazão mássica define a potência

Exercício 1 – “Flash evaporator"

Propõem-se usar um suprimento geotérmico de água quente para acionar uma turbina a vapor d’água utilizando o dispositivo esquematizado na figura. Água a alta pressão, 1,5 MPa e 180 ºC, é estrangulada e segue para um evaporador instantâneo (“flash evaporator”) adiabático, de modo a se obter líquido e vapor à pressão de 400 kPa. O líquido sai pela parte inferior do evaporador, enquanto o vapor é retirado para alimentar a turbina. O vapor sai da turbina a 10 kPa e com título igual a 90%. Sabendo que a turbina produz uma potência de 1 MW, qual é a vazão necessária de água quente que deve ser fornecida pela fonte geotérmica.



Exercício 1

Estado 1: conhecemos P e T

Tabela de saturação a T_{sat} = 180 ºC, como (P_1 = 1500 kPa) > (P_{sat}= 1002,2 kPa), temos líquido comprimido. Assim, utilizamos os dados do líquido saturado à mesma temperatura T_1 = 180 ºC:

$$v_1 \approx v_l = 0{,}001127\ m^3/kg$$

$$u_1 \approx u_l = 762{,}08 \text{ kJ/kg}$$

$$h_1 \approx u_1 + P_1.v_1 = 763{,}77 \text{ kJ/kg}$$

Estado 2: vapor saturado seco a 400 kPa e T_{sat} = 143,63 ºC

$$h_2 = h_v = 2738{,}53 \text{ kJ/kg}$$

Estado 3: líquido e vapor saturados a 10 kPa e x_3 = 0,9

$$h_3 = (1 - x_3).h_l + x_3.h_v = (1 - 0{,}9).191{,}81 + 0{,}9.2584{,}63 = 2345{,}3 \text{ kJ/kg}$$

Exercício 1

VC ≡ turbina

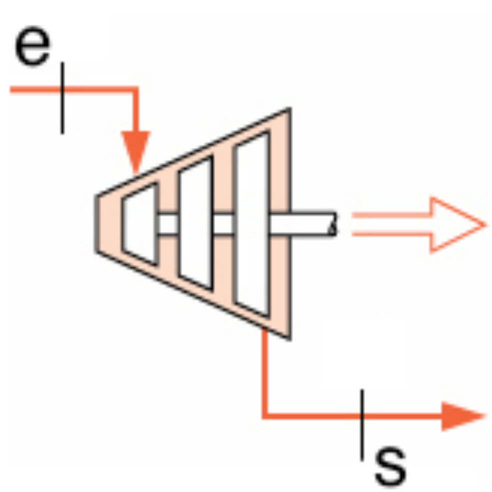
Hipóteses:

1) Processo adiabático (2 - 3);

2) Variações de energia cinética e potencial desprezível;

3) Regime permanente

$$w_{vc} = h_e - h_s$$



$$w_t = h_2 - h_3 = 393{,}23\ kJ/kg$$

$$\dot{W}_t = w_t \dot{m}_2 \Rightarrow \dot{m}_2 = \frac{\dot{W}_t}{w_t} = \frac{1000}{393{,}23} = 2{,}54\ \text{kg/s}$$

Exercício 1

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

No evaporador temos líquido e vapor saturados com título desconhecido.

Esse título permite determinar a relação entre as vazões mássicas na entrada e saídas do evaporador. Por que?

Podemos determinar o título aplicando a 1ª lei à válvula.

Hipóteses:

1) Válvula adiabática;

2) Variações de energia cinética e potencial desprezível.

$$h_e = h_s$$

$$\therefore\ h_s = h_1 = 763{,}8\ kJ/kg$$

h_l @ 400 kPa = 604,73 kJ/kg

h_V @ 400 kPa = 2738,53 kJ/kg

$$m_1\, h_1 = m_2\, h_2 + m_3\, h_3$$

$$h_1 = (1-x)\, h_2 + x\, h_3$$

$$x = 0{,}07447$$

$$x = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \quad \rightarrow \quad \dot{m}_1 = \frac{\dot{m}_2}{x} = \frac{2,54}{0,07447} = 34,11\ \mathrm{kg/s}$$