

Lista de exercícios para P3

Formulário (P3 2017)

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_{z0}} y$$

Retângulo

$$I_{z0} = \frac{b h^3}{12}$$

$$\tau = \frac{V M_S^*}{b^* I_{z0}}$$

Triângulo

$$I_{z0} = \frac{b h^3}{36}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{lim}}{s}$$

Círculo

$$I_{z0} = \frac{\pi r^4}{4}$$

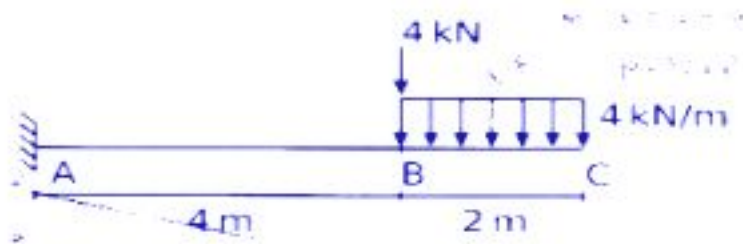
$$\sigma = \frac{E}{E_{base}} \sigma_{base}$$

Teorema de Steiner

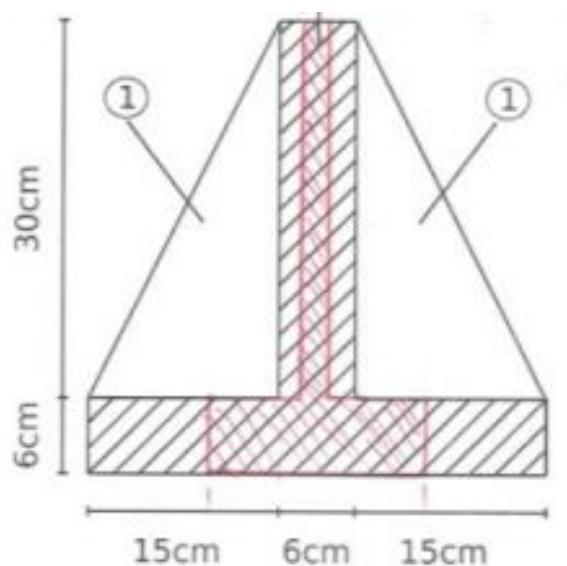
$$I_z = I_{z0} + d^2 A$$

1. a) (P3 2017)

1ª Questão (3,5 pontos). Para a estrutura da figura a seguir, com a seção transversal dada, determine as tensões máximas que ocorrem em cada um dos materiais, considerando que a relação entre os módulos de elasticidade dos materiais é $E_1 = 3E_2$. Determine os coeficientes de segurança ao escoamento, à tração e compressão, dos dois materiais sabendo que as tensões de escoamento são, respectivamente: $\bar{\sigma}_{e \text{ tração},1} = 120 \text{ MPa}$, $\bar{\sigma}_{e \text{ compressão},1} = 28 \text{ MPa}$, $\bar{\sigma}_{e \text{ tração},2} = 30 \text{ MPa}$ e $\bar{\sigma}_{e \text{ compressão},2} = 15 \text{ MPa}$. Qual o coeficiente de segurança da estrutura?

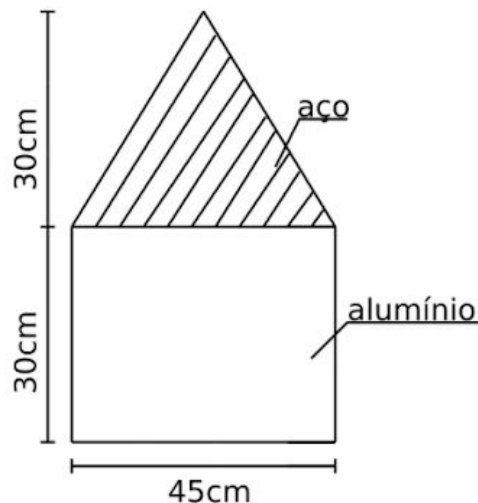
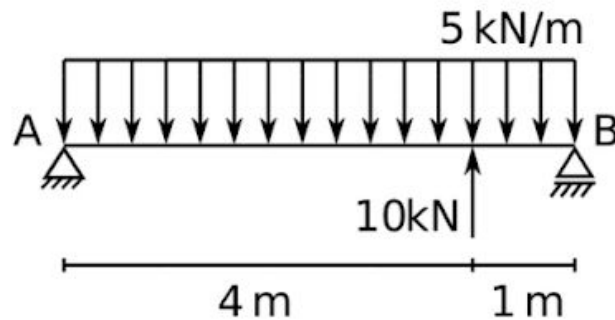


seção transversal:



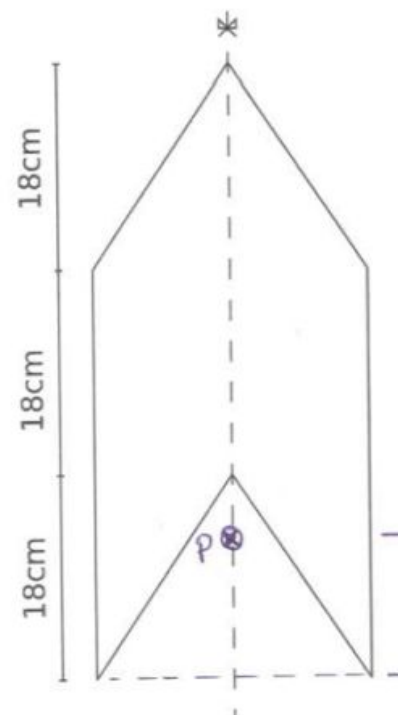
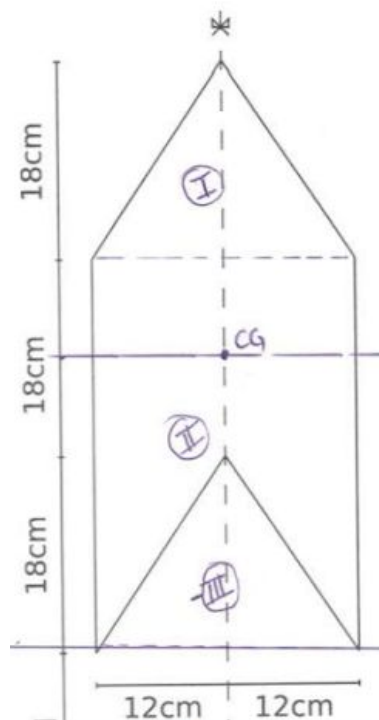
1. b) (P3 2016)

Considere a estrutura da figura 1 com a seção transversal dada na figura 2. Determine as tensões máximas e mínimas na estrutura. Considere os módulos de elasticidade $E_{aço} = 210 \text{ GPa}$ e $E_{alumínio} = 70 \text{ GPa}$. Qual o fator de segurança da estrutura se $\bar{\sigma}_{aço} = 10 \text{ MPa}$ e $\bar{\sigma}_{alumínio} = 15 \text{ MPa}$.



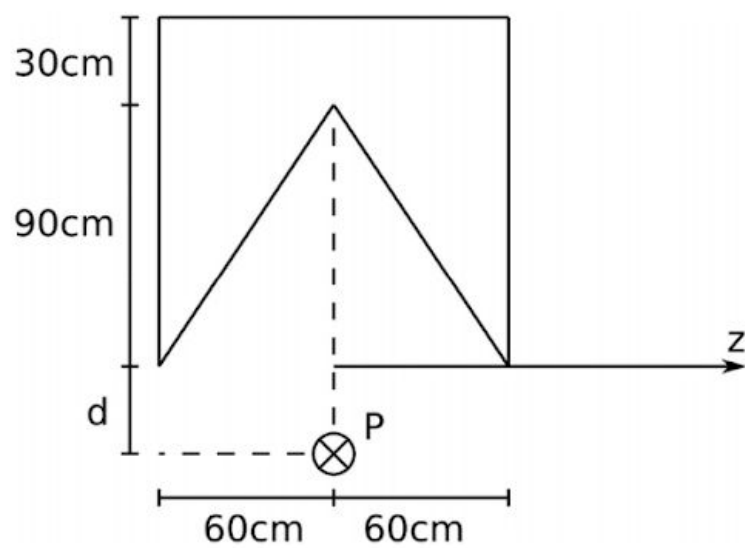
2. a) (P3 2017)

2ª Questão (3,5 pontos). Determinar o valor da distância d , para uma barra submetida somente a uma carga de compressão, aplicada fora do centro geométrico da sua seção transversal, dada a seguir, considerando que a tensão de compressão obtida (em módulo) seja igual ao dobro da tensão de tração. Uma vez encontrada a distância, desenhe a posição da carga P na segunda figura.



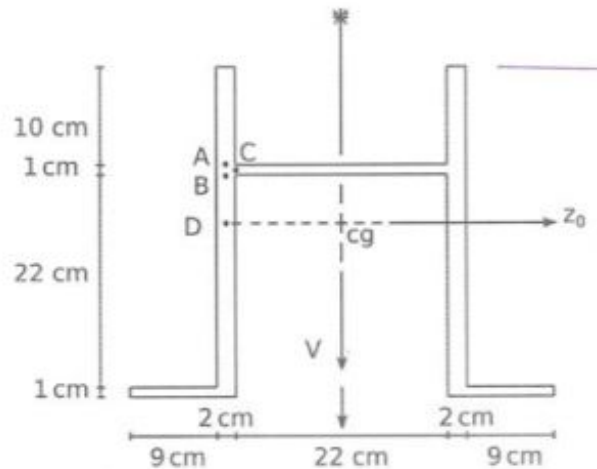
2. b) (P3 2016)

Considerando um pilar cuja seção transversal é dada na figura 2. Pede-se o valor de d para que a tensão de tração seja metade da tensão de compressão (em módulo).



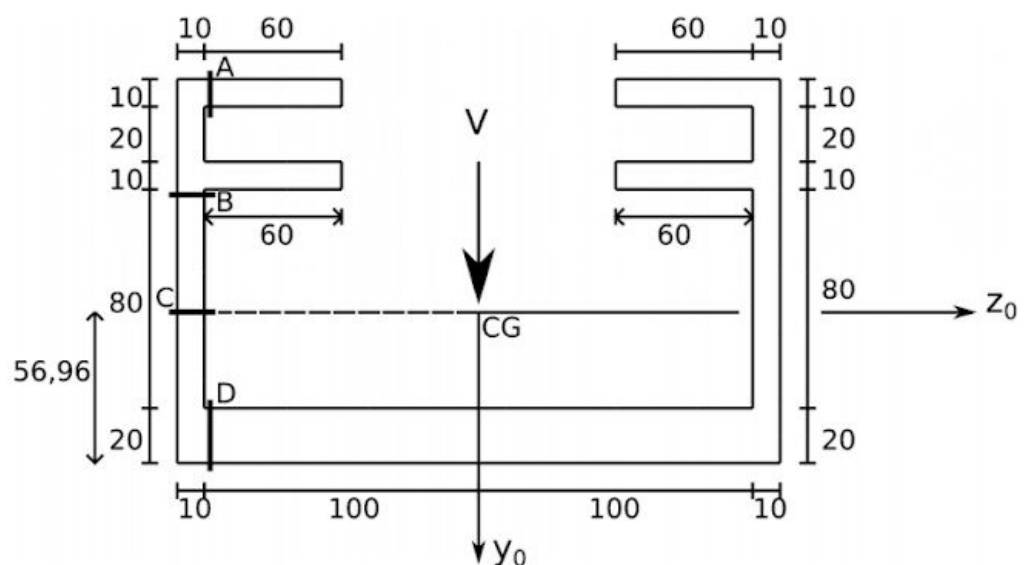
3. a) (P3 2017)

3ª Questão (3,0 pontos). Para a seção transversal abaixo submetida a uma força cortante $V = 100 \text{ kN}$ conforme indicado na figura, determinar as tensões de cisalhamento nos pontos A, B, C e D. Em seguida, indicar na figura ao lado as respectivas direções e sentidos do fluxo das tensões de cisalhamento, bem como o aspecto do diagrama de distribuição ao longo da seção transversal (não é preciso indicar valores). São dados $I_{z_0} = 18799,22 \text{ cm}^4$, $I_{y_0} = 26150,67 \text{ cm}^4$, $A = 176 \text{ cm}^2$ e $y_G = 16,125 \text{ cm}$.



3. b) (P3 2016)

Para a seção transversal exibida na figura 3, submetida a uma força cortante de 100 kN , determinar as tensões de cisalhamento nos pontos A, B, C e D; esboçar o gráfico de distribuição (sem valores) e fluxo dessas tensões ao longo da seção (no diagrama fornecido). A seção é simétrica em relação a y . Considere que as medidas são dadas em mm e que $I_{z_0} = 23,702 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$.

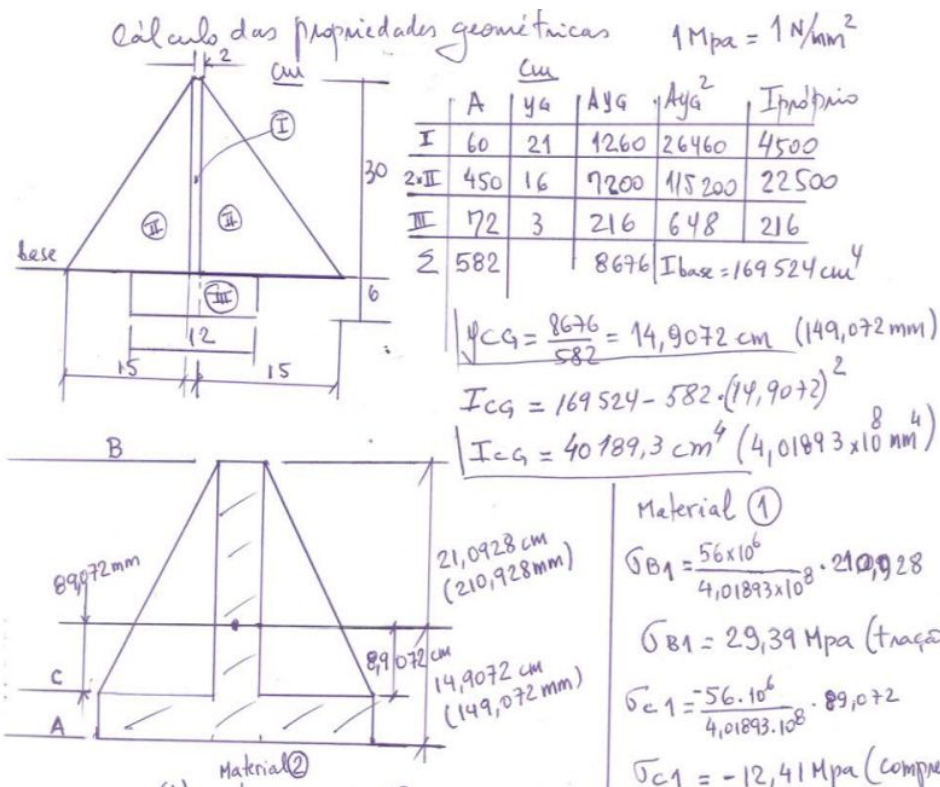
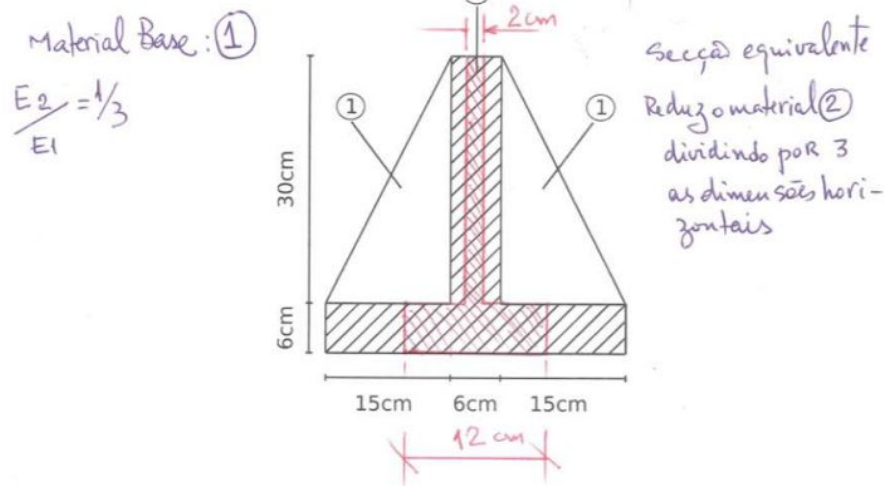
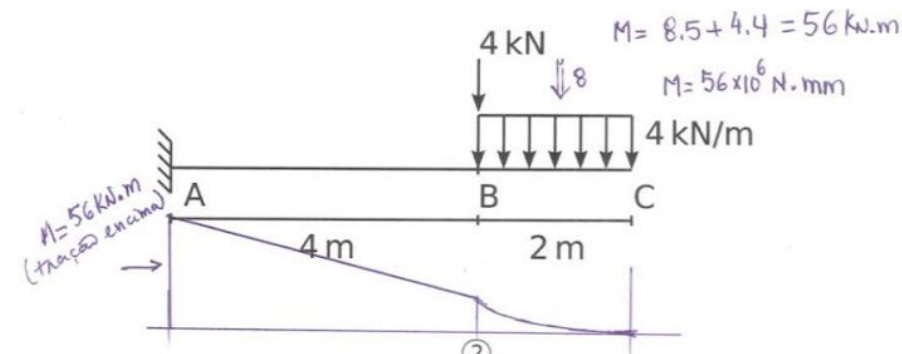


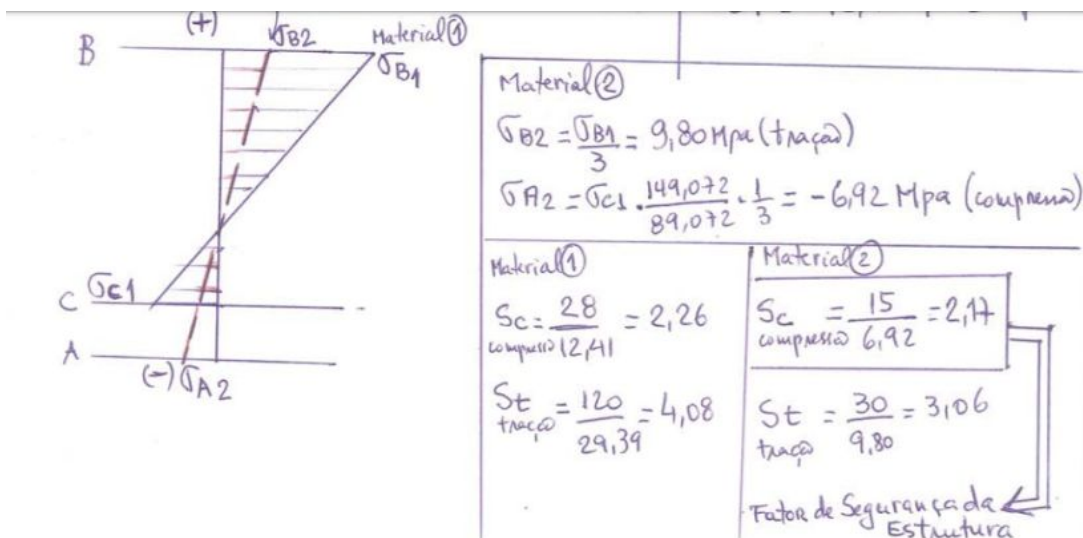
Observação:

Todas as questões e respostas foram retiradas de provas antigas. A autoria das resoluções não é da monitora.

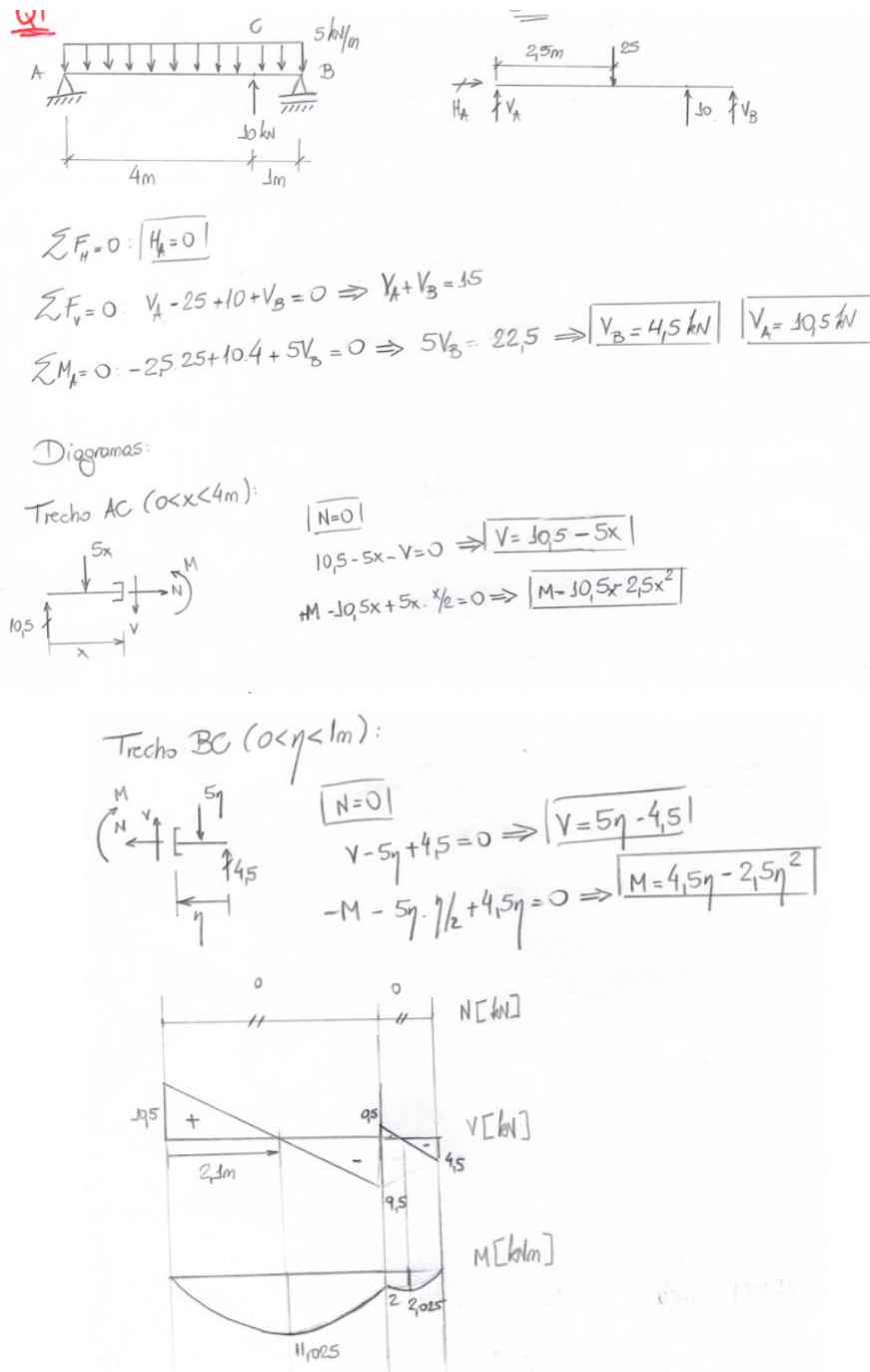
Respostas:

1. a)

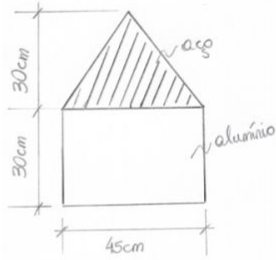




1. b)



Seção transversal



$$E_{aço} = 3E_{alumínio}$$

Seção equivalente:

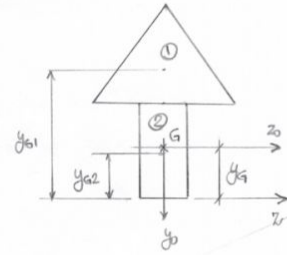
$$b_{eq} = \frac{E_{alumínio}}{E_{aço}} \cdot b \Rightarrow b_{eq} = \frac{1}{3} \cdot 45 = 15 \text{ cm}$$

$$y_{G1} = 40 \text{ cm}; y_{G2} = 15 \text{ cm}$$

$$A_1 = 675 \text{ cm}^2; A_2 = 450 \text{ cm}^2$$

$$I_{20}^1 = \frac{45 \cdot 30^3}{36} = 33750 \text{ cm}^4$$

$$I_{20}^2 = \frac{15 \cdot 30^3}{12} = 33750 \text{ cm}^4$$



Baricentro:

$$y_G = \frac{\sum y_{Gi} A_i}{\sum A_i} = \frac{40 \cdot 675 + 15 \cdot 450}{675 + 450} = \frac{33750}{1125} = 30 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} d_1 = |y_G - y_{G1}| = 10 \text{ cm} \\ d_2 = |y_G - y_{G2}| = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$I_{20} = \sum (I_{20}^i + d_i^2 A_i) = [33750 + 10^2 \cdot 675] + [33750 + 15^2 \cdot 450]$$

$$I_{20} = [33750 + 67500] + [33750 + 101250] \Rightarrow \boxed{I_{20} = 236250 \text{ cm}^4}$$

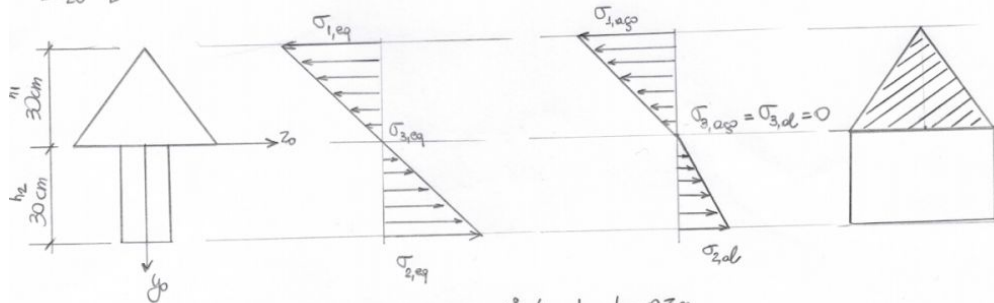
Baricentro:

$$y_G = \frac{\sum y_{Gi} A_i}{\sum A_i} = \frac{40 \cdot 675 + 15 \cdot 450}{675 + 450} = \frac{33750}{1125} = 30 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} d_1 = |y_G - y_{G1}| = 10 \text{ cm} \\ d_2 = |y_G - y_{G2}| = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$I_{20} = \sum (I_{20}^i + d_i^2 A_i) = [33750 + 10^2 \cdot 675] + [33750 + 15^2 \cdot 450]$$

$$I_{20} = [33750 + 67500] + [33750 + 101250] \Rightarrow \boxed{I_{20} = 236250 \text{ cm}^4}$$



Considerando $M = 11,025 \cdot 10^3 \text{ Nm}$, $I_{20} = 236250 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ e $h_1 = h_2 = 0,3 \text{ m}$

$$\sigma_{1,eq} = \frac{11,025 \cdot 10^3}{236250 \cdot 10^{-8}} \cdot (-0,3) = -1,4 \text{ MPa}$$

$$\boxed{\sigma_{1,aço} = -1,4 \text{ MPa}}$$

$$s_{aço} \leq \frac{10}{1,4} = 7,1$$

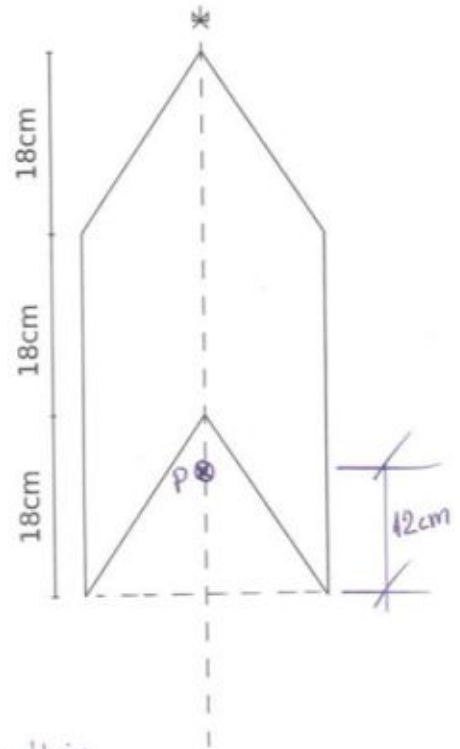
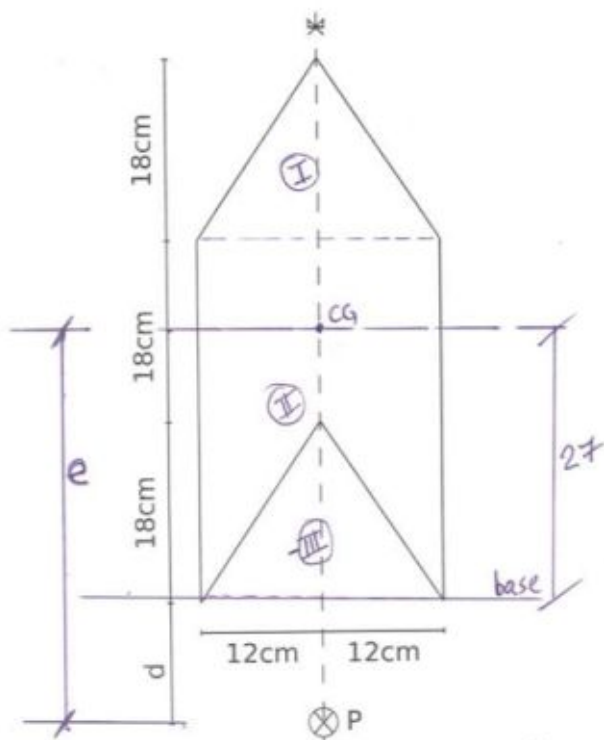
$$\sigma_{2,eq} = \frac{11,025 \cdot 10^3}{236250 \cdot 10^{-8}} \cdot (0,3) = 1,4 \text{ MPa}$$

$$\boxed{\sigma_{2,al} = 0,47 \text{ MPa}}$$

$$s_{al} \leq \frac{15}{0,47} = 31,9$$

$$\text{Logo } s = 7,1$$

2. a)



	A	y _G	Ay _G	Ay _G ²	I _{part}
I	216	42	9072	381024	3888
II	864	18	15552	279936	93312
-III	-216	6	-1296	-7776	-3888
Σ	864		23328		

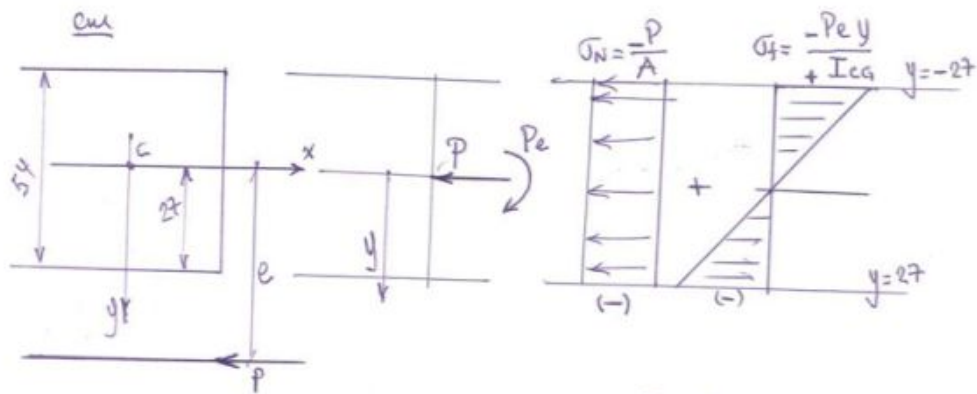
$$A = 864 \text{ cm}^2$$

$$y_{CG} = \frac{23328}{864} = 27 \text{ cm}$$

$$I_{base} = 746496 \text{ cm}^4$$

$$I_{CG} = 746496 - 864 \cdot 27^2 =$$

$$I_{CG} = 116640 \text{ cm}^4$$



Tensão máxima de compressão : $\sigma_c = -\frac{P}{A} - \frac{Pe \cdot 27}{I_{cg}}$

Tensão máxima de tração : $\sigma_T = -\frac{P}{A} + \frac{Pe \cdot 27}{I_{cg}}$

Condição : $|\sigma_c| = 2 \cdot \sigma_T$

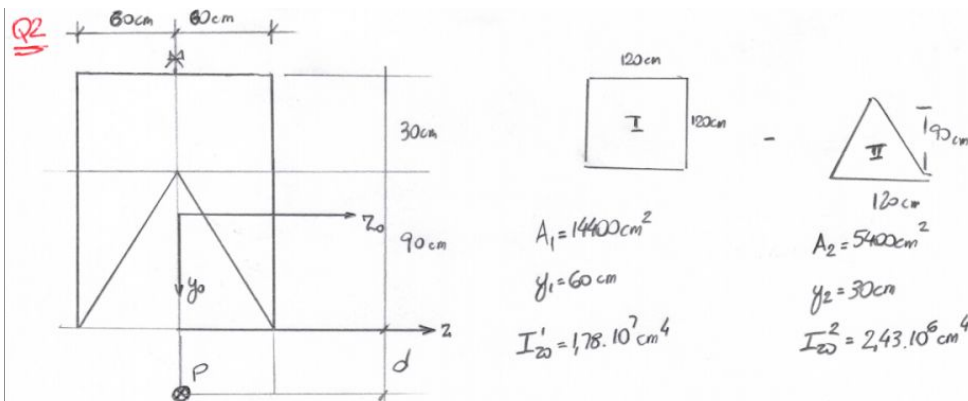
$$\frac{P}{A} + \frac{Pe \cdot 27}{I_{cg}} = 2 \cdot \left(-\frac{P}{A} + \frac{Pe \cdot 27}{I_{cg}} \right)$$

$$\frac{3P}{A} = \frac{Pe \cdot 27}{I_{cg}} \Rightarrow e = \frac{3 \cdot I_{cg}}{A \cdot 27}$$

$$e = \frac{3 \cdot 116640}{864 \cdot 27} \Rightarrow e = 15 \text{ cm}$$

Como $e = d + 27 \Rightarrow d = -12 \text{ cm}$

2. b)



$$A_T = A_1 - A_2 = 9000 \text{ cm}^2$$

$$d_1 = |y_3 - y_1| = 18 \text{ cm}$$

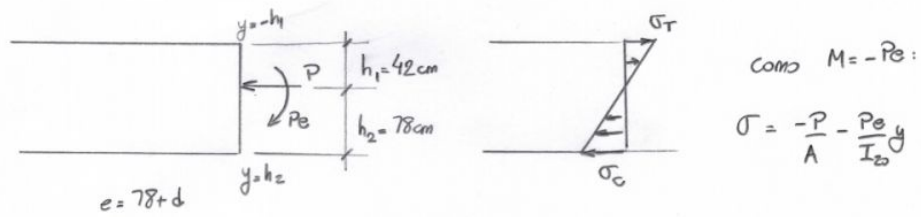
$$y_G = \frac{y_1 A_1 - y_2 A_2}{A_T} = 78 \text{ cm}$$

$$d_2 = |y_3 - y_2| = 48 \text{ cm}$$

$$I_{20} = (I'_{20} + d_1^2 A_1) - (I'_{20} + d_2^2 A_2) = (1.728 \cdot 10^7 + 18^2 \cdot 14400) - (2.43 \cdot 10^6 + 48^2 \cdot 5400)$$

$$I_{20} = (1.728 \cdot 10^7 + 4.6656 \cdot 10^6) - (2.43 \cdot 10^6 + 1.24416 \cdot 10^7)$$

$$I_{20} = 7074000 \text{ cm}^4$$



$$\sigma_T = -\frac{P}{A_T} + \frac{Pe h_1}{I_{z0}} \quad ; \quad \sigma_C = -\frac{P}{A_T} - \frac{Pe h_2}{I_{z0}}$$

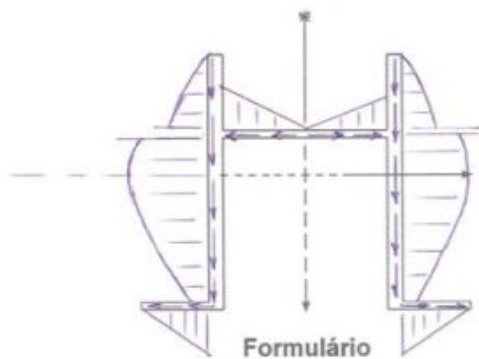
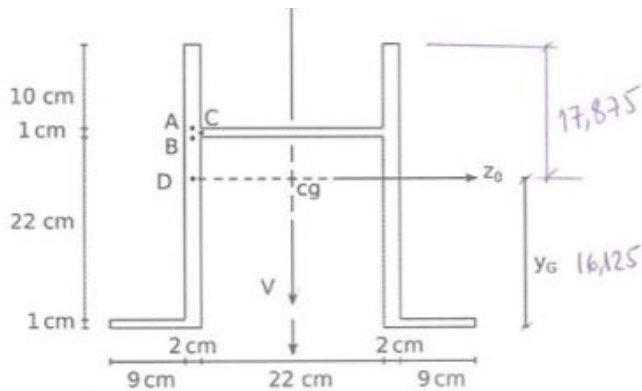
$$\text{Para } |\sigma_T| = |\sigma_C| : \quad 2 \cdot \left(-\frac{P}{A_T} + \frac{Pe h_1}{I_{z0}} \right) = \frac{P}{A_T} + \frac{Pe h_2}{I_{z0}}$$

$$\frac{Pe(2h_1 - h_2)}{I_{z0}} = \frac{3P}{A_T}$$

$$\text{Logo } d = e - 78 \Rightarrow \underline{d = 315 \text{ cm}}$$

$$e = \frac{3I_{z0}}{A_T(2h_1 - h_2)} = 393 \text{ cm}$$

3. a)



$$\tau_b = \frac{V M_s}{b I} \quad \frac{\text{KN, cm}}{\text{cm}^3} = 0,00531923$$

$$\tau_A = \frac{100 \cdot (2 \cdot 10 \cdot 12,875)}{2 \cdot 18799,72} = 0,685 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sA} = 257,5$$

$$\tau_c = \frac{0,00531923}{1} \cdot 81,125 = 0,432 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sC} = 11 \cdot 1 \cdot 7,375 = 81,125$$

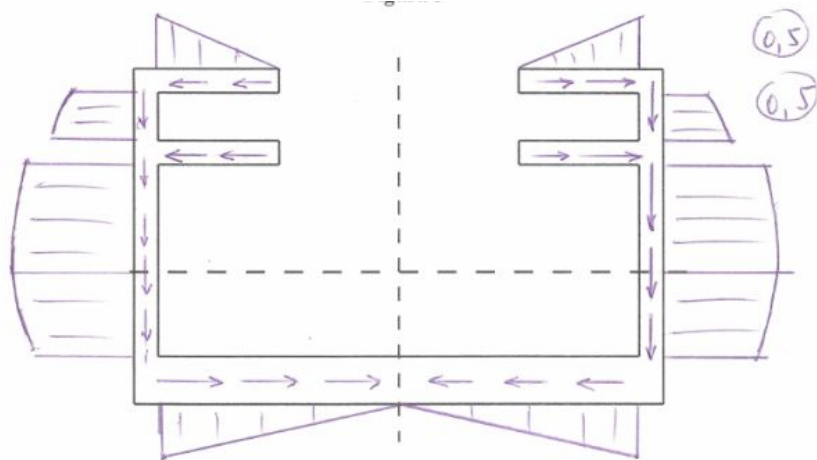
$$\tau_B = \frac{0,00531923}{2} \cdot 353,375 = 0,940 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sB} = M_{sA} + M_{sC} + 1 \cdot 2 \cdot 7,375 = 353,375$$

$$\tau_D = \frac{0,00531923}{2} \cdot 400,641 = 1,066 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_{sD} = M_{sB} + 6,875 \cdot 2 \cdot \frac{6,875}{2} = 400,641$$

3. b)



$$\sigma = \frac{V M_s}{b I} = \frac{V}{I} \cdot \frac{M_s}{b} = \frac{100000}{23702 \times 10^3} \cdot \frac{M_s}{b} = 4,219 \times 10^{-3} \frac{M_s}{b} \left(\frac{N}{mm} \right)$$

$$\textcircled{A} M_{sA} = 600 \cdot (83,04 - 5) = 46824 \text{ mm}^3$$

$$b = 10$$

$$\sigma_A = 4,219 \times 10^{-3} \cdot \frac{46824}{10} = 19,76 \text{ Mpa} \quad (0,5)$$

$$\textcircled{B} M_{sB} = M_{sA} + 10 \cdot 40 \cdot (83,04 - 20) + 60 \cdot 10 \cdot (83,04 - 35)$$

$$M_{sB} = 46824 + 25216 + 28824 = 100864 \text{ mm}^3$$

$$b = 10$$

$$\sigma_B = 4,219 \times 10^{-3} \cdot \frac{100864}{10} = 42,55 \text{ Mpa} \quad (0,5)$$

$$\textcircled{C} M_{sC} = M_{sB} + (83,04 - 40) \cdot 10 \cdot \frac{(83,04 - 40)}{2} = 110126 \text{ mm}^3$$

$$b = 10$$

$$\sigma_C = 4,219 \times 10^{-3} \cdot \frac{110126}{10} = 46,46 \text{ Mpa} \quad (0,5)$$

$$\textcircled{D} M_{sD} = 100 \cdot 20 \cdot (56,96 - 10) = 93920 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_D = 4,219 \times 10^{-3} \cdot \frac{93920}{20} = 19,81 \text{ Mpa} \quad (0,5)$$